Lehrgang

des

Rechen-Unterrichtes

in

Volks-Schulen.

Von

Johann Friedrich Heuner.

Ansbach, 1854.

Verlag von C. H. Gummi.

Druck der C. Brügel'schen Offizin.

Vorwort.

Vorliegendes Buch, zu dessen Herausgabe ich sowohl vom Herrn Verleger, als von mehreren Schulmännern veranlaßt worden bin, soll dem Lehrer die Lösung der Aufgabe, einen ebenso bildenden als praktischen Rechenunterricht zu ertheilen, möglichst erleichtern.

Diesen Zweck hoffte ich zu erreichen, indem ich die einzelnen Uebungen so zu ordnen mich bestrebte, daß jede derselben in der vorhergehenden gegründet sei, eine sichre Grundlage wieder für die folgende bilde und mit der mehr und mehr entwickelten Fassungskraft des Schülers im rechten Verhältniß stehe; indem ich den Stoff anschaulich, klar und einfach zu behandeln suchte, überall, wo es mir nöthig schien, praktische Winke für das Lehrverfahren gab, den einzelnen Unterrichtsstufen sogleich den nöthigen Uebungsstoff beifügte und, um dem Lehrer das lästige und zeitraubende Aufgabendiktiren zu ersparen, diesen Uebungsstoff in besonderen Heftchen für die Hand der Schüler erscheinen ließ.

Durch die ersten Uebungen — Bilden, Zerlegen und Unterscheiden — soll der Schüler vor Allem deutliche Zahlenbegriffe erhalten. Dabei werde derselbe auch zugleich der Art und Weise, eine Zahl um eine andere zu vermehren und zu vermindern, sich bewußt. Hier gilt es, gleich von vornherein mit Genauigkeit und Schärfe zu verfahren und den Schüler nicht eher von einer Uebung zur andern fortzuführen, als bis er die Sache klar begriffen und in sein geistiges Eigenthum verwandelt hat.

Die „verschiedenen Aufgaben“ haben den Zweck, das Dagewesene vermischt zu üben, es auf das praktische Leben anzuwenden und nebenbei die — später von Zehner zu Zehner für sich behandelten — Theilverhältnisse schon bei den einzelnen Zahlen der Betrachtung zu unterstellen.

Damit der Zahlbegriff sich mit dem Zahlzeichen innig verbinde, so tritt, sobald ein neuer Zahlbegriff gewonnen ist, sogleich die Ziffer hinzu, und damit der Schüler befähigt werde, die bisher bloß durch das hörbare Wort bezeichneten Operationen sichtbar in Ziffern darzustellen, so reihet sich an das mündliche Rechnen sogleich das schriftliche an.

Das Ziel des Volksschul-Rechenunterrichts ist Fertigkeit in der Berechnung praktischer Aufgaben. Der eigentlichen Berechnung geht aber immer die Beurtheilung oder die Auflösung voraus. Aus

derselben ergibt sich, welche Operationen mit den gegebenen Zahlen vorzunehmen sind, um die verlangte Antwort zu erhalten. Daher ohne Fähigkeit, eine Aufgabe zu beurtheilen, und ohne Sicherheit und Fertigkeit in den Grundrechnungsarten — mit ganzen und gebrochenen, mit reinen und benannten Zahlen — kein sicheres und fertiges angewandtes Rechnen. Die recht sichere Fertigkeit in den 4 Species beruht aber auf der gründlichen Erlernung, auf der klaren und einsichtlichen Behandlung derselben. Die nicht sehr seltene Ansicht, daß diese für die Schüler zu schwierig sei, viel mehr Zeit und einen ungleich größeren Kraftaufwand von Seite des Lehrers erfordere, als die mechanische Einübung, ist eine irrige. Man lasse den Schüler die Sache nur immer an kleinen Zahlen erfassen und zuerst langsam und in kleinen Stufen vorwärts gehen; dann wird er sich nicht nur selbstthätig und meist selbstständig emporarbeiten, sondern in derselben Zeit auch weiter kommen, als wenn er anders geleitet würde. Zugleich wird er geistig gehoben und dadurch zur Auffassung der in den praktischen Aufgaben enthaltenen Zahl- und Sachverhältnissen geschickt.

Diese, die Sachverhältnisse, sind meist historischer Art. Ueber die Münz-, Maß- und Gewichtsverhältnisse, dann über Zins, Rabatt ꝛc. ist daher der Schüler in entsprechender Weise zu belehren und sind besondere Uebungen anzustellen. Aus diesem Grunde folgt auf das Rechnen mit reinen Zahlen das mit benannten und auf die Einübung einer eigenen Rechenform für die Regeldetriaufgaben die besondere Behandlung der nach den Gegenständen der Rechnung benannten Rechnungsarten.

Wenn beim Multipliciren und Dividiren der Brüche, dann bei der besonderen Behandlung der Regeldetriaufgaben für das schriftliche Rechnen ein doppeltes Verfahren angegeben ist, so ist damit nicht gemeint, daß in einer Schule beides zugleich zu üben sei. Bei dem mündlichen Rechnen und bei der Beurtheilung einer Aufgabe herrsche Allseitigkeit im Anschauen und Erkennen; bei dem schriftlichen Rechnen aber, bei der Ausführung der zum Resultate führenden Operationen soll sich der Schüler nicht erst lange besinnen dürfen, welches Verfahren er einschlagen wolle. Sicher, fest und fertig vor Allem in einer Form, so verlangt es das praktische Leben, und hierauf muß die Schule Rücksicht nehmen. —

Ich schließe mit dem Wunsche, daß dieses Buch eben so freundlich wie mein bereits in vierter Auflage (bei der Rein'schen Buchhandlung zu Leipzig) erschienenes Kopfrechenbüchlein aufgenommen und mit gleicher Lust und Liebe zur Sache benützt werden möge, mit welcher ich dasselbe bearbeitet habe.

Ansbach, den 22. August 1854.

Der Verfasser.

Inhalts-Verzeichniß.

Erster Cursus.

Der Zahlenraum von 1 bis 100.

Zweiter Cursus.

Der Zahlenraum von 100 bis 1000.

Dritter Cursus.

Der Zahlenraum von unbegränzter Ausdehnung.

Vierter Cursus.

Fünfter Cursus.

Die gemeinen Brüche.

Sechster Cursus.

Siebenter Cursus.

Anhang.

Erster Cursus.

Das Rechnen mit den ganzen Zahlen von 1 bis 100.

Erste Stufe.

Der Zahlenraum von 1 bis 10.

Vorbemerkung. Jede Uebung werde zuerst an vorliegenden Gegenständen mehrfach veranschaulicht. Als Anschauungsmittel dienen Striche, Punkte, Federn, die Finger ꝛc. und die sogenannte russische Rechenmaschine. Diese stelle man jedoch nicht sogleich mit ihren hundert Kugeln vor. Der Schüler sehe von derselben Anfangs nichts als das Gestell mit den leeren Drähten welche auf beiden Seiten durch den Rahmen gehen, an einem Ende umgebogen und an dem andern, um sie herausnehmen zu können, mit einer Schraubenmutter versehen sind. Bei der Zahl Eins wird eine Kugel eingeschoben, bei Zwei wird eine zweite hinzugefügt, bei Drei eine dritte u. s. f., so daß die Anzahl der vor Augen befindlichen Kugeln jederzeit der Zahl entspricht, bei welcher man im Unterrichte steht.

Ist ein Schüler so weit, daß er eine Operation bei unmittelbarer Anschauung der Zahl leicht auszuführen und dabei sich ziemlich geläufig auszudrücken vermag, also daß man überzeugt sein kann, die Sache sei von ihm klar aufgefaßt, aber ja nicht eher; dann nehme man dieselbe Uebung mit abwesenden Dingen vor, wobei die Gegenstände zwar genannt, aber bloß durch die Einbildungskraft angeschaut werden. Zuletzt trete auch diese Anschauung auf die Seite, und die Uebung werde mit der — nun abstrahirten — reinen Zahl versucht.

Die Eins.

Hier ist eine Kugel; ein Strich; eine Feder; ein Finger ꝛc.

Was ist einmal im elterlichen Hause? in der Kirche? ꝛc.

Für die Eins setzt man das Zeichen 1. Schreiben!

Die Zwei.

I. Das Zusammensetzen oder Bilden der Zahl.

1 + 1 = 2 (• • = ••)

Eine Kugel und noch eine Kugel sind zwei Kugeln.

Hände, Finger, Striche ꝛc. —

Ein Haus und noch ein Haus sind zwei Häuser.

Pferde, Bäume, Aepfel ꝛc. —

Wenn ich Eins habe und dazu noch Eins thue, dann habe ich Zwei.

Eins und Eins ist Zwei.

Anm. Die wichtigeren Sätze werden von einzelnen Schülern und im Chore gesprochen.

II. Das Zerlegen der Zahl.

a) Die Theile bleiben vorliegen.

2 = 1 + 1 (•• = • •)

Zwei Kugeln, auseinander gelegt, sind eine Kugel und eine Kugel.

Hände, Federn, Finger ꝛc.

Zwei Pferde, auseinander gespannt, sind ein Pferd und ein Pferd.

Bäumchen, Vögel, Aepfel ꝛc.

Wenn ich Zwei auseinander lege, dann habe ich Eins und Eins.

Zwei läßt sich in Eins und Eins zerlegen.

Zwei = Eins und Eins.

b) Einer der beiden Theile wird weggenommen.

2 — 1 = 1.

Zwei Kugeln sind 1 Kugel und 1 Kugel. Thue ich die eine Kugel weg, so ist nur noch die andere da. Wird von 2 Kugeln eine weggenommen, so bleibt noch eine übrig.

Striche, Finger, Federn ꝛc.

Karl hat 2 Aepfel. 2 Aepfel sind 1 Apfel und 1 Apfel. Gibt Karl einen Apfel seiner Schwester, so hat er nur noch einen. Wenn man also von 2 Aepfeln einen wegnimmt, so ist noch einer übrig.

Pferde, Bäume, Thaler ꝛc.

Zwei ist Eins und Eins. Nimmt man Eins davon weg, so ist noch Eins vorhanden.

Eins von Zwei weg, bleibt Eins.

III. Das Unterscheiden der Zahlen (und zwar):

a) der größeren Zahl von der kleineren.

2 ist um 1 mehr als 1.

: Oben eine Kugel, unten eine Kugel. Oben ist so viel als unten. Eine Kugel ist so viel als eine Kugel, nicht mehr, nicht weniger.

: . (Zu der untern Kugel fügt man noch eine zweite.) Unten steht jetzt mehr als oben. Das macht die eine Kugel, welche neu hinzugekommen ist. Darum ist jetzt auch unten eine Kugel mehr als oben. Zwei Kugeln sind um eine Kugel mehr als eine Kugel.

Ebenso mit Strichen, Punkten, Fingern, Federn ꝛc.

Fritz hat 1 Apfel und Karl hat einen. Einer hat so viele Aepfel als der andere. Karl bekommt noch einen Apfel. Jetzt hat er 1 Apfel mehr als Fritz. 2 Aepfel sind um 1 Apfel mehr als einer.

Eben so mit Nüssen, Pferden, Büchern, Bäumen ꝛc.

1 ist so viel als 1; 1 + 1 = 2; 2 ist mehr als 1; 2 ist um 1 mehr als 1.

b) der kleineren von der größeren.

1 ist um 1 weniger als 2.

: : Oben 2 Kugeln, unten zwei. Oben ist so viel als unten. 2 Kugeln sind so viel als 2 Kugeln, nicht mehr, nicht weniger.

: . (Von den 2 obern Kugeln nimmt man eine weg.) Oben ist jetzt weniger als unten. Das kommt daher, daß oben eine Kugel weggenommen worden ist. Weil aber eine Kugel weggenommen worden ist, so ist jetzt oben eine Kugel weniger als unten.

Eine Kugel ist um eine Kugel weniger als zwei.

Striche, Punkte, Finger, Federn ꝛc.

Herrmann hat 2 Kirschen, und Karl hat zwei. Einer hat so viele Kirschen als der andere. Herrmann gibt 1 Kirsche seiner Schwester. Jetzt hat er eine Kirsche weniger als Karl.

Eine Kirsche ist um 1 Kirsche weniger als zwei.

Aepfel, Nüsse, Pferde, Vögel ꝛc.

2 ist so viel als 2; wenn man von 2 Eins wegnimmt, so bleibt noch 1; 1 ist weniger als 2; 1 ist um 1 weniger als 2.

Für die Zwei (• •) setzt man das Zeichen 2. Schreiben!

Anm. Die Uebung, Zahlen von einander zu unterscheiden, hat ihre Schwierigkeit, besonders Anfangs. Aber sie enthält auch ungemein viel Bildendes. Ohne sie kein deutlicher Begriff der Zahl. Darum lasse man sichs angelegen sein, sie recht tüchtig zu betreiben. Soll überhaupt von einer Uebung zu der andern nicht eher fortgeschritten werden, als bis der dabei behandelte Stoff von allen Schülern erfaßt, klar begriffen und in ihr geistiges Eigenthum verwandelt ist: so ist das hier doppelt zu beachten. Unsere, etwa bis zu 10 einzuhaltende Manier, den Unterschied der Zahlen dem Fassungsvermögen des Schülers nahe zu bringen, besteht, wie aus dem Obigen ersichtlich ist, der Hauptsache nach darin, daß wir aus zwei gleichen Zahlen die zwei verschiedenen Zahlen entstehen lassen, deren Unterschied zu bestimmen ist. Ist das Mehr der größeren Zahl zu suchen: so setzen wir zuerst die kleinere Zahl zweimal; dann fügen wir einer derselben so viel bei, daß die größere Zahl entsteht. So viel man der kleineren Zahl zulegt, bis die größere entsteht, so viel ist diese mehr als jene. — Ist das Weniger der kleineren Zahl zu suchen: so setzen wir zuerst die größere Zahl zweimal; dann nehmen wir von einer derselben so viel weg, bis die kleinere Zahl entsteht. So viel die größere Zahl vermindert wird, bis die kleinere entsteht, um eben so viel ist die kleinere Zahl weniger als die größere.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) Ich habe 1; wie viel muß ich dazu legen, um 2 zu haben?
2) Ich weiß eine Zahl, die hat 1 mehr als 1; welche ist es?
3) Wie viel ist Zwei mehr als 1? Wie viel ist 1 weniger als 2?
4) Wie viel muß ich von Zwei wegthun, damit 1 übrig bleibt?
5) Zählt, wie oft ich einen Strich an die Tafel schreibe (| |).
6) Karl bekommt vom Vater 1 Kreuzer und von der Mutter 1 Kreuzer; wie viel Geld hat er beisammen?
7) Gustav hat zwei Nüsse, Wilhelm hat eine. Wer hat die meisten?
8) Christian hat 2 Aepfel. Einen davon ißt er. Wie viel hat er noch?
9) Gestern bekam August 2 kr.; heute hat er nur noch 1 kr. Wie viele Kreuzer hat er heute weniger als gestern?

Wir geben forthin mehr nur noch den Stoff und überlassen es dem Lehrer, denselben auf eine anschauliche Weise zu entwickeln. Die Art und Weise der Ausführung, welche wir unserer auf Erfahrung gegründeten Ueberzeugung gemäß empfohlen haben wollen, ist aus dem Bisherigen hinreichend zu ersehen.

Die Drei.

I. Das Zusammensetzen der Zahl.

$2 + 1 = 3$ (.. . = ...).

$1 + 2 =$? $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$; $1 + (1 + 1) = 3$; $1 + 2 = 3$.

II. Das Zerlegen der Zahl.

a) $3 = 2 +$? $3 = 2 + 1$.
$3 = 1 +$? $3 = 1 + (1 + 1)$; $3 = 1 + 2$.

b) $3 - 1 =$? $3 = 1 + 2$; von 3 also 1 weg, bleibt 2; $3 - 1 = 2$.
$3 - 2 =$? $3 = 2 + 1$; von 3 also 2 weg, bleibt 1; $3 - 2 = 1$. Oder: $3 - 1 = 2$, $2 - 1 = 1$; $3 - 1 - 1 = 1$; $3 - 2 = 1$.

III. Das Unterscheiden der Zahlen.

a) Wie viel ist 3 mehr als 2?

: : 2 = 2; : : . 2 + 1 = 3; 3 ist also um 1 mehr als 2.

Wie viel ist 3 mehr als 1?

: 1 = 1; : . . 1 + 2 = 3; 3 ist also um 2 mehr als 1.

b) Um wie viel ist 2 weniger als 3?

: : : 3 = 3; : : . 3 — 1 = 2; 2 ist also um 1 weniger als 3.

Um wie viel ist 1 weniger als 3?

: : : 3 = 3; : . . 3 — 2 = 1; 1 ist also um 2 weniger als 3.

Für die Drei setzt man das Zeichen 3. Schreiben!

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) Ich weiß eine Zahl, die hat 1 mehr als 2; welche Zahl ist das?
2) Wie viel bleibt, wenn ich von 3 Zwei wegnehme?
3) Wie viel muß ich zu 2 thun, um 3 zu bekommen?
4) Wie heißt die Zahl, welche Zwei mehr ist als 1?
5) Wie viel muß ich von 3 wegthun, damit 2 übrig bleibt?
6) Wie oft muß ich einen Strich setzen, um 3 zu erhalten?
7) Wie oft kann ich 1 Strich von 3 weglöschen? (| | |)
8) Wie viel muß ich von 3 wegthun, wenn 1 übrig bleiben soll?

9) Drei Kreuzer nennt man einen Groschen. Was ist mehr: 1 Groschen oder 3 Kreuzer?

Anmerkung. Jede Münze, jedes Gewicht, jedes Maß, wovon gesprochen wird, ist wo möglich vorzuzeigen.

10) Was ist mehr: 1 Groschen, oder 2 Kreuzer? Wie viel?

11) Was ist weniger: 1 Groschen, oder 1 Kreuzer? Wie viel?

12) Karl hat 1 Groschen und kauft sich für 1 kr. Nüsse. Wie viel Geld hat er noch?

13) Heinrich will sich ein Groschenbrod kaufen; wie viele Kreuzer muß er dazu haben?

14) Fritz erhält von der Mutter einen Groschen, um für 2 Kreuzer Papier zu holen. Wie viel Geld muß er wiederbringen?

Die Vier.

I. Zusammensetzen.

$3 + 1 = 4$ (. . . . = ...).

$2 + 2 = ?$ $2 + 1 = 3$, $3 + 1 = 4$; $2 + 1 + 1 = 4$; $2 + 2 = 4$.

$1 + 3 = ?$ $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $3 + 1 = 4$; $1 + (1 + 1 + 1) = 4$; $1 + 3 = 4$. Oder: $1 + 3 = 3 + 1$; $3 + 1 = 4$; also ist auch $3 + 1 = 4$.

II. Zerlegen.

a) $4 = 3 + ?$ $4 = 3 + 1$.
$4 = 2 + ?$ $4 = 2 + (1 + 1)$; $4 = 2 + 2$.
$4 = 1 + ?$ $4 = 1 + (1 + 1 + 1)$; $4 = 1 + 3$.

b) $4 - 1 = ?$ $4 = 1 + 3$; von 4 also 1 weg, bleibt 3; $4 - 1 = 3$.
$4 - 2 = ?$ $4 = 2 + 2$; von 4 also 2 weg, bleibt 2; $4 - 2 = 2$. Oder: $4 - 1 = 3$, $3 - 1 = 2$; $4 - 1 - 1 = 2$; $4 - 2 = 2$.
$4 - 3 = ?$ $4 = 3 + 1$; von 4 also 3 weg, bleibt 1; $4 - 3 = 1$. Oder: $4 - 1 = 3$, $3 - 1 = 2$, $2 - 1 = 1$; $4 - 1 - 1 - 1 = 1$; $4 - 3 = 1$.

III. Unterscheiden.

4 ist um 1 mehr als 3 . . . . 3 ist um 1 weniger als 4.

4 ist um 2 mehr als 2 :.... 2 ist um 2 weniger als 4.

4 ist um 3 mehr als 1 :.... 1 ist um 3 weniger als 4.

Für die Zahl Vier (....) setzt man das Zeichen 4.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) Wie viel ist 1 + 2? 3 + 1? 4 — 1? 4 — 2?
2) Von 4 nehme ich 3 weg; wie viel bleibt übrig?
3) Von 4 ist noch 2 da; wie viel ist von 4 weggenommen worden?
4) Wie oft kann ich 2 Striche von 4 wegnehmen?
5) Wie oft muß ich 1 Strich setzen, um 4 zu erhalten?
6) Wie viel ist 4 mehr als 2? als 1? als 3?
7) Welche Zahl ist um 1 kleiner als 4?
8) Um wie viel ist 1 weniger als 4?
9) Drei Kreuzer = 1 Groschen; 4 kr. = 3 + 1 kr. = 1 Gr. + 1 kr. (... .)
10) Was ist mehr: 4 kr. oder 1 Gr.? Wie viel?
11) Vier Pfennige = 1 Kreuzer. Wie viel ist 1 Kreuzer mehr als 3 Pfennige? als 2 Pfennige? als 1 Pfennig?
12) August bekommt vom Vater einen Kreuzer, um sich für 2 Pfennige einen Bleistift zu kaufen. Wie viel Geld muß er zurückbringen?
13) Emilie hat 4 Kreuzer und kauft sich für 1 Groschen Aepfel. Wie viel Geld bleibt ihr übrig?
14) Ludwig bekommt vom Vater einen Groschen und von der Mutter einen Kreuzer, um sich Obst dafür zu kaufen. Er kauft für 2 Kreuzer Kirschen. Welches Geldstück gibt er dem Obsthändler hin? Wie viel Geld hat er nachher noch?

Schriftlich.

(Siehe Aufgaben für das Zifferrechnen, erstes Heft, S. 1.)

2 + 1 = 3;	2 + 1 = 3;	3 + 1 = 4;	2 = 1 + 1;	3 = 2 + 1.
2 + 2 =	2 + 2 =	1 + 3 =	3 = 2 +	3 = 1 +
3 + 1 =	1 + 2 =	2 + 2 =	4 = 3 +	4 = 1 +
1 + 2 =	2 + 2 =	1 + 3 =	4 = 2 +	4 = 3 +
1 + 3 =	3 + 1 =	3 + 1 =	4 = 1 +	4 = 2 +

Der Lehrer schreibe die erste Reihe an die Wandtafel, erkläre kurz die Zeichen + und =, rechne die einzelnen Aufgaben ausführlich mit den Kindern

9) Drei Kreuzer nennt man einen Groschen. Was ist mehr: 1 Groschen oder 3 Kreuzer?

Anmerkung. Jede Münze, jedes Gewicht, jedes Maß, wovon gesprochen wird, ist wo möglich vorzuzeigen.

10) Was ist mehr: 1 Groschen, oder 2 Kreuzer? Wie viel?

11) Was ist weniger: 1 Groschen, oder 1 Kreuzer? Wie viel?

12) Karl hat 1 Groschen und kauft sich für 1 kr. Nüsse. Wie viel Geld hat er noch?

13) Heinrich will sich ein Groschenbrod kaufen; wie viele Kreuzer muß er dazu haben?

14) Fritz erhält von der Mutter einen Groschen, um für 2 Kreuzer Papier zu holen. Wie viel Geld muß er wiederbringen?

Die Vier.

I. Zusammensetzen.

3 + 1 = 4 (. . . . = ...).

2 + 2 = ? 2 + 1 = 3, 3 + 1 = 4; 2 + 1 + 1 = 4; 2 + 2 = 4.

1 + 3 = ? 1 + 1 = 2, 2 + 1 = 3, 3 + 1 = 4; 1 + (1 + 1 + 1) = 4; 1 + 3 = 4. Oder: 1 + 3 = 3 + 1; 3 + 1 = 4; also ist auch 3 + 1 = 4.

II. Zerlegen.

a) 4 = 3 + ? 4 = 3 + 1.
4 = 2 + ? 4 = 2 + (1 + 1); 4 = 2 + 2.
4 = 1 + ? 4 = 1 + (1 + 1 + 1); 4 = 1 + 3.

b) 4 — 1 = ? 4 = 1 + 3; von 4 also 1 weg, bleibt 3; 4 — 1 = 3.
4 — 2 = ? 4 = 2 + 2; von 4 also 2 weg, bleibt 2; 4 — 2 = 2. Oder: 4 — 1 = 3, 3 — 1 = 2; 4 — 1 — 1 = 2; 4 — 2 = 2.
4 — 3 = ? 4 = 3 + 1; von 4 also 3 weg, bleibt 1; 4 — 3 = 1. Oder: 4 — 1 = 3, 3 — 1 = 2, 2 — 1 = 1; 4 — 1 — 1 — 1 = 1; 4 — 3 = 1.

III. Unterscheiden.

4 ist um 1 mehr als 3 ∴ . . . . 3 ist um 1 weniger als 4.

4 ist um 2 mehr als 2 :.... 2 ist um 2 weniger als 4.

4 ist um 3 mehr als 1 :.... 1 ist um 3 weniger als 4.

Für die Zahl Vier (....) setzt man das Zeichen 4.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) Wie viel ist 1 + 2? 3 + 1? 4 — 1? 4 — 2?
2) Von 4 nehme ich 3 weg; wie viel bleibt übrig?
3) Von 4 ist noch 2 da; wie viel ist von 4 weggenommen worden?
4) Wie oft kann ich 2 Striche von 4 wegnehmen?
5) Wie oft muß ich 1 Strich setzen, um 4 zu erhalten?
6) Wie viel ist 4 mehr als 2? als 1? als 3?
7) Welche Zahl ist um 1 kleiner als 4?
8) Um wie viel ist 1 weniger als 4?
9) Drei Kreuzer = 1 Groschen; 4 kr. = 3 + 1 kr. = 1 Gr. + 1 kr. (... .)
10) Was ist mehr: 4 kr. oder 1 Gr.? Wie viel?
11) Vier Pfennige = 1 Kreuzer. Wie viel ist 1 Kreuzer mehr als 3 Pfennige? als 2 Pfennige? als 1 Pfennig?
12) August bekommt vom Vater einen Kreuzer, um sich für 2 Pfennige einen Bleistift zu kaufen. Wie viel Geld muß er zurückbringen?
13) Emilie hat 4 Kreuzer und kauft sich für 1 Groschen Aepfel. Wie viel Geld bleibt ihr übrig?
14) Ludwig bekommt vom Vater einen Groschen und von der Mutter einen Kreuzer, um sich Obst dafür zu kaufen. Er kauft für 2 Kreuzer Kirschen. Welches Geldstück gibt er dem Obsthändler hin? Wie viel Geld hat er nachher noch?

Schriftlich.

(Siehe Aufgaben für das Zifferrechnen, erstes Heft, S. 1.)

2 + 1 = 3;	2 + 1 = 3;	3 + 1 = 4;	2 = 1 + 1;	3 = 2 + 1.
2 + 2 =	2 + 2 =	1 + 3 =	3 = 2 +	3 = 1 +
3 + 1 =	1 + 2 =	2 + 2 =	4 = 3 +	4 = 1 +
1 + 2 =	2 + 2 =	1 + 3 =	4 = 2 +	4 = 3 +
1 + 3 =	3 + 1 =	3 + 1 =	4 = 1 +	4 = 2 +

Der Lehrer schreibe die erste Reihe an die Wandtafel, erkläre kurz die Zeichen + und =, rechne die einzelnen Aufgaben ausführlich mit den Kindern

durch und setze die Ergebnisse hinter das Gleichheitszeichen. Dann lösche er die Ergebnisse wieder weg, lasse einen Schüler an die Tafel treten und von diesem dasselbe wiederholen. Gleiches geschehe von einem zweiten, dritten und vierten Schüler, bis es geht. Hierauf rechnen es die Kinder für sich auf ihren Schiefertafeln. Haben dieselben das Aufgabenbüchlein in Händen, so können sie ohne Weiteres auch die zweite und dritte Aufgaben-Reihe rechnen; wenn nicht, so werden diese ebenfalls angeschrieben. — Wie hier, so verfahre man auch mit der vierten und fünften Reihe, so überhaupt bei allen folgenden Aufgaben für das schriftliche Rechnen.

Die Fünf.

I. Zusammensetzen.

4 + 1 = 5 (•••••).

3 + 2 = ? 3 + 1 = 4, 4 + 1 = 5; 3 + 1 + 1 = 5; 3 + 2 = 5.

2 + 3 = ? 2 + 1 = 3, 3 + 1 = 4, 4 + 1 = 5; 2 + 1 + 1 + 1 = 5; 2 + 3 = 5.

Oder: 2 + 3 = 2 + 2 + 1; 2 + 2 = 4, 4 + 1 = 5; 2 + 2 + 1 = 5; 2 + 3 = 5.

Oder: 2 + 3 = 3 + 2; 3 + 2 = 5, also ist auch 2 + 3 = 5.

1 + 4 = ? 1 + 4 = 4 + 1; 4 + 1 = 5, also ist auch 1 + 4 = 5.

II. Zerlegen.

a) 5 = 4 + ? 5 = 4 + 1.
5 = 3 + ? 5 = 3 + (1 + 1); 5 = 3 + 2.
5 = 2 + ? 5 = 2 + (1 + 1 + 1); 5 = 2 + 3.
5 = 1 + ? 5 = 1 + (1 + 1 + 1 + 1); 5 = 1 + 4.

b) 5 — 1 = ? 5 = 1 + 4; von 5 also 1 weg, bleibt 4; 5 — 1 = 4.

5 — 2 = ? 5 = 2 + 3; von 5 also 2 weg bleibt 3; 5 — 2 = 3.

Oder: 5 — 1 = 4, 4 — 1 = 3; 5 — 1 — 1 = 3; 5 — 2 = 3.

5 — 3 = ? 5 = 3 + 2; von 5 also 3 weg, bleibt 2; 5 — 3 = 2.

Oder: 5 — 1 = 4, 4 — 1 = 3; 3 — 1 = 2; 5 — 1 — 1 — 1 = 2; 5 — 3 = 2.

5 — 4 = ? 5 = 4 + 1; von 5 also 4 weg, bleibt 1; 5 — 4 = 1.
Oder: 5 — 1 = 4, 4 — 1 = 3 ꝛc.; 5 — 1 — 1 — 1 — 1 = 1; 5 — 4 = 1.

III. Unterscheiden.

5 ist 1 mehr als 4 •••• / ••••• 4 ist 1 weniger als 5.

5 ist 2 mehr als 3 ••• / ••••• 3 ist 2 weniger als 5.

5 ist 3 mehr als 2 •• / ••••• 2 ist 3 weniger als 5.

5 ist 4 mehr als 1 • / ••••• 1 ist 4 weniger als 5.

Schreibt mir fünf Reihen Striche, in der ersten Reihe einen und in jeder folgenden einen Strich mehr!

| Welches ist die erste Reihe? die zweite? ꝛc.
| | Wie viele Striche stehen in der ersten Reihe? in der 2ten? ꝛc.
| | | Wie viele Striche stehen in dieser Reihe? in dieser? ꝛc.
| | | | In welcher Reihe stehen 4, 2, 5, 3, 1, 4 Striche?
| | | | | Zähle von 1 bis 2, von 2 bis 1! von 1 bis 3, von 3 bis 1! von 1 bis 4, von 4 bis 1! von 1 bis 5, von 5 bis 1!

Welche Zahl steht vor 4? vor 2? vor 5? vor 3?
Welche Zahl kommt nach 1? nach 3? nach 2? nach 4?
Zwischen welchen zwei Zahlen steht 2? 4? 3?
Welche Zahl ist zwischen 1 und 3? 2 und 4? 3 und 5?
Wie viele Striche stehen in der fünften Reihe mehr als in der dritten? in der vierten Reihe mehr als in der ersten? ꝛc.
Wie viel ist 2 mehr als 1? 3 mehr als 2? 4 mehr als 3? ꝛc.
Wie viele Striche stehen in der ersten Reihe weniger als in der zweiten, dritten, vierten, fünften? Wie viel in der zweiten Reihe weniger als in der dritten, vierten, fünften? ꝛc.
Wie viel ist 1 weniger als 2? 2 weniger als 3? 3 weniger als 4? ꝛc.

Dieß Alles bis zur Fertigkeit!

Für die Zahl Fünf (| | | | |) setzt man das Zeichen 5. Schreiben!

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) Wie viel ist 2 und 2? Wie viel aber 2 + 2 + 1?
2) Wie viel muß ich zu 4 thun, um 5 zu erhalten?
3) Wie viel muß ich von 5 wegthun, damit 3 übrig bleibt?
4) Wie viel muß ich von 5 nehmen, damit 2 und 2 bleibt?

5) Ich habe 2; wie viel muß ich noch dazu legen, damit ich 5 habe?
6) Wie oft kann ich die Eins von 5 wegnehmen? (| | | | |)
7) Fünf Pfennige sind wie viele Kreuzer? (• • • • •)
8) Fünf Kreuzer sind wie viele Groschen? (• • • • •)
9) Wie viel ist 1 Groschen weniger als 5 Kreuzer?
10) Wie viel sind 5 Pfennige mehr als 1 Kreuzer?
11) 4 Quint = 1 Loth; 5 Qt., wie viele Loth?
12) Ein Vater hat 5 Kinder, Knaben und Mädchen. Wie viele Knaben und wie viele Mädchen mögen es wohl sein?

Schriftlich.

1 + 1	1 + 3	2 + 2	5 = 4 +	2 — 2	5 — 4
2 + 1	1 + 4	2 + 3	5 = 2 +	3 — 1	5 — 2
3 + 1	4 + 1	3 + 1	5 = 1 +	4 — 1	5 — 5
4 + 1	1 + 3	3 + 2	5 = 3 +	5 — 1	5 — 1
3 + 1	2 + 3	1 + 4	5 = 2 +	4 — 2	5 — 3
2 + 1	3 + 2	4 + 1	5 = 4 +	5 — 2	5 — 2

Die Sechs.

I. Zusammensetzen.

5 + 1 = 6 (• • • • • •).

4 + 2 = ? 4 + 1 = 5, 5 + 1 = 6; 4 + (1 + 1) = 6; 4 + 2 = 6.

3 + 3 = ? 3 + 1 = 4, 4 + 1 = 5, 5 + 1 = 6; 3 + (1 + 1 + 1) = 6; 3 + 3 = 6.

2 + 4 = ? (4 = 2 + 2); 2 + 2 = 4, 4 + 2 = 6; 2 + (2 + 2) = 6; 2 + 4 = 6.

Oder: 2 + 4 = 4 + 2; 4 + 2 = 6, also ist auch 2 + 4 = 6.

1 + 5 = ? 1 + 5 = 5 + 1; 5 + 1 = 6; also ist auch 1 + 5 = 6.

II. Zerlegen.

a) 6 = 5 + ? 6 = 5 + 1.
6 = 4 + ? 6 = 4 + (1 + 1); 6 = 4 + 2.
6 = 3 + ? 6 = 3 + (1 + 1 + 1); 6 = 3 + 3.

$6 = 2 + ?$ $6 = 2 + (2 + 2)$; $6 = 2 + 4$.
$6 = 1 + ?$ $6 = 1 + (1 + 1 + 1 + 1 + 1)$; $6 = 1 + 5$.

b) $6 - 1 = ?$ $6 = 1 + 5$; von 6 also 1 weg, bleibt 5; $6 - 1 = 5$.

$6 - 2 = ?$ $6 = 2 + 4$; von 6 also 2 weg, bleibt 4; $6 - 2 = 4$.

Oder: $6 - 1 = 5$, $5 - 1 = 4$; $6 - 1 - 1 = 4$; $6 - 2 = 4$.

$6 - 3 = ?$ $6 = 3 + 3$; von 6 also 3 weg bleibt 3; $6 - 3 = 3$.

Oder: $6 - 1 = 5$, $5 - 1 = 4$, $4 - 1 = 3$; $6 - 1 - 1 - 1 = 3$; $6 - 3 = 3$.

$6 - 4 = ?$ $6 = 4 + 2$; von 6 also 4 weg, bleibt 2; $6 - 4 = 2$.

Oder: $6 - 1 = 5$, $5 - 1 = 4$ ꝛc.; $6 - 1 - 1 - 1 - 1 = 2$; $6 - 4 = 2$.

$6 - 5 = ?$ $6 = 5 + 1$; von 6 also 5 weg, bleibt 1; $6 - 5 = 1$.

Oder: $6 - 1 = 5$ ꝛc.; $6 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 = 1$; $6 - 5 = 1$.

III. Unterscheiden.

6 ist 1 mehr als 5 — • • • • • / • • • • • • — 5 ist 1 weniger als 6.

6 ist 2 mehr als 4 — • • • • / • • • • • • — 4 ist 2 weniger als 6.

6 ist 3 mehr als 3 — • • • / • • • • • • — 3 ist 3 weniger als 6.

6 ist 4 mehr als 2 — • • / • • • • • • — 2 ist 4 weniger als 6.

6 ist 5 mehr als 1 — • / • • • • • • — 1 ist 5 weniger als 6.

Für die Zahl Sechs (||||||) setzt man das Zeichen 6. Schreiben.

VI. Verschiedene Aufgaben.

1) Wie viel ist $2 + 2 + 1 - 2 + 1 - 2 + 1 + 3 - 2 - 2 - 2$?

Man spricht so, daß die Schüler nach jeder genannten Zahl sogleich die Antwort geben können. Es muß aber etwas rasch von Statten gehen.

2) Welche Zahl ist so groß als 3 und nochmal so groß als 3?
3) Welche Zahl ist um 2 größer als 3? als 4?
4) Wie viel muß ich zu 3 legen, um 6 zu haben?
5) Von 6 ist nur noch 2 da; wie viel ist weggenommen worden?
6) Zählt, wie oft ich 1 Strich schreibe! (| | | | | |) Zählt, wie oft ich 2 Striche davon ablösche! (1 mal, 2 mal, 3 mal).
7) Welche Zahl ist um 1 weniger als 6?
8) Wie viel ist 6 mehr als 2? ꝛc.
9) Sechs Kreuzer nennt man einen Sechser. Wie viel ist 1 Sechser mehr als 1 Groschen?
10) Hier liegen 6 einzelne Kreuzer, hier 2 Groschen und hier liegt 1 Sechserstück. Wo liegt am meisten?
11) Wilhelmine hat 1 Sechser; Fritz hat 1 Groschen und 2 Kreuzer; wer von beiden hat mehr als der andere?
12) Karl bekommt vom Vater 1 Sechser, um ein Groschenbrod zu holen; wie viel Geld muß er wiederbringen?
13) Ein Mädchen erhielt von der Mutter 1 Sechser, um zwei Ellen Band zu holen. Es brachte 2 Kreuzer wieder zurück. Wie viel haben die 2 Ellen Band gekostet?
14) Zwei Brüder bekommen Aepfel. Jeder erhält 3 Stück. Wie viele Aepfel haben sie zusammen?

Schriftlich.

3 + 1	3 + 2	6 = 5 +	6 = 3 +	6 — 1 =	6 — 3
4 + 1	3 + 3	6 = 3 +	6 = 1 +	6 — 3 =	6 — 5
5 + 1	2 + 3	6 = 1 +	6 = 4 +	6 — 5 =	6 — 1
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

Die Sieben.

I. Zusammensetzen.

6 + 1 = 7 (.......).

5 + 2 =? 5 + 1 = 6, 6 + 1 = 7; 5 + 1 + 1 = 7; 5 + 2 = 7.

4 + 3 =? 4 + 1 = 5 ꝛc.; 4 + 1 + 1 + 1 = 7; 4 + 3 = 7. Oder: 4 + 3 = 4 + 2 + 1; 4 + 2 = 6, 6 + 1 = 7; 4 + 3 = 7.

3 + 4 = ? 3 + 1 = 4 ꝛc.; 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7; 3 + 4 = 7.

Oder: 3 + 4 = 3 + 3 + 1; 3 + 3 = 6, 6 + 1 = 7; 3 + 3 + 1 = 7; 3 + 4 = 7.

ꝛc.

II. Zerlegen.

a) 7 = 6 + ? 7 = 5 + ? 7 = 4 + ? 7 = 3 + ? 7 = 2 + ꝛc.

b) 7 — 1 = ? 7 = 1 + 6; von 7 also 1 weg, bleibt 6; 7 — 1 = 6.

7 — 2 = ? 7 = 2 + 5; von 7 also 2 weg, bleibt 5; 7 — 2 = 5.

Oder: 7 — 1 = 6, 6 — 1 = 5; 7 — 1 — 1 = 5; 7 — 2 = 5.

7 — 3 = ? 7 = 3 + 4; von 7 also 3 weg, bleibt 4; 7 — 3 = 4.

Oder: 7 — 1 = 6, 6 — 1 = 5; 5 — 1 = 4; 7 — 1 — 1 — 1 = 4; 7 — 3 = 4.

u. s. f.

III. Unterscheiden.

7 ist 1 mehr als 6 ...... / .... 6 ist 1 weniger als 7.

7 ist 2 mehr als 5 ..... / .... 5 ist 2 weniger als 7.

7 ist 3 mehr als 4 .... / .... 4 ist 3 weniger als 7.

und so weiter.

Als Zeichen für die Zahl Sieben (|||||||) setzt man 7. Schreiben!

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) Wie viel ist 1 + 2 + 1 + 2 + 1 — 2 — 2 — 2 + 1 + 2 + 2?

2) Wie viel ist 3 + 2 + 1 — 3 + 4 — 2 — 1 + 3 — 4 + 2 — 1?

3) Wie viel muß ich zu 4 legen, um 7 zu haben?

4) Was ist mehr: 7, oder 3 + 3? Wie viel?

5) Ich habe in meinen beiden Händen 7 Bohnen, wie viel in jeder? (6 + 1, 5 + 2, 4 + 3 ꝛc.)

6) Zählt, wie oft ich einen Strich schreibe! (|||||||). Wie viel ist 7 mal 1? ꝛc.

7) Sieben Pfennige sind wie viele Kreuzer? (.... ...).

8) Sieben Quint, wie viele Loth?

9) 7 Kreuzer, wie viele Sechser? wie viele Groschen?

10) 7 Tage nennt man eine Woche. Wie heißen die 7 Wochentage? Wie heißt der erste Wochentag? der 2te? ꝛc.

11) Wer alle Tage 1 Gulden braucht, wie viel braucht der in einer Woche?

12) Herrmann hat 7 Kreuzer bekommen. Nach einiger Zeit hat er nur noch 2 Groschen. Wie viel hat er ausgegeben?

Schriftlich.

5 + 1	2 + 4	7 = 3 +	7 − 1	7 − 7	7 = 7.
6 + 1	2 + 5	7 = 5 +	7 − 3	7 − 4	7 > 6 ? 1
4 + 2	3 + 3	7 = 1 +	7 − 5	7 − 2	7 > 3 ? 4
5 + 2	3 + 4	7 = 4 +	7 − 2	7 − 5	7 > 1 ? 6
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

$>$ oder: $<$ ist das Zeichen der Ungleichheit. Dasselbe wird so gesetzt, daß die Zahl, welche an seiner Oeffnung steht, größer ist als die andere, welche an der Spitze steht. 7 $>$ 6 heißt also: 7 ist größer als 6, oder: 6 ist kleiner als 7. Steht ein Fragezeichen dahinter (7 $>$ 6 ?), dann lasse man lesen: Wie viel ist 7 mehr als 6? oder: Wie viel ist 6 weniger als 7? Die Antwort werde hinter das Fragezeichen gesetzt.

Die Acht.

1. Zusammensetzen.

7 + 1 = 8 (........).

6 + 2 = ? 6 + 1 = 7, 7 + 1 = 8; 6 + 1 + 1 = 8; 6 + 2 = 8.

5 + 3 = ? 5 + 1 = 6, 6 + 1 = 7, 7 + 1 = 8; 5 + 1 + 1 + 1 = 8; 5 + 3 = 8.

4 + 4 = ? 4 + 1 = 5, 5 + 1 = 6 ꝛc.; 4 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8; 4 + 4 = 8.

Oder: 4 + 4 = 4 + 2 + 2; 4 + 2 = 6, 6 + 2 = 8; 4 + 2 + 2 = 8; 4 + 4 = 8.

u. s. f.

II. Zerlegen.

a) $8 = 7 + ?$ $8 = 6 + ?$ $8 = 5 + ?$ $8 = 4 + ?$ ꝛc.

b) $8 - 1 = ?$ $8 = 1 + 7$; von 8 also 1 weg, bleibt 7; $8 - 1 = 7$.

$8 - 2 = ?$ $8 = 2 + 6$; von 8 also 2 weg, bleibt 6; $8 - 2 = 6$.

Oder: $8 - 1 = 7$, $7 - 1 = 6$; $8 - 1 - 1 = 6$; $8 - 2 = 6$.

$8 - 3 = ?$ $8 = 3 + 5$; von 8 also 3 weg bleibt 5; $8 - 3 = 5$.

Oder: $8 - 1 = 7$, $7 - 1 = 6$, $6 - 1 = 5$; $8 - 1 - 1 - 1 = 5$; $8 - 3 = 5$.

$8 - 4 = ?$ $8 = 4 + 4$; von 8 also 4 weg, bleibt 4; $8 - 4 = 4$;

Oder: $8 - 4 = 8 - 2 - 2$; $8 - 2 = 6$, $6 - 2 = 4$; $8 - 2 - 2 = 4$; $8 - 4 = 4$.

u. s. f.

III. Unterscheiden.

8 ist 1 mehr als 7 ••••••• / •••••••• 7 ist 1 weniger als 8.

8 ist 2 mehr als 6 •••••• / •••••••• 6 ist 2 weniger als 8.

8 ist 3 mehr als 5 ••••• / •••••••• 5 ist 3 weniger als 8.

und so fort.

Für die Zahl Acht setzt man das Zeichen 8. Schreiben!

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) $2 + 4 - 3 + 4 - 5 + 6 - 4 - 2 + 3$ ꝛc.?
2) Wie viel ist $2 + 3 + 2$? Wie viel ist $2 + 4 - 2$?
3) Welche Zahl muß ich 1mal und nochmal nehmen, um 8 zu haben?
4) Ich habe 5; wie vielmal 1 muß ich noch dazu legen, um 8 zu erhalten?
5) Zählt, wie oft ich einen Punkt an die Tafel schreibe! (••••••••)
6) Zählt, wie oft ich 2 Striche schreibe! (|| || || ||) Wie viele Striche sind es im Ganzen?
7) Wie oft kann ich 4 Striche von 8 Strichen ablöschen?

8) August hat 8 Nüsse. Er ißt mehrere davon. Zuletzt hat er nur noch 3. Wie viele Nüsse hat er gegessen?

9) Ein Mädchen hatte 6 kr. Nach einiger Zeit hatte es 8. Wie viele Kreuzer hatte es jetzt mehr als früher?

10) 8 pf., wie viele Kreuzer? 8 kr., wie viele Groschen?
8 kr., wie viele Sechser? 8 Qt., wie viele Loth?
8 Groschen, wie viele Sechser?

11) Karl hat 8 kr. Er kauft sich für 1 Groschen Papier. Wie viel Geld bleibt ihm übrig?

12) Heinrich hat 8 Aepfel, Wilhelm hat 5. Wie viel hat Heinrich mehr als Wilhelm?

13) Auf einem Bäumchen hingen gestern 8 Nüsse; heute hängen nur noch 4 daran. Wie viele Nüsse sind seitdem herunter gekommen?

Schriftlich.

$6 + 1$	$3 + 3$	$8 = 4 +$	$8 - 1$	$8 - 4$	$8 = 8.$
$7 + 1$	$3 + 5$	$8 = 7 +$	$8 - 7$	$8 - 2$	$8 > 4$?
$4 + 2$	$2 + 5$	$8 = 1 +$	$8 - 2$	$8 - 5$	$8 > 2$?
$6 + 2$	$2 + 6$	$8 = 6 +$	$8 - 6$	$8 - 1$	$8 > 6$?
rc.	rc.	rc.	rc.	rc.	rc.

Die Neun.

I. Zusammensetzen.

$8 + 1 = 9$ (.........).

$7 + 2 =$? $7 + 1 = 8$, $8 + 1 = 9$; $7 + 1 + 1 = 9$; $7 + 2 = 9$.

$6 + 3 =$? $6 + 1 = 7$, $7 + 1 = 8$, $8 + 1 = 9$; $6 + 1 + 1 + 1 = 9$; $6 + 3 = 9$.

Oder: $6 + 3 = 6 + 2 + 1$; $6 + 2 = 8$, $8 + 1 = 9$; $6 + 2 + 1 = 9$; $6 + 3 = 9$.

u. s. f.

II. Zerlegen.

a) $9 = 8 +$? $9 = 7 +$? $9 = 6 +$? $9 = 5 +$? $9 = 4 +$ rc.

b) $9 - 1 =$? $9 = 1 + 8$; von 9 also 1 weg, bleibt 8; $9 - 1 = 8$.

9 — 2 = ? 9 = 2 + 7; von 9 also 2 weg, bleibt 7; 9 — 2 = 7.

Oder: 9 — 1 = 8, 8 — 1 = 7; 9 — 1 — 1 = 7; also ist 9 — 2 = 7.

9 — 3 = ? 9 = 3 + 6; von 9 also 3 weg, bleibt 6; 9 — 3 = 6.

Oder: 9 — 1 = 8, 8 — 1 = 7, 7 — 1 = 6; 9 — 1 — 1 — 1 = 6; 9 — 3 = 6.

u. s. f.

III. Unterscheiden.

9 ist 1 mehr als 8  8 ist 1 weniger als 9.

9 ist 2 mehr als 7  7 ist 2 weniger als 9.

9 ist 3 mehr als 7  6 ist 3 weniger als 9.

u. s. f.

Für die Zahl Neun setzt man das Zeichen 9. Schreiben!

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) 5 — 2 + 4 — 3 + 4 — 2 + 3 — 6 + 3 + 3 — 5 + 4 + 1 — 7?
2) Schreibe 9 mal einen Strich an die Tafel! Wie viele Striche sind es?
3) Wie viel ist 9 mehr als 7? als 4?
4) Ich habe 4; welche Zahl muß ich dazu legen, um 9 zu haben?
5) Nimm von 9 Kugeln immer 3 weg und zähle, wie oft du es thun kannst!
6) In welche 2 verschiedene Theile läßt sich 9 zerlegen?
7) Welche Zahl ist um 4 weniger als 9? ꝛc.

8) 9 Groschen, wie viele Sechser? 9 kr., wie viele Groschen?
9) 9 pf., wie viele Kreuzer? 9 Qt., wie viele Loth?
10) 9 kr., wie viele Sechser? 9 Tage, wie viele Wochen?
11) Marie bekommt 1 Sechser und 1 Groschen, um für 8 kr. Brod zu holen. Wie viel Geld muß sie wiederbringen?

12) Emilie ist 9 Jahre alt, ihre Schwester Auguste ist um 3 Jahre jünger. Wie alt ist Auguste? ꝛc.

Schriftlich. (Siehe Aufg.-Heft.)

4 + 4	2 + 6	9 = 6 +	9 — 4 =	9 — 7	9 = 9.
5 + 4	2 + 7	9 = 4 +	9 — 5 =	9 — 3	9 > 7 ? 2
6 + 2	8 + 1	9 = 7 +	9 — 3 =	9 — 5	9 > 5 ? 4
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

Die Zehn.

I. Zusammensetzen.

9 + 1 = 10 (• • • • • • • • • •).

8 + 2 =? 8 + 1 = 9, 9 + 1 = 10; 8 + 1 + 1 = 10; 8 + 2 = 10.

7 + 3 =? 7 + 1 = 8, 8 + 1 = 9, 9 + 1 = 10; 7 + 1 + 1 + 1 = 10; 7 + 3 = 10.

So fort.

II. Zerlegen.

a) 10 = 9 +? 10 = 8 +? 10 = 7 +? 10 = 6 +? 10 = 5 +? ꝛc.

b) 10 — 1 =? 10 = 1 + 9; von 10 also 1 weg, bleibt 9; 10 — 1 = 9.

10 — 2 =? 10 = 2 + 8; von 10 also 2 weg, bleibt 8; 10 — 2 = 8.

Oder: 10 — 1 = 9, 9 — 1 = 8; 10 — 1 — 1 = 8; also ist 10 — 2 = 8.

So fort.

III. Unterscheiden.

10 ist 1 mehr als 9 • • • • • • • • •
• • • • • • • • • • 9 ist 1 weniger als 10.

10 ist 2 mehr als 8 • • • • • • • •
• • • • • • • • • • 8 ist 2 weniger als 10.

10 ist 3 mehr als 7 • • • • • • •
• • • • • • • • • • 7 ist 3 weniger als 10.

ꝛc. ꝛc.

Um die Zahl Zehn mit Ziffern zu bezeichnen, setzt man zuerst die Ziffer 1 und ihr zur Rechten eine Null, also: 10.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) 3 + 3 + 3 + 1 — 5 + 4 — 5 + 4 — 5 + 4 — 5 + 8? ꝛc.
2) Wie viel ist 4 + 4 und 2? 3 + 3 + 3 + 1?
3) Wie viel ist 10 mehr als 4 + 4? als 3 + 3?
4) Wie viel muß ich zu 7 legen, um 10 zu erhalten?
5) Siehe zu, wie oft du 1 (2, 5) Strich von 10 wegnehmen kannst?
6) Wie viel muß ich von 10 wegthun, damit 4 übrig bleibt?
7) Zehn Groschen, wie viele Sechser? 10 kr., wie viele Groschen?
8) 10 pf., wie viele Kreuzer? 10 Tage, wie viele Wochen?
9) Welche 3 Geldstücke machen zusammen 10 Kreuzer?
10) Karl hat 10 kr.; einen Groschen davon gibt er einem armen Manne. Wie viel Geld hat er noch?
11) Von 10 Aprikosen schenkt Fritz seiner Schwester 4; wie viel behält er für sich?
12) Louise soll 10 Sprüche lernen. Alle Tage lernt sie zwei. Wie viele Tage braucht sie dazu?

Schriftlich.

8 + 1	10 = 8 +	10 = 9 +	10 — 1	10 — 5	10 = 10.
8 + 2	10 = 6 +	10 = 1 +	10 — 9	10 — 7	10 > 4? 6
6 + 2	10 = 4 +	10 = 8 +	10 — 2	10 — 2	10 > 8? 2
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

Uebungen innerhalb des ganzen Zahlenraumes 1 bis 10.

Die bereits vorgekommenen Operationen werden nun an allen Zahlen von 1 bis 10 wiederholt und zur möglichst großen Fertigkeit gebracht. Die äußere Veranschaulichung steht in dem Hintergrund. Sie tritt nur dann hervor, wenn sich hin und wieder bei dem einen oder bei dem andern Schüler findet, daß ein Begriff dem Bewußtsein desselben ganz entwichen ist. Außerdem muß der Schüler jede Zahl mit der Menge ihrer Einer im Geiste sich vorstellen, er muß dieselbe also innerlich anschauen, und hierdurch die verlangte Antwort finden.

4 + 2 = ? 4 + 2 = 4 + 1 + 1; 4 + 1 = 5; 5 + 1 = 6.
6 = 4 + ? 6 = 4 + 1 + 1; 6 = 4 + 2.
6 — 2 = ? 6 — 2 = 6 — 1 — 1; 6 — 1 = 5, 5 — 1 = 4.

So denkend, muß der Schüler rechnen. Dann ist weder sein Wissen todte Gedächtnißsache, noch ist sein Können ein unsicheres Errathen. Um ihn dahin zu bringen, also zu verfahren, so veranlasse man ihn, sich also auszudrücken.

Vermag er das, dann geht man zum Schnellrechnen über, wobei die Operationen bloß gedacht, die Resultate aber ausgesprochen werden.

Hierbei gibt man dem Schüler zuerst so lange Zeit, sich zu besinnen, als er brauchen würde, sich mündlich auszudrücken. Dann kürzt man sie allmählig ab. Zuletzt muß auf die Frage die Antwort rasch erfolgen. Auch lasse man die Schüler wieder bald einzeln, bald im Chor antworten.

I. Das Zählen.

1, 2; 2, 1.

1, 2, 3; 3, 2, 1.

1, 2, 3, 4; 4, 3, 2, 1.

Und so fort.

Welche Zahl folgt auf 3? 6? 2? ꝛc. Welche steht vor 8? 5? 10? ꝛc.

Zwischen welchen zwei Zahlen steht 3? 6? 9? 2? ꝛc.

Welche Zahl liegt zwischen 3 und 5? 7 und 9? 4 und 6? ꝛc.

II. Das Zuzählen.

Mündlich.

Mit 1. 1 + 1; 2 + 1; 3 + 1; 4 + 1; 5 + 1; 6 + 1 ꝛc.

Wie viel ist 3 + 1? 6 + 1? 9 + 1? 5 + 1? 1 + 1? ꝛc.

Ich nenne eine Zahl, und ihr zählt schnell 1 dazu:

4! (4 + 1 = 5) 9! (9 + 1 = 10) 2! (2 + 1 = 3) ꝛc.

Mit 2. 1 + 2; 2 + 2; 3 + 2; 4 + 2; 5 + 2; 6 + 2 ꝛc.

Wie viel ist 4 + 2? (4 + 2 = 6); denn! (4 + 1 = 5, + 1 = 6) ꝛc.

Nun nenne ich Zahlen und ihr zählt rasch 2 dazu:

3! (3 + 2 = 5) 7! (7 + 2 = 9) 4! (4 + 2 = 6) ꝛc.

Eben so lasse man auch die Zahlen 3, 4, 5 ꝛc. zuzählen, doch so, daß die Summe nie mehr als 10 beträgt.

Schriftlich. (Aufg. S. 3. Ziffer 1 u. 2.)

4 + 1	5 + 2	4 + 3	1 + 4	1 + 5	1 + 6
7 + 1	3 + 2	2 + 3	5 + 4	3 + 5	2 + 7
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

III. Das Zerlegen.

a) Im engern Sinne.

Mündlich und schriftlich.

2 = 1 +	3 = 2 +	4 = 3 +	5 = 4 +	6 = 5 +	u.
3 = 1 +	4 = 2 +	5 = 3 +	6 = 4 +	7 = 5 +	s.
4 = 1 +	5 = 2 +	6 = 3 +	7 = 4 +	8 = 5 +	f.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

b) Das Abziehen.

Mündlich.

Mit 1. 10 — 1; 9 — 1; 8 — 1; 7 — 1; 6 — 1; 5 — 1 ꝛc.

Wie viel ist 4 — 1? 8 — 1? 3 — 1? 10 — 1? 7 — 1? ꝛc.

Ich nenne Zahlen, und ihr zieht 1 davon weg:

4! (4 — 1 = 3) 10! (10 — 1 = 9) 7! (7 — 1 = 6) ꝛc.

Mit 2. 10 — 2; 9 — 2; 8 — 2; 7 — 2; 6 — 2; 5 — 2 ꝛc.

Wie viel ist 6 — 2? (6 — 2 = 4) denn! (6 — 1 = 5, — 1 = 4) ꝛc.

Ich nenne Zahlen, und ihr nehmt immer 2 davon weg:

7! (7 — 2 = 5) 9! (9 — 2 = 7) 5! (5 — 2 = 3) ꝛc.

Ebenso so auch mit den Zahlen 3, 4, 5, 6 ꝛc.

Schriftlich.

3 — 1	4 — 2	5 — 3	8 — 4	10 — 5	8 — 6
8 — 1	10 — 2	8 — 3	4 — 4	5 — 5	10 — 7
10 — 1	8 — 2	4 — 3	10 — 4	9 — 5	9 — 8
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

IV. Das Unterscheiden.

Mündlich.

Um zu finden, wodurch sich zwei Dinge von einander unterscheiden, muß man sie mit einander vergleichen. Zahlen unterscheiden sich nur hinsichtlich ihrer Größe von einander. Die Dinge, die sich durch ihre Größe von einander unterscheiden, muß man, um ihren Unterschied zu finden, gegenseitig messen. Zwei Zahlen werden mit einander gemessen,

a) indem man von der größeren Zahl so viel wegnimmt, als die kleinere beträgt. Was übrig bleibt, sagt uns, wie viel die größere der beiden Zahlen mehr ist als die kleinere. Z. B.

Wie viel ist 8 mehr als 5?

. . . . . • • •

5 von 5 weg, bleibt nichts. Warum? Weil 5 außer 5 mal 1 nichts hat. 5 von 8 weg, bleibt 3. Warum? Weil 8 außer 5 noch 3 enthält. Folglich ist 8 um 3 mehr als 5.

Wie viel ist 9 mehr als 4?

. . . . • • • • •

Ich nehme 4 von 9 weg. 4 von 9 bleibt 5. 9 enthält also außer 4 noch 5. Mithin ist 9 um 5 mehr als 4.

Auf diese Weise lasse man nun auch folgende Aufgaben mündlich und schriftlich rechnen.

2 > 1 ? 10 > 2 ? 9 > 3 ? 7 > 4 ? 10 > 5 ? 10 > 6 ?
9 > 1 ? 8 > 2 ? 6 > 3 ? 4 > 4 ? 7 > 5 ? 7 > 6 ?
7 > 1 ? 6 > 2 ? 3 > 3 ? 10 > 4 ? 9 > 5 ? 8 > 7 ?
 ꝛc. ꝛc.

b) indem man auf die kleinere Zahl noch so viel legt, daß sie der größeren gleich wird. So viel man ihr zulegen muß, um so viel ist sie kleiner oder weniger als die größere.

Z. B. Wie viel ist 5 weniger als 8?

• • • • • . . .
• • • • • • • •

Zu 5 muß ich noch 1 + 1 + 1, d. i. 3 legen, um 8 zu erhalten. 5 ist also um 3 weniger als 8.

Um wie viel ist 4 weniger als 9?

• • • • . . . . .

Zu 4 muß ich, um 9 zu erhalten, noch 5 legen. Also ist 4 um 5 weniger als 9.

So werden auch die folgenden Aufgaben und zwar mündlich und schriftlich gerechnet.

3 < 9 ? 4 < 5 ? 6 < 8 ? 2 < 7 ? 5 < 8 ? 4 < 7 ?
2 < 6 ? 7 < 10 ? 2 < 5 ? 1 < 10 ? 4 < 6 ? 7 < 9 ?
5 < 8 ? 2 < 6 ? 3 < 10 ? 8 < 9 ? 1 < 8 ? 3 < 4 ?

V. Das Multipliciren und Dividiren mit Eins.

a) Die Zahlen von 1 bis 10 werden aus 1 erzeugt und in 1 wieder aufgelöst.

(Mündlich und schriftlich.)

1 = 1; 1 mal 1 = 1.
1 + 1 = 2; 2 mal 1 = 2.
1 + 1 + 1 = 3; 3 mal 1 = 3.
1 + 1 + 1 + 1 = 4; 4 mal 1 = 4.
und so fort.

Wie viel ist 3 mal 1? (3 mal 1 = 1 + 1 + 1; 1 + 1 = 2, + 1 = 3; 3 mal 1 = 3) ꝛc.

Drei ist wie vielmal 1? (3 = 1 + 1 + 1; 3 = 3 mal 1) ꝛc.

(Zur Veranschaulichung dieser Operationen leisten die Finger gute Dienste.)

b) Es wird gesucht, wie oft 1 in den Zahlen von 1 bis 10 enthalten ist.

1 = 1; 1 in 1 = 1 mal.

2 — 1 = 1; 1 in 2 = 2 mal.

3 — 1 — 1 = 1; 1 in 3 = 3 mal.

4 — 1 — 1 — 1 = 1; 1 in 4 = 4 mal u. s. f.

Unterrichtl. Verfahren: Wie viele Bohnen sind in meiner (geschlossenen) Hand enthalten? — Die Schüler wissen das natürlich nicht. Man nimmt nun, indem die Kinder 1 mal, 1 mal 2c. zählen, eine Bohne nach der andern heraus. Hat man z B. 4 mal 1 Bohne herausgenommen, dann fragt man wieder, ohne daß die Schüler die herausgenommenen Bohnen übersehen können: Nun, wie viele Bohnen waren in meiner Tasche enthalten? Antwort 4. Woher wißt ihr das? Weil 4 mal 1 Bohne herausgenommen worden sind.

Seht zu, wie oft die Eins von 4 weggenommen werden kann! (1 mal, 2 mal, 3 mal, 4 mal.) Wie oft ist also 1 in 4 enthalten? Warum ist 1 in 4 viermal enthalten? Weil die Eins von 4 viermal weggenommen werden kann. — So jede Zahl von 1 bis 10!

In welcher Zahl ist die Eins viermal enthalten? Antwort: Die Eins ist viermal enthalten in 1 + 1 + 1 + 1, d. i. in 4 mal 1 oder 4 2c.

Schriftlich.

3 = 3 mal 1;	1 in 1 ist 1 mal;	1 ist 3 mal in 3.
5 = 5 mal 1;	1 in 8 ist 8 mal;	1 ist 8 mal in 8.
7 = 7 mal 1;	1 in 5 ist 5 mal;	1 ist 5 mal in 5.
2c.	2c.	2c.

VI. Verschiedene Aufgaben.

1) 4 + 4 — 3 + 5 — 4 + 3 — 5 + 2 — 3 + 5 — 4 — 2?
2) Wie oft ist 1 enthalten in 4? in 8? in 6? 2c.
3) Welche zwei Zahlen geben zusammen 5? 7? 10?
4) Wie viel muß man zu 4 legen, um 8 zu erhalten?
5) Wie viel ist 9 mehr als 5? als 3?
6) 7 ist um wie viel weniger als 10?
7) Wie viele Füsse hat das Pferd mehr als die Gans?
8) Der Käfer hat 6 Füsse; wie viele Füsse hat er mehr als die Taube? als das Eichhörnchen?
9) Auf einer Bank sitzen 5 Kinder; 3 kommen noch dazu; wie viele Kinder sitzen jetzt auf derselben?

Auf diese Weise lasse man nun auch folgende Aufgaben mündlich und schriftlich rechnen.

2 > 1 ? 10 > 2 ? 9 > 3 ? 7 > 4 ? 10 > 5 ? 10 > 6 ?
9 > 1 ? 8 > 2 ? 6 > 3 ? 4 > 4 ? 7 > 5 ? 7 > 6 ?
7 > 1 ? 6 > 2 ? 3 > 3 ? 10 > 4 ? 9 > 5 ? 8 > 7 ?
2c. 2c.

b) indem man auf die kleinere Zahl noch so viel legt, daß sie der größeren gleich wird. So viel man ihr zulegen muß, um so viel ist sie kleiner oder weniger als die größere.

3. B. Wie viel ist 5 weniger als 8?

• • • • • . . .
• • • • • • • •

Zu 5 muß ich noch 1 + 1 + 1, d. i. 3 legen, um 8 zu erhalten. 5 ist also um 3 weniger als 8.

Um wie viel ist 4 weniger als 9?

• • • • . . . . .

Zu 4 muß ich, um 9 zu erhalten, noch 5 legen. Also ist 4 um 5 weniger als 9.

So werden auch die folgenden Aufgaben und zwar mündlich und schriftlich gerechnet.

3 < 9 ? 4 < 5 ? 6 < 8 ? 2 < 7 ? 5 < 8 ? 4 < 7 ?
2 < 6 ? 7 < 10 ? 2 < 5 ? 1 < 10 ? 4 < 6 ? 7 < 9 ?
5 < 8 ? 2 < 6 ? 3 < 10 ? 8 < 9 ? 1 < 8 ? 3 < 4 ?

V. Das Multipliciren und Dividiren mit Eins.

a) Die Zahlen von 1 bis 10 werden aus 1 erzeugt und in 1 wieder aufgelöst.

(Mündlich und schriftlich.)

1 = 1; 1 mal 1 = 1.
1 + 1 = 2; 2 mal 1 = 2.
1 + 1 + 1 = 3; 3 mal 1 = 3.
1 + 1 + 1 + 1 = 4; 4 mal 1 = 4.
und so fort.

Wie viel ist 3 mal 1? (3 mal 1 = 1 + 1 + 1; 1 + 1 = 2, + 1 = 3; 3 mal 1 = 3) 2c.

Drei ist wie vielmal 1? (3 = 1 + 1 + 1; 3 = 3 mal 1) 2c.

(Zur Veranschaulichung dieser Operationen leisten die Finger gute Dienste.)

b) Es wird gesucht, wie oft 1 in den Zahlen von 1 bis 10 enthalten ist.

1 = 1; 1 in 1 = 1 mal.

2 — 1 = 1; 1 in 2 = 2 mal.

3 — 1 — 1 = 1; 1 in 3 = 3 mal.

4 — 1 — 1 — 1 = 1; 1 in 4 = 4 mal u. s. f.

Unterrichtl. Verfahren: Wie viele Bohnen sind in meiner (geschlossenen) Hand enthalten? — Die Schüler wissen das natürlich nicht. Man nimmt nun, indem die Kinder 1 mal, 1 mal 2c. zählen, eine Bohne nach der andern heraus. Hat man z B. 4 mal 1 Bohne herausgenommen, dann fragt man wieder, ohne daß die Schüler die herausgenommenen Bohnen übersehen können: Nun, wie viele Bohnen waren in meiner Tasche enthalten? Antwort 4. Woher wißt ihr das? Weil 4 mal 1 Bohne herausgenommen worden sind.

Seht zu, wie oft die Eins von 4 weggenommen werden kann! (1 mal, 2 mal, 3 mal, 4 mal.) Wie oft ist also 1 in 4 enthalten? Warum ist 1 in 4 viermal enthalten? Weil die Eins von 4 viermal weggenommen werden kann. — So jede Zahl von 1 bis 10!

In welcher Zahl ist die Eins viermal enthalten? Antwort: Die Eins ist viermal enthalten in 1 + 1 + 1 + 1, d. i. in 4 mal 1 oder 4 2c.

Schriftlich.

3 = 3 mal 1;	1 in 1 ist 1 mal;	1 ist 3 mal in 3.
5 = 5 mal 1;	1 in 8 ist 8 mal;	1 ist 8 mal in 8.
7 = 7 mal 1;	1 in 5 ist 5 mal;	1 ist 5 mal in 5.
2c.	2c.	2c.

VI. Verschiedene Aufgaben.

1) 4 + 4 — 3 + 5 — 4 + 3 — 5 + 2 — 3 + 5 — 4 — 2?
2) Wie oft ist 1 enthalten in 4? in 8? in 6? 2c.
3) Welche zwei Zahlen geben zusammen 5? 7? 10?
4) Wie viel muß man zu 4 legen, um 8 zu erhalten?
5) Wie viel ist 9 mehr als 5? als 3?
6) 7 ist um wie viel weniger als 10?
7) Wie viele Füsse hat das Pferd mehr als die Gans?
8) Der Käfer hat 6 Füsse; wie viele Füsse hat er mehr als die Taube? als das Eichhörnchen?
9) Auf einer Bank sitzen 5 Kinder; 3 kommen noch dazu; wie viele Kinder sitzen jetzt auf derselben?

10) Marie hatte 4 Blumenstöcke; dazu bekam sie noch 2 Rosen- und 2 Nelkenstöcke. Wie viele Blumenstöcke hatte sie nun?
11) Den Winter über verdarben ihr aber 3 davon. Wie viele Blumenstöcke besaß sie im Frühjahre noch?
12) Für 1 kr. bekommt man 6 Aepfel, oder 10 Nüsse. Wie viele Nüsse erhält man mehr als Aepfel?
13) Karl soll 9 Liederverse lernen; 5 kann er schon; wie viele hat er noch zu lernen?
14) Wilhelmine ist 10 Jahre alt, ihre Schwester 7; um wie viel ist sie älter als ihre Schwester?
15) Christian hat 10 Geldstücke, nämlich Kreuzer und Groschen; wie viele Kreuzer und wie viele Groschen mögen es wohl sein?
16) August hat einen Sechser, 1 Groschen und 1 Kreuzer; wie viele Kreuzer macht das zusammen?
17) Herrmann hat 7 Aepfel; jeden Tag ißt er einen davon; wie lange hat er daran?
18) Zwei Knaben bekommen 10 Kirschen; wie viel wird jeder derselben davon erhalten?

Zweite Stufe.

Der Zahlenraum von 10 auf 20 erweitert.

Der Zehner.

4 Quint zusammen heißen 1 Loth; 4 Pfennige zusammen heißen 1 Kreuzer; 3 Kreuzer zusammen heißen 1 Groschen; 6 Kreuzer zusammen heißen 1 Sechser. So nennt man **zehn Eins oder zehn Einer zusammengenommen einen Zehner.**

Sind 9 Einer auch ein Zehner? Wie viel fehlt daran? Wie viel fehlt an 8, 5, 7. 4, 6, 3, 2 Einer zu 1 Zehner?

| •••••••••• | ist = 1 Zehner und 0 Einer, geschrieben: 10.

Was bedeutet die Ziffer 1, wenn sie allein (1) steht? Was bedeutet sie, wenn sich zu ihrer Rechten eine Null befindet (10)? Schreibt einen Einer! einen Zehner!

Die Elf.

I. Zusammensetzen oder Bilden.

• • • • • • • • • • •

Wie heißen die 10 Einer zusammengefaßt? Gehört der Einer darunter auch zu diesem Zehner? Wie viele Einer fehlen noch, bis der zweite Zehner voll ist?

1 Zehner und 1 Einer, Zehn und Eins, heißen mit einem Worte Elf (Eilf), geschrieben: 11.

Was bedeutet die 1 rechter Hand? Was bedeutet die 1 linker Hand? Schreibt 1 Einer! 1 Zehner! (10) Schreibt 1 Zehner und 1 Einer zusammen! (11).

$$9 + 2 = ?$$

Zu 9 fehlt noch 1, bis der Zehner voll ist. Diese 1 nehme ich von 2; 2 = 1 + 1. Ich zähle daher zu 9 erst 1 und dann noch 1; 9 + 1 = 10, 10 + 1 = 11; 9 + 2 = 11.

8 + 3? 7 + 4? 6 + 5? 5 + 6? 4 + 7? 3 + 8? ꝛc.

Fragen: Wie zählt man 3 zu 8? 5 zu 6? 4 zu 7? ꝛc.

Schriftlich.

9 + 2 = 11; denn 9 + 1 = 10, 10 + 1 = 11.
8 + 3 = 11; denn 8 + 2 = 10, 10 + 1 = 11.

ꝛc.

Anm. Die intensiv bildende Kraft des zweckmäßig ertheilten Rechenunterrichts (sowie jedes anderen) besteht hauptsächlich darin, daß durch denselben der Schüler veranlaßt wird, sich in das Lehrobjekt völlig hinein zu denken, sich in dasselbe zu vertiefen. Hierdurch werden alle seine Seelenkräfte angespannt und koncentrirt nach einer Richtung hin in Thätigkeit gesetzt. Der Unterricht wird zu einer geistigen Gymnastik. Dieß wird auch beim schriftlichen Rechnen erzielt, wenn der Schüler angeleitet wird, die Ausrechnung so zu geben, daß sie die Begründung in sich schließt.

II. Zerlegen.

a) 11 = 10 + ? 11 = 10 + 1.
11 = 9 + ? 11 = 9 + 1 + 1; 11 = 9 + 2.
11 = 8 + ? 11 = 8 + 2 + 1; 11 = 8 + 3.
11 = 7 + ? 11 = 7 + 3 + 1; 11 = 7 + 4.

u. s. f.

Fragen: Wie viel muß man zu 8 legen, um 11 zu erhalten? Wie viel zu 9? 6? 10? 5? ꝛc.

In meinen 2 Händen habe ich 11 Bohnen. Wie viel in jeder?

Schriftlich.

$11 = 10 + 1.$
$11 = 9 + 1 + 1; 11 = 9 + 2.$
$11 = 8 + 2 + 1; 11 = 8 + 3.$
ꝛc.

b) $11 - 2 = ?$

$11 = 10 + 1$; hiervon soll 2 weggenommen werden. Ich nehme erst 1 weg und dann noch 1; $11 - 1 = 10$, $10 - 1 = 9$; $11 - 1 - 1 = 9$; $11 - 2 = 9$.

$11 - 1$? $11 - 3$? $11 - 4$? $11 - 5$? $11 - 6$? ꝛc.

Fragen: Wie viel ist $11 - 3$? $11 - 8$? $11 - 5$? ꝛc.

Schriftlich.

$11 - 4 = 7$; denn $11 - 1 = 10$, $10 - 3 = 7$.
$11 - 3 = 8$; denn $11 - 1 = 10$, $10 - 2 = 8$.
ꝛc.

III. Unterscheiden.

Um wie viel ist

a) 11 mehr als 10?	b) 10 weniger als 11?
11 mehr als 9?	9 weniger als 11?
11 mehr als 8?	8 weniger als 11?
ꝛc.	ꝛc.

Schriftlich.

$11 > 10$? $11 - 10 = 1$; 11 ist 1 mehr als 10.
$11 > 8$? $11 - 8 = 3$; 11 ist 3 mehr als 8.
u. s. f.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) Wie viel ist $5 + 5 + 1$? $4 + 4 + 3$?
2) In welche Zahlenpaare läßt sich 11 zerlegen?
3) Zwei Zahlen machen zusammen 11; die eine ist 6; wie heißt die andere? Die eine heißt 4, wie die andere? ꝛc.
4) Wie viel ist 11 mehr als 7? als 5? als 3?
5) Um wie viel weniger als 11 ist 8? 6? 4?
6) Wie viel bleibt übrig, wenn 9 von 11 weggenommen wird?
7) Wie viel muß ich zu 2 legen, um 11 zu erhalten?
8) Was ist mehr: 2 mal 4 und 1, oder 2 mal 5 und 1? wie viel?

9) 11 Doppelpfennige, wie viele Kreuzer?
10) 11 Kreuzer, wie viele Groschen?
11) 11 einfache Pfennige, wie viele Kreuzer?
12) Fünf Kreuzer nennt man auch 1 Batzen. 11 Kreuzer, wie viele Batzen?
13) 11 Kreuzer, wie viele Sechser?
14) 11 Tage, wie viele Wochen?
15) Herrmann hat 5 kr.; seine Schwester Sophie hat nochmal so viel und noch 1 kr. Wie viel Geld hat diese?

Die Zwölf.

1. Zusammensetzen.

• • • • • • • • • • •
• •

1 Zehner 1 Einer und noch 1 Einer = 1 Zehner 2 Einer. Die 2 Einer gehören zum zweiten Zehner. Zu den 2 Einern gehören noch 8 Einer, bis der zweite Zehner auch voll ist.

1 Zehner und 2 Einer, Zehn und Zwei heißt Zwölf.

1 Zehner, mit Ziffern geschrieben = 10.
1 Zehner + 1 Einer, mit Ziffern geschrieben = 11.
1 Zehner + 2 Einer, mit Ziffern geschrieben = 12.

9 + 3 =?

9 + 3 = 9 + 1 + 2; 9 + 1 = 10, 10 + 2 = 12; 9 + 1 + 2 = 12; 9 + 3 = 12. — Ebenso auch

8 + 4; 7 + 5; 6 + 6; 5 + 7; 4 + 8 2c.

Schriftlich.

11 + 1 = 12; denn 11 + 1 = 10 + 1 + 1 = 10 + 2 = 12.
9 + 3 = 12; denn 9 + 1 = 10, 10 + 2 = 12.
2c.

Anm. Auf den zwei ersten Stufen geben die Additions-Aufgaben bei den einzelnen Zahlen immer dieselbe Summe; hier immer 12. Hat der Schüler die Summe des ersten Zahlenpaares (9 + 3) gefunden, so hat er auch die Summe aller folgenden (8 + 4, 7 + 5 2c.). Hierdurch verleitet, könnte man diese Uebung leicht für zwecklos halten. Darum bemerken wir, daß die Additions-Uebungen bei den einzelnen Zahlen weniger den Zweck haben, die Summe zu erfahren, als vielmehr den, der Art und Weise, wie man 2 Zahlen in eine Zahl vereinigt, sich bewußt zu werden und dabei die verschiedenen Zahlenpaare kennen zu lernen, welche zusammen eine und dieselbe Zahl ausmachen.

II. Zerlegen.

a) $12 = 11 + ?$ $12 = 11 + 1.$
$= 10 + ?$ $12 = 10 + 2.$
$= 9 + ?$ $12 = 9 + (1 + 2) = 9 + 3.$
$= 8 + ?$ $12 = 8 + (2 + 2) = 8 + 4.$

ꝛc.

Schriftlich.

$12 = 10 + 1 + 1;\ 12 = 10 + 2.$
$12 = 6 + 4 + 2;\ 12 = 6 + 6.$

ꝛc.

b) $12 - 1 = ?$

$12 = 1 + 11$; von 12 also 1 weg, bleibt 11. Oder: $12 = 10 + 2$. Hiervon 1 wegzunehmen. Dieß 1 nehme ich von 2; statt $10 + 2$ ist dann noch $10 + 1$ vorhanden; $10 + 1 = 11$. Also ist $12 - 1 = 11$.

$12 - 3 = ?$

$12 = 10 + 2$. Davon soll ich 3 wegnehmen. Ich nehme zuerst 2 weg und dann noch 1. $12 - 2 = 10$, $10 - 1 = 9$; $12 - 3 = 9$.

Ebenso: $12 - 1?$ $12 - 4?$ $12 - 5?$ $12 - 6$ ꝛc.

Schriftlich.

$12 - 1 = 11$, denn $12 = 1 + 11$.
$12 - 2 = 10$, denn $12 = 2 + 10$.
$12 - 3 = 9$, denn $12 - 2 = 10$, $10 - 1 = 9$.

ꝛc.

III. Unterscheiden.

Um wie viel ist

12 mehr als 11? 11 weniger als 12?
12 mehr als 10? 10 weniger als 12?
ꝛc. ꝛc.

Schriftlich.

$12 > 11?$ $12 - 11 = 1$; 12 ist 1 mehr als 11.
$12 > 10?$ $12 - 10 = 2$; 12 ist 2 mehr als 10.

ꝛc.

Wie bei 11 und 12, so lasse man auch bei den folgenden Zahlen unmittelbar nach der mündlichen Behandlung jeder Uebung sogleich das schriftliche Rechnen folgen. Die Vortheile hiervon, für Lehrer wie für Schüler, sind zu einleuchtend, als daß es nöthig wäre, sie nachzuweisen. Das Aufgabenheftchen ist auch ganz dem entsprechend eingerichtet.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) 6 — 4 + 6 — 4 + 6 — 4 + 6 — 5 + 4 — 5 + 4 — 5 ꝛc.
2) 2 — 1 + 3 — 2 + 4 — 3 + 5 — 4 + 6 — 5 + 7 — 6.
3) Untersuche, wie oft du 1 Strich (2, 3, 4, 6) von 12 ablöschen kannst!
4) Welche Zahl ist um 3 größer als 9?
5) Zähle 9 zu 3! 4 zu 8! 7 zu 5! 6 zu 6!
6) Wie viel ist 12 größer als die Zahl 8?
7) Verkleinere die 12 um 5! um 3! um 7!
8) Wie viel muß man zu 4 fügen, um 12 zu erhalten?
9) 12 Kreuzer machen 1 Zwölfer.
1 Zwölfer = 2 Sechser = 4 Groschen = 12 Kreuzer.
10) Wie viel ist 1 Zwölfer mehr als 1 Sechser und 1 Gr.?
11) Fritz hat 1 Sechser, 1 Gr. und 1 kr.; wie viel fehlt ihm noch zu 1 Zwölfer?
12) Karl erhält 1 Zwölfer, um für 5 Kreuzer Brod zu holen. Wie viel muß er wiederbringen?
13) August gab für hundert Nüsse 1 Zwölfer hin und bekam 4 Kreuzer zurück. Wie viel mußte er bezahlen?
14) 12 Monate machen 1 Jahr. Wie heißen die 12 Monate?

Die Dreizehn.

I. Zusammensetzen.

• • • • • • • • • • • •
• • •

1 Zehner 2 Einer und noch 1 Einer = 1 Zehner 3 Einer. Die 3 Einer gehören ꝛc.

1 Z. + 3 E., 10 + 3 ist Dreizehn, geschrieben: 13.

12 + 1 =? 12 + 1 = 10 + 2 + 1 = 10 + 3 = 13.
11 + 2 =? 11 + 2 = 10 + 1 + 2 = 10 + 3 = 13.
9 + 4 =? 9 + 4 = 9 + 1 + 3 = 10 + 3 = 13.
ꝛc.

II. Zerlegen.

a) 13 = 12 + ? 13 = 11 + ? 13 = 10 + ? 13 = 9 + ? ꝛc.

b) 13 — 1 = ? 13 = 10 + 3; hiervon 1 weg = 10 + 2 = 12.
13 — 2 = ? 13 = 10 + 3; hiervon 2 weg = 10 + 1 = 11.
13 — 3 = ? 13 = 10 + 3; hiervon 3 weg = 10.
13 — 4 = ? 13 — 4 = 13 — 3 — 1; 13 — 3 = 10,
10 — 1 = 9.

ꝛc.

III. Unterscheiden.

Um wie viel ist

13 mehr als 12?	12 weniger als 13?
13 mehr als 11?	11 weniger als 13?
13 mehr als 10?	10 weniger als 13?

ꝛc.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) In welche zwei verschiedene Zahlen läßt sich 11 zerlegen?
2) Welche kleinere Zahl ist von 13 um 4 entfernt?
3) Wie weit ist 13 von 8 entfernt?
4) Wie zählt man 9 + 4; 5 + 8; 7 + 6 zusammen?
5) Wie viel ist 13 mehr als 5 + 4?
6) Wie viel ist 6 + 6 weniger als 13?
7) 13 pf., wie viele Kreuzer? Groschen?
8) 13 Kreuzer, wie viele Groschen? Sechser? ꝛc.

Die Vierzehn.

I. Zusammensetzen.

• • • • • • • • • •
• • • •

1 Zehner 3 Einer + 1 Einer = 1 Zehner 4 Einer = Zehn und Vier = 14.

Wie zählt man zusammen

13 + 1? 12 + 2? 11 + 3? 10 + 4? 9 + 5?

ꝛc.

II. Zerlegen.

a) 14 = 13 + ? 14 = 12 + ? 14 = 11 + ? 14 = 10 + ? ꝛc.
Wie viel muß man zu 12 legen, um 14 zu erhalten? Wie viel zu 9? 13? 11? 8? ꝛc.

b) 14 — 1 = ? 14 = 1 + 13; von 14 also 1 weg, bleibt 13. Oder: 14 = 10 + 4; von 4 Eins weg, bleibt 10 + 3 = 13.

14 — 2 = ? 14 = 2 + 12; von 14 also 2 weg, bleibt 12. Oder: 14 = 10 + 4; von 4 Zwei weg, bleibt 10 + 2 = 12.

ꝛc.

III. Unterscheiden.

Um wie viel ist

14 mehr als 13?	13 weniger als 14?
14 mehr als 12?	12 weniger als 14?
ꝛc.	ꝛc.

VI. Verschiedene Aufgaben.

1) Von 14 nehme ich 4 + 5 weg; wie viel bleibt übrig?
2) Wie viel ist 14 mehr als 4 + 4 + 4?
3) 14 — 6 + 5 — 4 + 3 — 6 + 5 — 4 + 6 — 5 ꝛc.?
4) 14 Tage, wie viele Wochen? 14 Monate, wie v. Jahre?
5) 14 Groschen, wie viele Sechser? 14 Sechser, wie v. Zwölfer.?
6) Karl hat 14 Nüsse; 3 davon ißt er, und 3 gibt er seiner Schwester. Wie viele Nüsse hat er noch?
7) August hat 1 Sechser, 1 Groschen und 1 Kreuzer. Wie viel fehlt ihm noch auf 14 kr.? ꝛc.

Die Fünfzehn.

I. Zusammensetzen.

• • • • • • • • • •
• • • • •

1 Zehner 4 Einer + 1 Einer = 1 Zehner 5 Einer = 10 + 5 = 15.

Wie zählst du

1 zu 14? 2 zu 13? 3 zu 12? 4 zu 11? 6 zu 9? ꝛc.

II. Zerlegen.

a) 15 = 14 + ? 15 = 13 + ? 15 = 12 + ? 15 = 11 + ? ꝛc.
b) 15 — 1 = ? 15 — 2 = ? 15 — 3 = ? 15 — 4 = ? ꝛc.

III. Unterscheiden.

15 ist 1 mehr als 14; 14 ist 1 weniger als 15;
15 ist 2 mehr als 13; 13 ist 2 weniger als 15;
15 ist 3 mehr als 12; 12 ist 3 weniger als 15.
ꝛc. ꝛc.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) 6 — 3 + 6 — 3 + 6 — 3 + 6 — 7 + 5 — 7 + 5 — 7?
2) Wie viel ist 6 + 6 + 3 — 8? 5 + 5 + 5 — 9?
3) Wie viel ist 15 mehr als 2 mal 6? als 3 + 4 + 5?
4) Was ist mehr: 5 + 5 + 5, oder 4 + 5 + 6?
5) Ich habe 8; wie viel muß ich dazu legen, um 15 zu haben?
6) 15 kr., wie viele Groschen? Batzen? Sechser?
7) 15 Qt., wie viele Loth? 15 Tage, wie viele Wochen?
8) Ein Knabe erhält vom Vater 6 kr., von der Mutter 5 kr. und von seinem Pathen 4 kr. Wie viel Geld hat er bekommen?
9) Von diesem seinem Gelde gibt er täglich 3 kr. aus. Wie lange hat er daran?
10) Auguste hat 2 Sechser und 1 Groschen. Davon gibt sie 1 Sechser und 2 kr. einer armen Frau. Wie viel Geld hat sie noch?

Die Sechszehn.

I. Zusammensetzen.

• • • • • • • • • •
• • • • • •

1 Zehner 5 Einer + 1 Einer = 1 Zehner 6 Einer = 10 + 6 = 16.

15 + 1 =? 14 + 2 =? 13 + 3 =? 12 + 4 =? ꝛc.

Wie zählt man 4 zu 12? 7 zu 9? 3 zu 13? 8 zu 8? ꝛc.

II. Zerlegen.

a) 16 = 15 +? 16 = 14 +? 16 = 13 +? 16 = 12 +? ꝛc.
Wie viel muß man zu 13 legen, um 16 zu erhalten?
Wie viel zu 9? zu 14? zu 8? zu 10? ꝛc.

b) 16 — 1 =? 16 — 2 =? 16 — 3 =? 16 — 4 =? ꝛc.
Wie nimmt man von 16 drei? 5? 7? 9? 4? ꝛc.
Wie viel ist 16 — 6? 16 — 10? 16 — 5? 16 — 8? ꝛc.

III. Unterscheiden.

16 ist 1 mehr als 15;	15 ist 1 weniger als 16;
16 ist 2 mehr als 14;	14 ist 2 weniger als 16;
16 ist 3 mehr als 13;	13 ist 3 weniger als 16.
ꝛc.	ꝛc.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) Welche Zahl gehört zu 9, um 16 zu erhalten?
2) 16 ist 4 mehr als welche Zahl?
3) Ich lege zu 8 noch eine Zahl und erhalte 16; wie heißt sie?
4) Wie oft muß ich 4 Striche setzen, um 16 zu erhalten?

ꝛc.

5) 16 Maas (Dreiling, Sechszehntel) machen einen Metzen. Wie viel ist 1 Mtz. mehr als 11 Ms.? als 7 Ms.? als 13 Ms.?
6) 6 Mtz. machen einen Scheffel; 16 Mtz., wie viele Scheffel?
7) Albrecht erhält am Sonntag 4 Aepfel, am Montag 4 Aepfel, am Dienstag 4 Aepfel und am Mittwoch 4. Wie viele Aepfel hat er an diesen 4 Tagen erhalten?
8) Marie kauft sich für 2 Kreuzer Aprikosen. Für den einen Kreuzer bekommt sie 8 und für den andern wieder 8. Wie viele Aprikosen erhält sie im Ganzen?

Die Siebenzehn.

I. Zusammensetzen.

• • • • • • • • • • • •
• • • • • • • • • • •

1 Zehner 6 Einer und 1 Einer = 1 Zehner 7 Einer = 10 + 7 = 17.

16 + 1 =? 15 + 2 =? 14 + 3 =? 13 + 4 =? ꝛc.

Wie zählt man 4 zu 13? 8 zu 9? 9 zu 8? 6 zu 11? ꝛc.

II. Zerlegen.

a) 17 = 16 +? 17 = 15 +? 17 = 14 +? 17 = 13 +? ꝛc.

Wie viel muß man zu 14 legen, um 17 zu erhalten? Wie viel zu 10? ꝛc.

b) 17 — 1 =? 17 — 2 =? 17 — 3 =? 17 — 4 =? ꝛc.

Wie zieht man von 17 Acht weg? Wie 4? Wie 9? ꝛc.

Wie viel ist 17 — 4? 17 — 9? 17 — 3? 17 — 8? ꝛc.

7 — 1   7 — 2   7 — 3   7 — 4   7 — 5   7 — 6   7 — 7
17 — 1   17 — 2   17 — 3   17 — 4   17 — 5   17 — 6   17 — 7

III. Unterscheiden.

17 ist um 1 mehr als 16; 16 ist um 1 weniger als 17;
17 ist um 2 mehr als 15; 15 ist um 2 weniger als 17;
17 ist um 3 mehr als 14; 14 ist um 3 weniger als 16;
ꝛc. ꝛc.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) Wie viel muß ich zu 9 fügen, um 17 zu erhalten?
2) Wie viel muß ich von 17 nehmen, damit 12 übrig bleibt?
3) Wie viel ist 17 mehr als 5 + 5 + 5?
4) Ich weiß eine Zahl; füge ich 7 dazu, so erhalte ich 17. Welche Zahl ist es?
5) Um wie viel ist 8 + 8 weniger als 17? ꝛc.
6) 17 pf., wie viele Kreuzer? 17 kr., wie viele Groschen? ꝛc.
7) Heinrich hatte 17 Aepfel. Jetzt hat er nur noch 9. Wie viel hat er gegessen?
8) Adolph bekam 17 Kirschen, Gustav 13. Wie viele Kirschen erhielt Adolph mehr als Gustav? ꝛc.

Die Achtzehn.

I. Zusammensetzen.

• • • • • • • • • •
• • • • • • • •

1 Zehner 7 Einer und 1 Einer = 1 Zehner 8 Einer = 10 + 8 = 18.

17 + 1 = ? 16 + 2 = ? 15 + 3 = ? 14 + 4 = ? 13 + 5 = ? ꝛc.

Wie zählst du 4 zu 14? 9 zu 9? 7 zu 11? ꝛc.

II. Zerlegen.

a) 18 = 17 + ? 18 = 16 + ? 18 = 15 + ? 18 = 14 + ꝛc.

Wie viel muß man zu 12 fügen, um 18 zu erhalten? ꝛc.

b) 18 — 1 = ? 18 — 2 = ? 18 — 3 = ? 18 — 4 = ? 18 — 5 = ? ꝛc.

8 — 1? 8 — 2? 8 — 3? 8 — 4? 8 — 5?
18 — 1? 18 — 2? 18 — 3? 18 — 4? 18 — 5? ꝛc.

Wie viel ist 18 — 4? 18 — 14? 18 — 2? 18 — 12? ꝛc.

III. Unterscheiden.

18 ist um 1 mehr als 17; 17 ist um 1 weniger als 18;
18 ist um 2 mehr als 16; 16 ist um 2 weniger als 18;
18 ist um 3 mehr als 15; 15 ist um 3 weniger als 18.
ꝛc. ꝛc.

Verschiedene Aufgaben.

1) 6 + 6 + 4 — 8 + 9 — 12 + 13 — 9 + 6 — 10?
2) Um wie viel ist 18 mehr als 5 + 5 + 1?
3) Wie oft muß ich 6 zusammenlegen, um 18 zu erhalten?
4) Wie viel muß ich von 18 nehmen, damit 9 übrig bleibt?
5) Siehe zu, wie oft du 3 zusammenlegen mußt, um 18 zu erhalten?
6) 18 kr., wie viele Groschen? wie viele Sechser?
7) 18 kr. = 12 kr. + 6 kr. = 1 Zwölfer und 1 Sechser.
8) 18 Monate, wie viele Jahre? 18 Stücke, wie v. Dutzend?
9) Adolph hat 3 Sechser und gibt 2 Sechser und 1 Groschen davon aus. Wie viel Geld bleibt ihm übrig?
10) Wie viele Sechserbrode kann man für 18 kr. kaufen?

Die Neunzehn.

I. Zusammensetzen.

• • • • • • • • • •
• • • • • • • • •

1 Zehner 8 Einer und 1 Einer = 1 Zehner 9 Einer = 10 + 9 = 19.

18 + 4 = ? 17 + 2 = ? 16 + 3 = ? 15 + 4 = ? 14 + 5 = ? ꝛc.

Wie zählt man 4 zu 15? 6 zu 13? 11 zu 8? 12 zu 7?

II. Zerlegen.

a) 19 = 18 + ? 19 = 17 + ? 19 = 16 + ? 19 = 15 + ? 19 = 14 + ?

Wie viel muß man zu 14 legen, um 19 zu erhalten? ꝛc.

b) 19 — 1 = ? 19 — 2 = ? 19 — 3 = ? 19 — 4 = ? 19 — 5 = ? ꝛc.

9 — 4? 9 — 8? 9 — 3? 9 — 6? 9 — 2?
19 — 4? 19 — 8? 19 — 3? 19 — 6? 19 — 2? ꝛc.

Wie nimmst du 4 von 19? wie 14? 5? 15? 6? 16? ꝛc.

III. Unterscheiden.

19 ist um 1 mehr als 18; 18 ist um 1 weniger als 19;
19 ist um 2 mehr als 17; 17 ist um 2 weniger als 19;
19 ist um 3 mehr als 16; 16 ist um 3 weniger als 19.
ꝛc. ꝛc.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) Welche Zahl ist um 7 kleiner als 19?
2) Ich habe 12; welche Zahl muß ich dazu legen, um 19 zu haben?
3) Wie viel muß ich von 19 wegnehmen, damit 13 übrig bleibt?
4) Gestern hatte ich 19 kr.; heute habe ich noch 5. Wie viele Kreuzer habe ich davon ausgegeben?
5) Ich habe 19 Nüsse; 11 davon esse ich, die übrigen gebe ich dem Herrmann. Wie viel bekommt dieser?
6) Mit was für Geldstücken kann man 19 kr. zahlen?
7) 19 kr., wie viele Groschen? Sechser?
8) 19 Tage wie viele Wochen?

Die Zwanzig.

I. Zusammensetzen.

• • • • • • • • • • :
• • • • • • • • • • •

Wenn ich zu 1 Zehner und 9 Einern noch 1 Einer setze, so wird der zweite Zehner voll.

2 Zehner oder 2 mal Zehn = Zwanzig, geschrieben 20.

19 + 1 = ? 18 + 2 = ? 17 + 3 = ? 16 + 4 = ? 15 + 5 = ? ꝛc.

II. Zerlegen.

a) 20 = 19 + ? 20 = 18 + ? 20 = 17 + ? 20 = 16 + ? ꝛc.

Wie viel muß man zu 8 legen, um 10 zu erhalten? wie viel zu 6? ꝛc.
Wie viel zu 18, um 20 zu bekommen? wie viel zu 16? ꝛc.
Zu welcher Zahl muß man 5 legen, um 1 Zehner zu erhalten? ꝛc.
Zu welcher Zahl muß man 3 legen, um 2 Zehner zu bekommen? ꝛc.

b) 20 — 1 = ? 20 — 2 = ? 20 — 3 = ? 20 — 4 = ? ꝛc.

10 — 1? 10 — 4? 10 — 2? 10 — 5?
20 — 1? 20 — 4? 20 — 2? 20 — 5? ꝛc.

Wie nimmst du 4 von 20 weg? wie 14? wie 2? 12? ꝛc.

III. Unterscheiden.

20 ist um 1 mehr als 19; 19 ist um 1 weniger als 20;
20 ist um 2 mehr als 18; 18 ist um 2 weniger als 20;
20 ist um 3 mehr als 17; 17 ist um 3 weniger als 20.
 xc. xc.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) 7 — 2 + 8 — 6 + 9 — 4 + 6 — 5 + 7 — 12 + 4 — 7 xc.
2) Wie viel ist 10 + 10 mehr als 8 + 8?
3) Wie viel ist 6 + 8 weniger als 12 + 8?
4) Um wie viel ist 20 von 15 entfernt?
5) Welche kleinere Zahl ist von 20 um 7 entfernt?
6) Siehe zu, wie oft sich 5 (4) von 20 wegnehmen läßt! xc.
7) Karl hatte 20 kr. und kaufte sich für 2 Sechser ein Buch. Wie viel Geld behielt er noch?
8) 20 Doppelpfennige (oder Zweier), wie viele Kreuzer?
9) 20 Kreuzer, wie viele Groschen? wie viele Sechser?
10) 20 Quint, wie viele Loth? 20 kr., wie viele Batzen?
11) Hätte Emil noch 4 kr.; dann würde er 20 kr. haben; wie viel Geld besitzt er also?
12) Wie oft lassen sich 4 Ellen Band von 20 Ellen abschneiden?
13) Von den 20 Liederversen, die Anton lernen soll, hat er bereits 13 gelernt. Wie viel hat er noch zu lernen?
14) Fritz erhält von der Mutter 8 Ostereier und von seinem Pathen noch so viel dazu, daß er nun 20 hat. Wie viele Ostereier hat er von seinem Pathen empfangen? xc.

Uebungen innerhalb des ganzen Zahlenraumes von 1 bis 20.

Das Seite 19 und 20 Bemerkte findet seine Anwendung auch hier.

I. Zählen.

1, 2; 2, 1.
1, 2, 3; 3, 2, 1.
1, 2, 3, 4; 4, 3, 2, 1.
xc.

II. Zuzählen und Abziehen

a) der Einerzahlen.

α. Innerhalb des Zehners.

1)	1+1	3+2	4+3	2+4	1+5	1+6	u.
	11+1	13+2	14+3	12+4	11+5	11+6	s.
	3+1	6+2	2+3	5+4	3+5	3+6	f.
	13+1	16+2	12+3	15+4	13+5	13+6	
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

2)	7—1	10—2	6—3	8—4	9—5	7—6	u.
	17—1	20—2	16—3	18—4	19—5	17—6	s.
	8—1	8—2	8—3	10—4	6—5	9—6	f.
	18—1	18—2	18—3	20—4	16—5	19—6	
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

β. Mit Uebergang aus einem Zehner in den andern.

1)	10+4	9+3	8+3	7+4	6+6	5+6	u.
	10+7	9+7	8+6	7+7	6+9	5+9	s.
	10+9	9+4	8+8	7+6	6+8	5+7	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

Zählt zu den Zahlen, die ich nenne, immer 4:

8! (8 + 4 = 12.) 9! (9 + 4 = 13.) 7! (7 + 4 = 11.)

Fügt zu den Zahlen, die ich nenne, immer 5:

8! (8 + 5 = 13.) 6! (6 + 5 = 11.) 9! (9 + 5 = 14.) ꝛc.

2)	11 — 2	12 — 4	13 — 7	14 — 6	15 — 6	
	11 — 6	12 — 8	13 — 5	14 — 8	15 — 9	ꝛc.
	11 — 4	12 — 5	13 — 8	14 — 5	15 — 7	
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

Nehmt von den Zahlen, die ich nenne, schnell 4 weg:

11! (11 — 4 = 7.) 13! (13 — 4 = 9) 12! (12 — 4 = 8.)

Zieht von den Zahlen, die ich angebe, rasch 5 ab:

13! (13 — 5 = 8.) 11! (11 — 5 = 6.) 14! (14 — 5 = 9.)

γ. Wiederholtes Zu- und Abzählen einer Zahl.

Mit 1. 1+1, 2+1, 3+1, 4+1 ꝛc.; 20—1, 19—1, 18—1 ꝛc.

„ 2. 1+2, 3+2, 5+2, 7+2 ꝛc; 19—2, 17—2, 15—2 ꝛc.

2+2, 4+2, 6+2, 8+2 ꝛc.; 20—2, 18—2, 16—2 ꝛc.

„ 3. 1+3, 4+3, 7+3, 10+3 ꝛc.; 19—3, 16—3, 13—3 ꝛc.

2+3, 5+3, 8+3, 11+3 ꝛc.; 20−3, 17−3, 14−3 ꝛc.
3+3, 6+3, 9+3, 12+3 ꝛc. 18−3, 15−3, 12−3 ꝛc.
Eben so auch mit den Zahlen 4, 5, 6, 7, 8, 9.

b) der Zehnerzahlen.

1) 3 + 10	4 + 11	2 + 12	3 + 13	1 + 14	u.
7 + 10	2 + 11	6 + 12	5 + 13	5 + 14	ſ.
5 + 10	7 + 11	3 + 12	4 + 13	3 + 14	ſ.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

Wie zählſt du 11 zu 4? 12 zu 6? 13 zu 5? ꝛc.

2) 13 − 10	12 − 11	20 − 12	16 − 13	18 − 14	u.
15 − 10	18 − 11	16 − 12	19 − 13	20 − 14	ſ.
12 − 10	16 − 11	18 − 12	15 − 13	16 − 14	ſ.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

Wie nimmſt du 12 von 18? 11 von 20? 13 von 19? ꝛc.

III. Unterſcheiden.

Der Schüler hat bisher geſucht, wie viel mehr oder weniger eine Zahl beträgt als eine andere. Nun erfahre er, daß dieſes heißt, zwei Zahlen von einander unterſcheiden, und daß man die Zahl, die ſich dabei ergibt, den Unterſchied der beiden Zahlen nennt.

Verfahren. Wodurch etwa unterſcheiden (unterſcheiden?) ſich zwei Häuſer von einander? Wodurch ſich dieſe zwei Schieferſtifte? Dieſe zwei Linien?

Wodurch unterſcheiden ſich 5 und 8 von einander?

a) 5 iſt kleiner als 8 und darum auch eine andere Zahl als 8. Zu 5 muß ich noch 1 + 1 + 1 oder 3 legen, um 8 zu erhalten. 5 iſt alſo um 3 kleiner als 8.

b) 8 iſt größer als 5 und darum auch eine andere Zahl als 5. 5 von 8 weg, bleibt 3; 8 enthält außer 5 noch 3; 8 iſt alſo um 3 größer als 5.

5 iſt um 3 kleiner als 8, und 8 iſt um 3 größer als 5; 5 und 8 unterſcheiden ſich alſo um 3 von einander. Der Unterſchied zwiſchen 5 und 8 iſt 3.

Der Unterſchied zweier Zahlen läßt ſich (alſo) auf zweierlei Weiſe finden: man ſucht durch das Zuzählen das Weniger der kleineren Zahl, oder durch Abziehen das Mehr der größeren. Auf beiderlei Art:

2 < 9?	3 < 6?	2 < 5?
2 < 10?	4 < 9?	5 < 9?
3 < 8?	5 < 8?	3 < 10?
8 < 7?	5 < 10?	2 > 7?

Auf welche Weiſe läßt ſich der Unterſchied am leichteſten und ſchnellſten bei folgenden Aufgaben finden:

$9 < 11$?	$4 < 17$?	$14 < 17$?	$17 < 19$?
$9 < 12$?	$2 < 19$?	$16 < 19$?	$4 < 20$?
$8 < 11$?	$5 < 20$?	$13 < 18$?	$16 < 20$?
$8 < 12$?	$3 < 18$?	$15 < 20$?	$3 < 17$?
$7 < 12$?	$6 < 17$?	$12 < 16$?	$18 < 20$?

Den Unterschied *zwischen* 9 *und* 11 ꝛc. finde ich am leichtesten, wenn ich zusehe, wie viel ich zu 9 legen muß, um 11 zu erhalten; *zwischen* 4 *und* 17 aber, wenn ich suche, wie viel 4 von 17 bleibt. Stehen sich also die beiden Zahlen, deren Unterschied zu bestimmen ist, *ziemlich nahe*, so thut man wohl, *von der kleineren Zahl zur größeren hinauf zu zählen*. Ist jedoch eine der beiden Zahlen *bedeutend größer* als die andere, so thut man besser, *die kleinere Zahl von der größeren abzuziehen*.

IV. Das Vervielfachen, Enthaltensein und Theilen mit 2.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 2.

$$2 = 2;\ 1 \text{ mal } 2 = 2.$$
$$2 + 2 = 4;\ 2 \text{ mal } 2 = 4.$$
$$2 + 2 + 2 = 6;\ 3 \text{ mal } 2 = 6.$$
$$2 + 2 + 2 + 2 = 8;\ 4 \text{ mal } 2 = 8.$$
$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10;\ 5 \text{ mal } 2 = 10.$$

u. s. w.

Nach Veranschaulichung und Einübung des Vorstehenden gebe man Fragen folgender Art:

1) *Wie viel ist 3 mal 2?* (3 mal 2 = 6) denn! (3 mal 2 = 2 + 2 + 2; 2 + 2 = 4, 4 + 2 = 6.) ꝛc.

2) *Wie heißen die Zahlen, die sich aus der 2 zusammensetzen* (erzeugen) *lassen?* (2, 4, 6 — 20; 20, 18, 16 — 2.)

3) *Wie viel ist 4 mal 2 + 1?* (4 mal 2 = 8, 8 + 1 = 9.) ꝛc.

4) *Ich nenne eine Zahl, und ihr sagt mir, aus wie vielmal 2 jede besteht.*

6! (6 = 3 mal 2) 14! (14 = 7 mal 2) ꝛc.

11! (11 = 10 + 1 = 5 mal 2 + 1.) 9! ꝛc.

b) Enthaltensein der 2 in den Zahlen von 1 bis 20.

$$2 = 2;\ 2 \text{ ist in } 2 \text{ einmal.}$$
$$4 - 2 = 2;\ 2 \text{ ist in } 4 \text{ zweimal.}$$
$$6 - 2 - 2 = 2;\ 2 \text{ ist in } 6 \text{ dreimal.}$$
$$8 - 2 - 2 - 2 = 2;\ 2 \text{ ist in } 8 \text{ viermal.}$$
$$10 - 2 - 2 - 2 - 2 = 2;\ 2 \text{ ist in } 10 \text{ fünfmal.}$$

u. s. f.

Nach Veranschaulichung und Einübung des Vorstehenden Fragen folgender Art:

1) Wie oft ist 2 in 6 enthalten? in 12? in 18? ꝛc.
(2 liegt in 6 dreimal) denn! (6 — 2 = 4, 4 — 2 = 2; 2 kann von 6 dreimal weggenommen werden; 6 = 3 mal 2; darum ist 2 in 6 dreimal enthalten.)

2) In welcher Zahl ist 2 viermal enthalten? ꝛc.
(2 liegt 4 mal in 2 + 2 + 2 + 2, d. i. in 4 mal 2 oder 8.)

3) Wie oft liegt 2 in 7? in 9? 13? 17? 11? ꝛc.
(7 = 6 + 1; 2 liegt in 6 dreimal; 2 liegt in 1 nicht einmal; darum behalten wir 1 übrig; 1 bleibt Rest; 2 liegt also in 7 oder 6 + 1 dreimal, Rest 1.)

c) Das Verdoppeln der Zahlen (von 1 bis 10).

Ein Blatt Papier, allein gelegt, ist einfach. Lege ich noch ein Blatt darauf, dann ist es zweifach oder doppelt. Eben so ist die 1, allein gesetzt, einfach. Lege ich nochmal 1 dazu, so ist sie zweifach oder doppelt. 1 + 1 = 2; 2 mal 1 = 2; 2 ist also das Doppelte von Eins.

1 + 1 = 2; 2 mal 1 = 2; 2 ist das Doppelte von 1.
2 + 2 = 4; 2 mal 2 = 4; 4 ist das Doppelte von 2.
3 + 3 = 6; 2 mal 3 = 6; 6 ist das Doppelte von 3.
4 + 4 = 8; 2 mal 4 = 8; 8 ist das Doppelte von 4.
5 + 5 = 10; 2 mal 5 = 10; 10 ist das Doppelte von 5. ꝛc.

Fragen:

1) Wie viel ist 2 mal 6? (2 mal 6 = 12) denn! (6 + 6 = 12.) ꝛc.

2) Wie heißt das Doppelte von 4? von 2? von 8? ꝛc.
(Das Doppelte von 4 ist 4 + 4, d. i. 2 mal 4 oder 8?)

1) Wovon ist 14 das Doppelte? wovon 10? 18? ꝛc.

d) Das Halbiren der Zahlen von 2 bis 20.

Das Halbiren ist das Entgegengesetzte vom Verdoppeln. Beim Verdoppeln werden zwei gleiche Zahlen in eine Zahl vereinigt; beim Halbiren wird eine Zahl in zwei gleiche Zahlen zerlegt. 1 + 1 = 2. Zerlege ich die 2 wieder in 1 + 1, so habe ich sie halbirt. 1 ist die eine Hälfte oder der halbe Theil von 2.

2, in 2 gleiche Theile zerlegt, = 1 + 1; die Hälfte von 2 = 1.
4, in 2 „ „ „ = 2 + 2; „ „ „ 4 = 2.
6, in 2 „ „ „ = 3 + 3; „ „ „ 6 = 3.
8, in 2 „ „ „ = 4 + 4; „ „ „ 8 = 4.

u. s. f.

Fragen:

1) Wie heißen die zwei Hälften von 6? von 10? 12? ꝛc.
2) Wie groß ist die eine Hälfte von 6? von 4? von 8? ꝛc.
(Die zwei Hälften von 6 heißen 3 + 3; die eine Hälfte von 6 ist also 3.)
3) Wovon ist 4 die eine Hälfte? (Die eine Hälfte ist 4, die andere Hälfte ist wieder 4; die 2 Hälften zusammen = 4 + 4 oder 2 mal 4 = 8; 4 ist also die eine Hälfte von 8.) ꝛc.
4) Wie suchst du die Hälfte von 7? (9? 11? 5? ꝛc.)
(7 = 6 + 1; die Hälfte von 6 = 3, die 1 lassen wir jetzt noch ganz; die Hälfte von 7 ist also 3, Rest 1.

Die kurze Bezeichnung beim schriftlichen Theilen ist: $^1/_2$ von 6 = 3. Man bemerke dem Kinde, daß dieß zu lesen sey:

$\frac{\text{ein}}{\text{2tel}}$ oder $\frac{\text{eine}}{\text{Hälfte}}$ oder der halbe Theil von 6 ist 3.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 6 kr.	2) 4 Ms.	3) 1 Gr.	4) 5 Ell.	5) 3 fl.	6) 7 pf.
5 "	2 "	3 "	4 "	6 "	2 "
4 "	8 "	5 "	2 "	4 "	7 "
3 "	6 "	7 "	9 "	5 "	4 "

a) 3 kr. + 4 kr.? (3 + 4 kr. = 7 kr.)
+ 5 kr.? (7 + 5 kr. = 12 kr.)
+ 6 kr.? (12 + 6 kr. = 18 kr.)

b) 18 kr. — 3 kr.? (18 — 3 kr. = 15 kr.)
— 4 kr.? (15 — 4 kr. = 11 kr.)
— 5 kr.? (11 — 5 kr. = 6 kr.)

7) Von 8 und 9 Bäumchen, welche Heinrich pflanzte, sind nur 14 gewachsen; wie viele sind ihm verdorrt?

8) Von 18 Ellen werden einmal 7 und dann wieder 6 Ellen abgeschnitten. Wie viele Ellen sind davon noch da?

9) Drei Knaben haben zusammen 20 Nüsse. Der eine hat 6, der andere 9; wie viel hat der dritte?
(Dergl. Aufg. noch mehr!)

10) Wie viele Groschen geben 3, 5, 7, 4, 8, 10 Sechser?
3 Sechser = 1 S. + 1 S. + 1 S. = 3 mal 1 Sechser;
= 2 Gr. + 2 Gr. + 2 Gr. = 3 mal 2 Gr. = 6 Groschen.

11) Wie viele Sechser geben 6, 8, 12, 16, 20 ꝛc. Groschen?
6 Gr. = 2 Gr. + 2 Gr. + 2 Gr. = 3 mal 2 Groschen;
= 1 S. + 1 S. + 1 S. = 3 mal 1 S. = 3 Sechser.

12) 12 Stücke sind 1 Dutzend; 6 Stücke = $^1/_2$ Dutzend.
16 Maas = 1 Metzen; 8 Maas = $^1/_2$ Metzen.
6 Metzen = 1 Scheffel; 3 Mtz. = $^1/_2$ Scheffel.
4 Quint = 1 Loth; 2 Quint = $^1/_2$ Loth.

13) Eine Elle zu 6 kr.; was kosten 2 Ellen?

| 1 Elle / 6 kr. | 1 Elle / 6 kr. | 2 mal 1 Elle kosten 2 mal 6 = 12 kr. |

14) Ein Pfd. Kirschen kostet 8 kr.; wie viel kosten 2 Pfd.?

15) Für 1 kr. erhalte ich 4 Aepfel, wie viel für 2 kr.?

1 kr. • • • • 1 kr. • • • • Für 2 mal 1 kr. erhalte ich 2 mal 4 Aepfel = 8 Aepfel.

16) Für 1 Sechser erhalte ich 9 Bleistifte, wie viel für 1 Zwölfer?

17) Zwei Ellen Band kosten 12 kr.; wie viel kostet 1 Elle?

2 Ellen = | 1 Elle / 6 kr. | 1 Elle / 6 kr. |
12 kr. =

Die 12 kr. sind auf die 2 Ellen zu vertheilen. 12 kr. in 2 Theile zerlegt = 6 kr. + 6 kr.; auf 1 Elle kommen demnach 6 kr.

18) Zwei Knaben haben 14 Nüsse unter sich zu theilen; wie viel kommt auf jeden?

19) Emilie hat 16 Kirschen; alle Tage ißt sie 2 davon. Wie viele Tage lang hat sie daran?

20) Karl hat 2 Sechser, 1 Groschen und 1 Kreuzer. Er kauft 2 Schreibhefte, jedes zu 5 kr. Wie viel Geld bleibt ihm übrig?

21) Ein reicher Herr theilte unter arme Leute 20 fl. aus. Jedem gab er 2 Gulden. Wie viele Arme wurden von ihm beschenkt?

Dritte Stufe.

Der Zahlenraum wird von 20 auf 30 erweitert.

I. Zusammensetzen und Zerlegen der Zahlen 21 bis 30.

1) Zusammensetzen.

20 + 1 = Einundzwanzig, geschrieben 21.
20 + 2 = Zweiundzwanzig, „ 22.
20 + 3 = Dreiundzwanzig, „ 23.
20 + 4 = Vierundzwanzig, „ 24 u. s. f.

Verfahren: Fügt man zu 2 Zehnern noch 1 Einer, so sind es 2 Zehner und 1 Einer = 20 + 1 oder Einundzwanzig, geschrieben 21. Der einfache Einer gehört zum dritten Zehner. Fügt man noch 9 Einer dazu, so ist der dritte Zehner voll.

2 Zehner 1 Einer + 1 Einer = 2 Zehner 2 Einer = 20 + 2 oder Zweiundzwanzig, geschrieben 22. Zu den 2 Einern müssen noch 8 Einer kommen, bis der dritte Zehner auch voll ist.

2 Zehner 2 Einer + 1 Einer = 2 Zehner 3 Einer = 20 + 3 oder Dreiundzwanzig, geschrieben 23. Zu den 3 Einern muß man noch 7 Einer fügen, wenn der dritte Zehner auch voll werden soll. — So fort.

2) Zerlegen.

Mündlich und schriftlich

a) 21 = 20 + 1 = 2 mal 10 + 1 = 2 Zehner + 1 Einer.
22 = 20 + 2 = 2 mal 10 + 2 = 2 Zehner + 2 Einer
23 = 20 + 3 = 2 mal 10 + 3 = 2 Zehner + 3 Einer.
ꝛc.

b) 21 = 20 + 1;	22 = 21 + 1;
21 = 19 + 1 + 1 = 19 + 2;	22 = 20 + 2;
21 = 18 + 2 + 1 = 18 + 3;	22 = 19 + 1 + 2 = 19 + 3;
21 = 17 + 3 + 1 = 17 + 4;	22 = 18 + 2 + 2 = 18 + 4;
ꝛc.	ꝛc.

Eben so auch mit 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

II. Zuzählen und Abziehen

a) der Einerzahlen.

α) Innerhalb des dritten Zehners.

1) 23 + 4 = ?

23 = 2 Zehner und 3 Einer. Dazu sollen noch 4 Einer kommen. Die 4 Einer lege ich zu den 3 Einern. 3 + 4 = 7. Anstatt 20 + 3 habe ich jetzt 20 + 7; 20 + 7 = 27. Also ist 23 + 4 = 27.

Kürzer: 23 + 4 = 20 + 3 + 4 = 20 + 7 = 27.

Schnell: 3 + 4 = ? 13 + 4 = ? 23 + 4 = ?

In dieser Weise, jedoch mehr außer als in der angegebenen Reihenfolge, werden folgende Aufgaben durchgenommen:

20 + 1	20 + 2	20 + 3	20 + 4	20 + 5	u.
21 + 1	21 + 2	21 + 3	21 + 4	21 + 5	s.
22 + 1	22 + 2	22 + 3	22 + 4	22 + 5	f.
23 + 1	23 + 2	23 + 3	23 + 4	23 + 5	
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

2) 30 — 4 = ?

Von 30 sind 4 Einer wegzunehmen. 30 besteht gerade aus 3 Zehnern. Ich muß die 4 Einer also von 1 Zehner nehmen. 30 = 20 + 10; 4 von 10 weg, bleibt 6. Anstatt 20 + 10 habe ich jetzt noch 20 + 6; 20 + 6 = 26. Also ist 30 — 4 = 26.

Kürzer: 30 = 20 + 10; hiervon 4 weg, bleibt 20 + 6 oder 26.
Schnell: 10 — 4 = ? 20 — 4 = ? 30 — 4 = ?

30 — 1	30 — 2	30 — 3	30 — 4	30 — 5	u.
29 — 1	29 — 2	29 — 3	29 — 4	29 — 5	s.
28 — 1	28 — 2	28 — 3	28 — 4	28 — 5	f.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

β) Mit Uebergang aus einem Zehner in den andern.

1) 19 + 8 = ?

Wie zählt man 8 zu 9? (9 + 1 = 10, 10 + 7 = 17.)

Warum zählst du zu 9 zuerst nur 1? (Weil zu 9 Eins fehlt, um den ersten Zehner voll zu haben.) Wie viel muß man zu 19 legen, damit der zweite Zehner auch voll wird? Wie wirst du also 8 zu 19 zählen? (19 + 1 = 20, 20 + 7 = 27.)

19 + 2	18 + 3	17 + 4	16 + 5	15 + 6	
19 + 3	18 + 4	17 + 5	16 + 6	15 + 7	ꝛc.
19 + 4	18 + 5	17 + 6	16 + 7	15 + 8	
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

2) 21 — 7 = ?

Wie nimmt man 7 von 11 hinweg? (11 — 1 = 10, 10 — 6 = 4.) Warum nimmst du von 11 zuerst nur 1? (Weil 11 außer 1 Zehner nur 1 Einer enthält.) Wie wirst du nun auch 7 von 21 nehmen? (21 — 1 = 20, 20 — 6 = 14.)

21 — 2	22 — 3	23 — 4	24 — 5	25 — 6	
21 — 3	22 — 4	23 — 5	24 — 6	25 — 7	ꝛc.
21 — 4	22 — 5	23 — 6	24 — 7	25 — 8	
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen der Zahlen 1—9.

(Siehe Seite 38.)

Anm. Da diese Uebung bei jedem Zehner wiederkehrt, so hat man nicht nöthig, mit jeder Zahl von 1 bis 9 alle möglichen Reihen durchlaufen zu lassen. — Hier lasse man die Schüler öfters wieder im Chore sprechen.

b) der Zehnerzahlen.

Bei dieser Art von Aufgaben beschränken wir uns vorläufig auf das geringste Maß. Ein Schüler um den andern tritt an die Rechenmaschine, macht die verlangte Zahlenoperation anschaulich vor und spricht sich zugleich einfach und klar darüber aus.

1)	10 + 11	11 + 10	11 + 11
	10 + 12	12 + 10	12 + 12
	10 + 13	13 + 10	13 + 13
	rc.	rc.	rc.

10 + 11 = ? Hier (an der Rechenmaschine) sind 10 Kugeln. Dazu soll man noch 11 fügen. Wie thust du das? (Ich füge erst 10 dazu und dann noch 1; 10 + 10 = 20, 20 + 1 = 21.) Wie viel ist also 10 + 11? Wie zählt man 10 + 11 zusammen?

2)	21 — 10	30 — 11	22 — 11
	22 — 10	30 — 12	24 — 12
	23 — 10	30 — 13	26 — 13
	rc.	rc.	rc.

30 — 11 = ? Hier sind 30 Kugeln. Davon soll man 11 wegnehmen. Wie thust du das? (Ich nehme zuerst 10 weg und dann noch 1; 10 von 30 weg, bleibt 20, und 1 von 20 weg, bleibt 19.) Wie zieht man also 11 von 30 ab? Wie viel ist 30 — 11?

III. Unterscheiden.

Damit sich diese Uebung nicht zu weit ausdehne, so vergleiche man jede Zahl des dritten Zehners nur mit einigen der kleineren Zahlen.

21 > 14?	22 > 17?	23 > 21?	24 > 20?	25 > 24?
21 > 10?	22 > 12?	23 > 16?	24 > 18?	25 > 15?
21 > 3?	22 > 4?	23 > 8?	24 > 6?	25 > 5?
26 > 22?	27 > 24?	28 > 21?	29 > 25?	30 > 23?
26 > 19?	27 > 12?	28 > 16?	29 > 14?	30 > 15?
26 > 7?	27 > 9?	28 > 4?	29 > 8?	30 > 6?

21 > 14? d. h. um wie viel unterscheiden sich 21 und 14 von einander? (Wie viel ist 21 mehr als 14? oder: Um wie viel ist 14 weniger als 21?)

Von 14 bis 21 ist 6 + 1; 6 + 1 = 7; 14 ist also um 7 weniger als 21. Um eben so viel ist 21 mehr als 14.
21 und 14 unterscheiden sich demnach um 7 von einander.

IV. Multipliciren und Dividiren mit 3.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 3.

3 = 3; 1 mal 3 = 3.
3 + 3 = 6; 2 mal 3 = 6.
3 + 3 + 3 = 9; 3 mal 3 = 9.
3 + 3 + 3 + 3 = 12; 4 mal 3 = 12.
u. s. f.

Fragen:

1) Wie viel ist 3 mal 3? (3 mal 3 = 9) denn! (3 mal 3 = 3 + 3 + 3; 3 + 3 = 6, 6 + 3 = 9) ꝛc.
2) Welche Zahlen lassen sich aus 3 zusammensetzen?
(3, 6, 9, 12 — 30; 30, 27, 24, 21 — 3.)
3) Wie viel ist 4 mal 3 + 1? 6 mal 3 + 2? ꝛc.
4) Ich nenne eine Zahl, und ihr sagt mir, wie vielmal 3.
6! (6 = 2 mal 3.) 12! (12 = 4 mal 3.) ꝛc.
10! (10 = 3 mal 3 + 1.) 14! (14 = 4 mal 3 + 2.) ꝛc.

b) Enthaltensein der 3 in den Zahlen von 1 bis 30.

3 = 3; 3 ist in 3 einmal.
6 — 3 = 3; 3 ist in 6 zweimal.
9 — 3 — 3 = 3; 3 ist in 9 dreimal.
12 — 3 — 3 — 3 = 3; 3 ist in 12 viermal.
u. s. f.

Fragen:

1) Wie oft ist 3 in 12 enthalten? wie oft in 18? 9? 21?
(3 liegt in 12 viermal), denn! (12 — 3 = 9, 9 — 3 = 6, 6 — 3 = 3; 12 = 4 mal 3; darum ist 3 in 12 viermal enthalten.)
2) In welcher Zahl ist 3 fünfmal enthalten? ꝛc.
(3 liegt 5 mal in 3 + 3 + 3 + 3 + 3, d. i. in 5 mal 3 oder 15.)
3) Wie oft liegt 3 in 11? 4? 8? ꝛc.
(11 = 9 + 2; 3 liegt in 9 dreimal; 3 liegt in 2 nicht 1 mal; 2 bleibt daher im Rest; also liegt 3 in 11 3 mal, Rest 2.)

c) Das Verdreifachen der Zahlen (1 bis 10).

1 + 1 + 1 = 3; 3 mal 1 = 3; 3 ist das 3fache von 1.
2 + 2 + 2 = 6; 3 mal 2 = 6; 6 ist das 3fache von 2.
3 + 3 + 3 = 9; 3 mal 3 = 9; 9 ist das 3fache von 3.
4 + 4 + 4 = 12; 3 mal 4 = 12; 12 ist das 3fache von 4.
u. s. f.

1) Wie heißt das 3fache von 7? von 4? 8? 2? ꝛc.
2) Von welcher Zahl ist 12 das 3fache? von welcher Zahl 18? 9?

d) Das Dritt-Theilen der Zahlen.

3, in 3 gl. Th. zerlegt = 1 + 1 + 1; 1 Drittel von 3 ist 1.
6, in 3 „ „ „ = 2 + 2 + 2; 1 „ „ 6 ist 2.
9, in 3 „ „ „ = 3 + 3 + 3; 1 „ „ 9 ist 3.
12, in 3 „ „ „ = 4 + 4 + 4; 1 „ „ 12 ist 4.
u. s. f.

Fragen:

1) Wie heißen die 3 gleichen Theile von 3? 15? 9? 24? ꝛc.
2) Wie viel beträgt 1 Drittel von 6? 12? 21? 9? ꝛc.
3) Wie viel betragen 2 Drittel von 6? 18? 12? 9?
4) Von welcher Zahl ist 4 ein Drittel? wovon 7? 3?
(4 ist $^1/_3$ von 4 + 4 + 4 d. i. von 3 mal 4 oder 12.)
5) Wie suchst du $^1/_3$ von 7? 11? 16? 20?
(7 = 6 + 1; $^1/_3$ von 6 = 2; 1 lassen wir noch ungetheilt; $^1/_3$ von 6 + 1 oder 7 ist also 2, Rest 1.)

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 12 + 6 — 9 + 7 + 8 — 6 + 9 — 12 + 9 — 12, halbirt?
2) 30 — 8 + 2 — 8 + 2 — 8 + 4 — 5 + 6, ein Drittel?
3) Welche kleinere Zahl ist von 21 um 9 entfernt?
4) Wie viel muß man zu 16 fügen, um 23 zu erhalten?
5) Wie groß ist der Unterschied zwischen 13 und 28?
6) Welche Zahl ist um 1 Zehner kleiner als 22?
7) Ich habe 15; wie viel muß ich dazu legen, um 27 zu haben?
8) Was ist mehr: die Hälfte von 18, oder $^1/_3$ von 24?
9) Wie viel ist das Doppelte von 11 mehr als $^2/_3$ von 24?
10) Theile 25 in zwei solche Theile, daß der eine Theil 1 größer ist als der andere!
11) Wie oft kann man 5 Kreuzer von 25 kr. wegnehmen?
12) 4 (6, 8, 10 ꝛc.) Groschen, wie viele Kreuzer?
4 Gr. = 1 Gr. = 1 Gr. = 1 Gr. = 1 Gr. = 4 mal 1 Gr.;
= 3 kr. = 3 kr. = 3 kr. = 3 kr. = 4 mal 3 kr. = 12 kr.
13) 21 (22, 23, 24 ꝛc. Kreuzer, wie viele Groschen?
14) 24 Bogen Papier = 1 Buch; 12 Bg. = $^1/_2$ Bch.; 8 Bg. = $^1/_3$ Bch.
15) 24 Stücke, wie viele Dutzend?
16) Eine Elle zu 8 kr.; was kosten 3 Ellen?

1 Elle	1 Elle	1 Elle	3 mal 1 Elle kosten
8 kr.	8 kr.	8 kr.	3 mal 8 kr. = 24 kr.

17) Wie theuer sind 3 Brode, jedes zu 10 kr.?
18) Ein Mann verdient 4 fl.; was verdienen 3 Männer?
19) Für 3 Ellen bezahle ich 18 kr.; wie viel kostet 1 Elle?

3 Ellen =	1 Elle	1 Elle	1 Elle
18 kr. =	6 kr.	6 kr.	6 kr.

Die 18 kr. sind auf die 3 Ellen zu vertheilen. Mithin kommt auf jede Elle 1 Drittel von 18 kr.; $^1/_3$ von 18 kr. = 6 kr. Also ꝛc.

20) Drei Maas Wein zu 27 kr.; was kostet 1 Ms.?

21) Drei Pfund zu 21 kr.; was kostet 1 Pfd.?

22) Adolph hat 21 kr.; wie oft kann er 3 kr. davon nehmen?

23) 3 kr.	24) 5 Loth	25) 6 Ellen	26) 4 Gr.	27) 6 fl.
7 "	3 "	5 "	5 "	5 "
8 "	4 "	4 "	6 "	7 "
4 "	8 "	5 "	5 "	6 "
5 "	8 "	6 "	4 "	7 "

Vierte Stufe.

Der Zahlenraum wird von 30 auf 40 erweitert.

I. Zusammensetzen und Zerlegen der Zahlen 31 bis 40.

1) 30 + 1 = Einunddreißig, geschrieben 31.
 30 + 2 = Zweiunddreißig, " 32.
 30 + 3 = Dreiunddreißig, " 33.
 30 + 4 = Vierunddreißig, " 34, u. s. f.

2) a. 31 = 30 + 1 = 3 mal 10 + 1 = 3 Zehner + 1 Einer.
 32 = 30 + 2 = 3 mal 10 + 2 = 3 Zehner + 2 Einer
 33 = 30 + 3 = 3 mal 10 + 3 = 3 Zehner + 3 Einer.
 u. s. f.

b. 31 = 30 + 1	32 = 31 + 1	33 = 32 + 1
= 29 + 2	= 30 + 2	= 31 + 2
= 28 + 3	= 29 + 3	= 30 + 3
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

Eben so mit 34, 35 bis 40.

II. Zu- und Abzählen

a) der Einerzahlen.

α) Innerhalb des vierten Zehners.

1)	30 + 1	30 + 2	30 + 3	30 + 4	30 + 5	u.
	31 + 1	31 + 2	31 + 3	31 + 4	31 + 5	s.
	32 + 1	32 + 2	32 + 3	32 + 4	32 + 5	f.
	33 + 1	33 + 2	33 + 3	33 + 4	33 + 5	
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	40 — 1	40 — 2	40 — 3	40 — 4	40 — 5	u.
	39 — 1	39 — 2	39 — 3	39 — 4	39 — 5	s.
	38 — 1	38 — 2	38 — 3	38 — 4	38 — 5	f.
	37 — 1	37 — 2	37 — 3	37 — 4	37 — 5	
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

β) Mit Uebergang aus einem Zehner in den andern.

1)	29 + 2	28 + 3	27 + 4	26 + 5	25 + 6	u.
	29 + 3	28 + 4	27 + 5	26 + 6	25 + 7	s.
	29 + 4	28 + 5	27 + 6	26 + 7	25 + 8	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	31 — 2	32 — 3	33 — 4	34 — 5	35 — 6	u.
	31 — 3	32 — 4	33 — 5	34 — 6	35 — 7	s.
	31 — 4	32 — 5	33 — 6	34 — 7	35 — 8	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

b) der Zehnerzahlen.

1)	20 + 10	10 + 20	21 + 10	11 + 20	15 + 15
	20 + 11	10 + 21	22 + 10	12 + 20	16 + 16
	20 + 12	10 + 22	23 + 10	13 + 20	17 + 17
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.
2)	30 — 10	40 — 11	30 — 20	40 — 20	30 — 15
	31 — 10	40 — 12	31 — 20	40 — 21	32 — 16
	32 — 10	40 — 13	32 — 20	40 — 22	34 — 17
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

III. Unterscheiden.

31 > 29?	32 > 30?	33 > 31?	34 > 32?	35 > 34?
31 > 15?	32 > 24?	33 > 27?	34 > 20?	35 > 32?
31 > 6?	32 > 20?	33 > 16?	34 > 17?	35 > 30?

36 > 33? 37 > 36? 38 > 32? 39 > 36? 40 > 32?
36 > 24? 37 > 34? 38 > 19? 39 > 31? 40 > 24?
36 > 18? 37 > 30? 38 > 10? 39 > 20? 40 > 20?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 4.

a) Die Erzeugung der Vielfachen von 4.

4 = 4;	1 mal 4 = 4	4 = 1 mal 4.
4 + 4 = 8;	2 mal 4 = 8	8 = 2 mal 4.
4 + 4 + 4 = 12;	3 mal 4 = 12	12 = 3 mal 4.
4 + 4 + 4 + 4 = 16;	4 mal 4 = 16	16 = 4 mal 4.
4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20;	5 mal 4 = 20	20 = 5 mal 4.
	ꝛc.	ꝛc.

Fragen wie beim Multipliciren und Dividiren mit 2 und 3 werden auch hier, sowie später bei 5, 6, 7, 8, 9 und 10 gegeben. Man unterlasse dieß ja nicht!

b) Enthaltensein der 4 in den Zahlen bis 40.

4 = 4; 4 ist in 4 1 mal.
8 — 4 = 4; 4 ist in 8 2 mal.
12 — 4 — 4 = 4; 4 ist in 12 3 mal.
16 — 4 — 4 — 4 = 4; 4 ist in 16 4 mal.
20 — 4 — 4 — 4 — 4 = 4; 4 ist in 20 5 mal.
und so weiter.

c) Das Vervierfachen der Zahlen.

1 + 1 + 1 + 1 = 4; 4 mal 1 = 4; das Vierfache von 1 ist 4.
2 + 2 + 2 + 2 = 8; 4 mal 2 = 8; das Vierfache von 2 ist 8.
3 + 3 + 3 + 3 = 12; 4 mal 3 = 12; das Vierfache von 3 ist 12.
4 + 4 + 4 + 4 = 16; 4 mal 4 = 16; das Vierfache von 4 ist 16.
und so fort.

d) Das Viertheilen.

4, in 4 gl. Thl. zerlegt = 1 + 1 + 1 + 1; 1 Viertel von 4 ist 1.
8, in 4 „ „ „ = 2 + 2 + 2 + 2; 1 „ „ 8 ist 2.
12, in 4 „ „ „ = 3 + 3 + 3 + 3; 1 „ „ 12 ist 3.
16, in 4 „ „ „ = 4 + 4 + 4 + 4; 1 „ „ 16 ist 4.
und so fort.

IV. Verschiedene Aufgaben.

1) 2 × 2 × 2 × 2 × 2 + 4 − 8 + 6 — 8 + 6, 1 Viertel, halbirt?

2) $3 \times 6 \times 2 + 4$, 1 Viertel, $+ 14$, 1 Drittel, $+ 12 - 6$, halbirt?
3) Um wie viel unterscheiden sich $^1/_3$ von 24 und $^1/_3$ von 36?
4) Was ist mehr: $^2/_3$ von 21, oder $^3/_4$ von 20?
5) Ich zähle zwei Zahlen zusammen und erhalte 35. Die eine Zahl heißt 24. Wie heißt die andere?
6) Wie viel muß ich von 37 nehmen, damit 21 übrig bleibt?
7) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen 18 und 36?
8) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen dem 3fachen von 8 und dem 4fachen von 10?
9) Wie oft kann man 6 kr. von 36 kr. wegnehmen?

10)	11)	12)	13)
4 Wochen	9 kr.	6 Ellen	5 fl.
5 "	6 "	8 "	6 "
6 "	5 "	5 "	7 "
7 "	5 "	6 "	6 "
6 "	7 "	4 "	7 "
5 "	6 "	6 "	5 "

14) Wie viel Pfennige geben 3 kr.? 5 kr.? ꝛc.
3 kr. = 1 kr. + 1 kr. + 1 kr. = 3 mal 1 kr.
= 4 pf. + 4 pf. + 4 pf. = 3 mal 4 pf. = 12 pf.
15) Wie viel Kreuzer machen 16 pf.? 24 pf.? ꝛc.
16 pf. = 4 pf. + 4 pf. + 4 pf. + 4 pf. = 4 mal 4 pf.
= 1 kr. + 1 kr. + 1 kr. + 1 kr. = 4 mal 1 kr. = 4 kr.
16) Wie viele Pfennige machen 4 kr. 2 pf.? 6 kr. 1 pf. ꝛc.
17) Wie viele Kreuzer sind 9 pf.? 15 pf.? 18 pf.? ꝛc.
18) Eben so mit Loth und Quint.
19) 32 Loth = 1 Pfd.; 16 Loth = $^1/_2$ Pfd.; 8 Loth = $^1/_4$ Pfd.; $8 + 8 + 8$ oder 24 Loth = $^1/_4 + {}^1/_4 + {}^1/_4$ Pfd. = $^3/_4$ Pfd.
20) Eine Elle zu 6 Kreuzer; was kosten (2, 3) 4 Ellen?

1 Elle	1 Elle	1 Elle	1 Elle
6 kr.	6 kr.	6 kr.	6 kr.

1 Elle kostet 6 kr.; 2 mal 1 Elle kosten 2 mal 6 kr. = 12 kr.
3 mal 1 Elle kosten 3 mal 6 kr. = 18 kr.
4 mal 1 Elle kosten 4 mal 6 kr. = 24 kr.

21) Ein Metzen Kartoffel zu 10 kr.; was kosten 4 Mtz.?
22) Für 1 Zwölfer erhalte ich 9 Bleistifte, wie viel für 4 Zw.?
23) Für 1 Gulden erhalte ich 8 Ellen, wie viel für 4 fl.?

24) Was kostet 1 Pfd. Mehl, wenn (2, 3) 4 Pfd. 24 kr. kosten?

a) Wenn 2 Pfd. Mehl 24 kr. kosten, und ich will wissen, wie hoch 1 Pfd. kommt, so muß ich die 24 kr. auf die 2 Pfd. vertheilen; auf 1 Pfd. kommt also der halbe Theil von 24 kr. 2c.

b) Wenn 3 Pfd. Mehl 24 kr. kosten, so muß ich die 24 kr. auf 3 Pfd. vertheilen; auf 1 Pfd. kommt hierbei $^1/_3$ von 24 kr. 2c.

c) Wenn aber 4 Pfd. 24 kr. kosten, so muß ich die 24 kr. auf 4 Pfd. vertheilen, und dann kommt auf 1 Pfd. nur $^1/_4$ von 24 kr.; $^1/_4$ von 24 kr. = 6 kr.

25) 4 Kinder haben 36 Pfirsiche zu theilen; wie viel erhält jedes derselben?

26) Für 4 Gulden kauft man 1 Pfd. Gewürz; wie viele Loth bekommt man für 1 Gulden?

1 Pfd. = 32 Loth; diese 32 Loth sind auf die 4 fl. zu vertheilen; sie sind also in 4 gleiche Theile zu zerlegen. 32 Loth = 4 mal 8 Loth. Auf 4 mal 1 Gulden kommen demnach 4 mal 8 Loth; für 1 fl. bekommt man also 8 Loth.

27) Für 4 Thaler bekomme ich 20 Pfd.; wie viel für 1 Thlr.?

28) In 4 Tagen verdient ein Mann 28 Sechser; wie viel kommt auf jeden Tag?

29) Ich habe 1 Vierundzwanziger, 1 Zwölfer, 1 Groschen und 1 Kreuzer. Wie viele Schreibhefte kann ich dafür kaufen, wenn 1 Schreibheft 4 kr. kostet?

Fünfte Stufe.

Der Zahlenraum wird von 40 auf 50 erweitert.

I. Zusammensetzen und Zerlegen der Zahlen 41 bis 50.

40 + 1 = Einundvierzig, geschrieben 41.
40 + 2 = Zweiundvierzig, " 42.
40 + 3 = Dreiundvierzig, " 43.
u. s. f.

a) 41 = 40 + 1 = 4 mal 10 + 1 = 4 Zehner + 1 Einer.
42 = 40 + 2 = 4 mal 10 + 2 = 4 Zehner + 2 Einer.
43 = 40 + 3 = 4 mal 10 + 3 = 4 Zehner + 3 Einer.
2c.

b) 41 = 40 + 1;	42 = 41 + 1;	43 = 42 + 1	u.
= 39 + 2;	= 40 + 2;	= 41 + 2	ſ.
= 38 + 3;	= 39 + 3;	= 40 + 3	f.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

II. Zuzählen und Abziehen

a) der Einerzahlen.

α) Innerhalb des fünften Zehners.

1)	40 + 1	40 + 2	40 + 3	40 + 4	40 + 5	u.
	41 + 1	41 + 2	41 + 3	41 + 4	41 + 5	ſ.
	42 + 1	42 + 2	42 + 3	42 + 4	42 + 5	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	50 — 1	50 — 2	50 — 3	50 — 4	50 — 5	u.
	49 — 1	49 — 2	49 — 3	49 — 4	49 — 5	ſ.
	48 — 1	48 — 2	48 — 3	48 — 4	48 — 5	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

β) Mit Uebergang aus einem Zehner in den andern.

1)	39 + 2	38 + 3	37 + 4	36 + 5	35 + 6	u.
	39 + 3	38 + 4	37 + 5	36 + 6	35 + 7	ſ.
	39 + 4	38 + 5	37 + 6	36 + 7	35 + 8	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	41 — 2	42 — 3	43 — 4	44 — 5	45 — 6	u.
	41 — 3	42 — 4	43 — 5	44 — 6	45 — 7	ſ.
	41 — 4	42 — 5	43 — 6	44 — 7	45 — 8	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen.

(Bekannt.)

b) der Zehnerzahlen.

1)	30 + 10	20 + 20	10 + 30	31 + 10	21 + 21
	30 + 11	20 + 21	10 + 31	32 + 10	22 + 22
	30 + 12	20 + 22	10 + 32	33 + 10	23 + 23
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.
2)	40 — 10	50 — 11	40 — 20	50 — 20	42 — 21
	41 — 10	50 — 12	41 — 20	50 — 21	44 — 22
	42 — 10	50 — 13	42 — 20	50 — 22	46 — 23
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

III. Unterscheiden.

41 > 40?	42 > 39?	43 > 38?	44 > 41?	45 > 42?
41 > 30?	42 > 21?	43 > 20?	44 > 36?	45 > 29?
41 > 20?	42 > 10?	43 > 12?	44 > 22?	45 > 5?
46 > 42?	47 > 44?	48 > 42?	49 > 45?	50 > 43?
46 > 37?	47 > 35?	48 > 36?	49 > 39?	50 > 35?
46 > 23?	47 > 17?	48 > 24?	49 > 20?	50 > 20?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 5.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 5.

5 = 5; 1 mal 5 = 5	5 = 1 mal 5.
5 + 5 = 10; 2 mal 5 = 10	10 = 2 mal 5.
5 + 5 + 5 = 15; 3 mal 5 = 15	15 = 3 mal 5.
5 + 5 + 5 + 5 = 20; 4 mal 5 = 20	20 = 4 mal 5.
u. s. f.	ꝛc.

b) Enthaltensein der 5 in den Zahlen von 1 bis 50.

5 = 5; 5 ist in 5 1mal.
10 — 5 = 5; 5 ist in 10 2mal.
15 — 5 — 5 = 5; 5 ist in 15 3mal.
20 — 5 — 5 — 5 = 5; 5 ist in 20 4mal.
u. s. f.

c) Das Verfünffachen.

1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5; 5 mal 1 = 5; das 5fache von 1 ist 5.
2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10; 5 mal 2 = 10; das 5fache von 2 ist 10.
3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15; 5 mal 3 = 15; das 5fache von 3 ist 15.
u. s. f.

d) Das Fünftheilen.

5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1; 1 Fünftel von 5 ist 1.
10 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2; 1 Fünftel von 10 ist 2.
15 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3; 1 Fünftel von 15 ist 3.
u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) Wie viel erhalte ich, wenn ich $\frac{1}{5}$ von 25 dreimal nehme?
2) In welche zwei Zahlen läßt 48 sich zerlegen?

3) Wie oft kann 7 von 49 weggenommen werden?
4) Wie oft kannst du 11 von 44 wegnehmen? 15 von 45?
5) Wie oft ist 12 in 48 enthalten? Wie oft 16?
6) Welche Zahl beträgt 17 mehr als 32?
7) Wie viel ist die Zahl 48 größer als 25?
8) Wie groß ist der Unterschied zw. $^1/_4$ von 40 und $^1/_5$ von 40?
9) Wie viel betragen $^3/_4$ von 24 mehr als $^2/_3$ von 24?

---

10) 1 Zwölfer = 12 kr.; 2 Zw. = 24 kr.; 3 Zw. = 36 kr.; 4 Zwölf. = 48 kr.
11) Mit welchen Geldsorten kann ich 48 kr. zahlen?
Mit 2 Vierundzwanzigern, 4 Zwölfern, 8 Sechsern &c.
12) 5 kr. = 1 Batzen. Wie viele Batzen sind 10 kr.? 25 kr.? 12 kr.? 18 kr.? 24 kr?
13) 49 Tage, wie viele Wochen? 45 kr., wie viele Groschen?
14) Eine Pomeranze kostet 9 kr.; wie theuer sind 5 Stücke?
1 Pomeranze kostet 9 kr.; 2 mal 1 P. kosten 2 mal 9 kr.
3 mal 1 P. kosten 3 mal 9 kr.
4 mal 1 P. kosten 4 mal 9 kr.; also kosten
5 mal 1 P. 5 mal 9 kr. = 45 kr.
15) Amalie bekommt ein neues Kleid; dazu kauft ihr die Mutter 5 Ellen Zeug, die Elle zu 4 Zwölfer. Wie viele Zwölfer sind dafür zu zahlen?
16) 5 Männer arbeiten zusammen. Jeder bekommt 4 fl.; wie viel erhalten sie miteinander?
17) Später arbeiten diese 5 Männer wieder mit einander. Dießmal erhalten sie im Ganzen 40 fl. Wie viel kommt auf jeden?
Wenn 2 Männer 40 fl. verdienen, dann sind die 40 fl. in zwei gleiche Theile zu theilen; jeder Mann bekommt also die Hälfte von 40 fl. &c. — Wenn 4 Männer 40 fl. verdienen, dann &c. — Hier aber sind es 5 Männer, welche 40 fl. mit einander verdienen. Folglich sind die 40 fl. auf 5 gleiche Theile zu bringen. Jeder Mann bekommt also einen Fünftheil von 40 fl. Ein Fünftel von 40 fl. = 8 fl.
18) Fünf Ellen kosten 35 kr.; was kostet 1 Elle?
19) Für 5 kr. erhalte ich 50 Nüsse; wie viel kommt auf 1 kr.
20) Für 5 kr. kaufe ich 1 Zitrone, wie viel für 25 kr.?

21) Fritz hat 1 Vierundzwanziger, 1 Zwölfer, 1 Sechser, 1 Groschen und 1 Kreuzer. Er kauft sich 5 schöne Bilderbogen, jeden zu 5 kr. Wie viel Geld bleibt ihm übrig?

Sechste Stufe.

Der Zahlenraum wird von 50 bis auf 60 erweitert.

I. Zusammensetzen und Zerlegen der Zahlen 51 bis 60.

50 + 1 = Einundfünfzig, geschrieben 51.
50 + 2 = Zweiundfünfzig, „ 52.
50 + 3 = Dreiundfünfzig, „ 53.
u. s. f.

a) 51 = 50 + 1 = 5 mal 10 + 1 = 5 Zehner + 1 Einer.
52 = 50 + 2 = 5 mal 10 + 2 = 5 Zehner + 2 Einer.
53 = 50 + 3 = 5 mal 10 + 3 = 5 Zehner + 3 Einer.
2c.

b) 51 = 50 + 1	52 = 51 + 1	53 = 52 + 1 u.
= 49 + 2	= 50 + 2	= 51 + 2 s.
= 48 + 3	= 49 + 3	= 50 + 3 f.
2c.	2c.	2c.

II. Zuzählen und Abziehen

a) der Einerzahlen.

α. Innerhalb des sechsten Zehners.

1)	50 + 1	50 + 2	50 + 3	50 + 4	50 + 5	u.
	51 + 1	51 + 2	51 + 3	51 + 4	51 + 5	s.
	52 + 1	52 + 2	52 + 3	52 + 4	52 + 5	f.
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	
2)	60 — 1	60 — 2	60 — 3	60 — 4	60 — 5	u.
	59 — 1	59 — 2	59 — 3	59 — 4	59 — 5	s.
	58 — 1	58 — 2	58 — 3	58 — 4	58 — 5	f.
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	

β) Mit Uebergang aus einem Zehner in den andern.

1)	49 + 2	48 + 3	47 + 4	46 + 5	45 + 6	u.
	49 + 3	48 + 4	47 + 5	46 + 6	45 + 7	s.
	49 + 4	48 + 5	47 + 6	46 + 7	45 + 8	f.
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	

2)	51 — 2	52 — 3	53 — 4	54 — 5	55 — 6 u.
	51 — 3	52 — 4	53 — 5	54 — 6	55 — 7 ſ.
	51 — 4	52 — 5	53 — 6	54 — 7	55 — 8 f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen.

(Bekannt.)

b) der Zehnerzahlen.

1)	40 + 11	30 + 21	20 + 31	41 + 10	25 + 25
	40 + 12	30 + 22	20 + 32	42 + 10	26 + 26
	40 + 13	30 + 23	20 + 33	43 + 10	27 + 27
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.
2)	51 — 10	60 — 11	50 — 20	60 — 21	50 — 25
	52 — 10	60 — 12	51 — 20	60 — 22	52 — 26
	53 — 10	60 — 13	52 — 20	60 — 23	54 — 27
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

III. Unterſcheiden.

51 > 48?	52 > 47?	53 > 50?	54 > 49?	55 > 51?
51 > 40?	52 > 32?	53 > 30?	54 > 32?	55 > 48?
51 > 30?	52 > 20?	53 > 10?	54 > 24?	55 > 30?
56 > 54?	57 > 50?	58 > 54?	59 > 45?	60 > 54?
56 > 42?	57 > 30?	58 > 52?	59 > 42?	60 > 36?
56 > 12?	57 > 10?	58 > 50?	59 > 31?	60 > 18?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 6.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 6.

6 = 6;	1 mal 6 = 6	6 = 1 mal 6.
6 + 6 = 12;	2 mal 6 = 12	12 = 2 mal 6.
6 + 6 + 6 = 18;	3 mal 6 = 18	18 = 3 mal 6.
6 + 6 + 6 + 6 = 24;	4 mal 6 = 24	24 = 4 mal 6.
	u. ſ. f.	u. ſ. f.

b) Enthaltenſein der 6 in den Zahlen von 1 bis 60.

6 = 6; 6 iſt in 6 1 mal.
12 — 6 = 6; 6 iſt in 12 1 mal.
18 — 6 — 6 = 6; 6 iſt in 18 3 mal.
24 — 6 — 6 — 6 = 6; 6 iſt in 24 4 mal.
u. ſ. f.

c) Das Versechsfachen.

1+1+1+1+1+1 = 6; 6 mal 1 = 6; das 6fache von 1 ist 6.
2+2+2+2+2+2 = 12; 6 mal 2 = 12; das 6fache von 2 ist 12.
3+3+3+3+3+3 = 18; 6 mal 3 = 18; das 6fache von 3 ist 18.
u. s. f.

d) Das Sechstheilen.

6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; 1 Sechstel von 6 ist 1.
12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2; 1 Sechstel von 12 ist 2.
18 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3; 1 Sechstel von 18 ist 3.
u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 2 mal 12, 1 Drittel, + 22, verdoppelt, 1 Sechstheil?
2) 3 mal 6, die Hälfte, + 15, 1 Viertel, + 24, 1 Sechstheil?
3) Welche Zahl ist so groß, als 25 + 34 zusammen?
4) Welche Zahl übersteigt 36 um 24?
5) Verkleinere die Zahl 55 um 21!
6) Wie weit ist 35 von 57 entfernt?
7) Wie viel sind 4 Fünftheile und 5 Sechstheile von 30 zusammengenommen?
8) Um wie viel unterscheiden sich 5 Sechstheile und 2 Dritttheile von 60 von einander?
9) 60 Kreuzer = 1 Gulden.
= 30 kr. + 30 kr.; 30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl.
= 20 kr. + 20 kr. + 20 kr.; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl.
= 15 kr. + 15 kr. + 15 kr. + 15 kr.; 15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl.
10) Wie viel muß man zu 48 kr. legen, um 1 fl. zu erhalten? wie viel zu 42 kr.? zu 36 kr.? zu 51 kr.? ꝛc.
11) Wie viel ist 1 fl. — 6 kr.? 1 fl. — 15 kr.? 1 fl. — 24 kr.?
12) 1, 2, 3, 4 bis 20 Groschen, wie viele Kreuzer?
13) 20, 40, 60; 24, 30, 48 ꝛc. Groschen, wie viele Gulden?
14) 1, 2, 3, 4, bis 10 Sechser, wie viele Kreuzer?
15) 10, 20, 30 ꝛc.; 15, 24, 36 ꝛc. Sechser, wie viele Gulden?
16) 1, 2, 3, 4, 5 Zwölfer, wie viele Kreuzer?
17) 5, 10, 15 ꝛc.; 6, 12, 18, 24 ꝛc. Zwölfer, wie v. Gulden?

2) 51 — 2	52 — 3	53 — 4	54 — 5	55 — 6	u.
51 — 3	52 — 4	53 — 5	54 — 6	55 — 7	ſ.
51 — 4	52 — 5	53 — 6	54 — 7	55 — 8	f.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen.

(Bekannt.)

b) der Zehnerzahlen.

1) 40 + 11	30 + 21	20 + 31	41 + 10	25 + 25
40 + 12	30 + 22	20 + 32	42 + 10	26 + 26
40 + 13	30 + 23	20 + 33	43 + 10	27 + 27
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.
2) 51 — 10	60 — 11	50 — 20	60 — 21	50 — 25
52 — 10	60 — 12	51 — 20	60 — 22	52 — 26
53 — 10	60 — 13	52 — 20	60 — 23	54 — 27
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

III. Unterscheiden.

51 > 48?	52 > 47?	53 > 50?	54 > 49?	55 > 51?
51 > 40?	52 > 32?	53 > 30?	54 > 32?	55 > 48?
51 > 30?	52 > 20?	53 > 10?	54 > 24?	55 > 30?
56 > 54?	57 > 50?	58 > 54?	59 > 45?	60 > 54?
56 > 42?	57 > 30?	58 > 52?	59 > 42?	60 > 36?
56 > 12?	57 > 10?	58 > 50?	59 > 31?	60 > 18?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 6.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 6.

6 = 6; 1 mal 6 = 6	6 = 1 mal 6.
6 + 6 = 12; 2 mal 6 = 12	12 = 2 mal 6.
6 + 6 + 6 = 18; 3 mal 6 = 18	18 = 3 mal 6.
6 + 6 + 6 + 6 = 24; 4 mal 6 = 24	24 = 4 mal 6.
u. ſ. f.	u. ſ. f.

b) Enthaltensein der 6 in den Zahlen von 1 bis 60.

6 = 6; 6 iſt in 6 1 mal.
12 — 6 = 6; 6 iſt in 12 1 mal.
18 — 6 — 6 = 6; 6 iſt in 18 3 mal.
24 — 6 — 6 — 6 = 6; 6 iſt in 24 4 mal.
u. ſ. f.

c) Das Versechsfachen.

1+1+1+1+1+1 = 6; 6 mal 1 = 6; das 6fache von 1 ist 6.
2+2+2+2+2+2 = 12; 6 mal 2 = 12; das 6fache von 2 ist 12.
3+3+3+3+3+3 = 18; 6 mal 3 = 18; das 6fache von 3 ist 18.
u. s. f.

d) Das Sechstheilen.

6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; 1 Sechstel von 6 ist 1.
12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2; 1 Sechstel von 12 ist 2.
18 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3; 1 Sechstel von 18 ist 3.
u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 2 mal 12, 1 Drittel, + 22, verdoppelt, 1 Sechstheil?
2) 3 mal 6, die Hälfte, + 15, 1 Viertel, + 24, 1 Sechstheil?
3) Welche Zahl ist so groß, als 25 + 34 zusammen?
4) Welche Zahl übersteigt 36 um 24?
5) Verkleinere die Zahl 55 um 21!
6) Wie weit ist 35 von 57 entfernt?
7) Wie viel sind 4 Fünftheile und 5 Sechstheile von 30 zusammengenommen?
8) Um wie viel unterscheiden sich 5 Sechstheile und 2 Dritttheile von 60 von einander?
9) 60 Kreuzer = 1 Gulden.
= 30 kr. + 30 kr.; 30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl.
= 20 kr. + 20 kr. + 20 kr.; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl.
= 15 kr. + 15 kr. + 15 kr. + 15 kr.; 15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl.
10) Wie viel muß man zu 48 kr. legen, um 1 fl. zu erhalten? wie viel zu 42 kr.? zu 36 kr.? zu 51 kr.? ꝛc.
11) Wie viel ist 1 fl. — 6 kr.? 1 fl. — 15 kr.? 1 fl. — 24 kr.?
12) 1, 2, 3, 4 bis 20 Groschen, wie viele Kreuzer?
13) 20, 40, 60; 24, 30, 48 ꝛc. Groschen, wie viele Gulden?
14) 1, 2, 3, 4, bis 10 Sechser, wie viele Kreuzer?
15) 10, 20, 30 ꝛc.; 15, 24, 36 ꝛc. Sechser, wie viele Gulden?
16) 1, 2, 3, 4, 5 Zwölfer, wie viele Kreuzer?
17) 5, 10, 15 ꝛc.; 6, 12, 18, 24 ꝛc. Zwölfer, wie v. Gulden?

2) 51 — 2	52 — 3	53 — 4	54 — 5	55 — 6	u.
51 — 3	52 — 4	53 — 5	54 — 6	55 — 7	s.
51 — 4	52 — 5	53 — 6	54 — 7	55 — 8	f.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen.

(Bekannt.)

b) der Zehnerzahlen.

1) 40 + 11	30 + 21	20 + 31	41 + 10	25 + 25
40 + 12	30 + 22	20 + 32	42 + 10	26 + 26
40 + 13	30 + 23	20 + 33	43 + 10	27 + 27
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

2) 51 — 10	60 — 11	50 — 20	60 — 21	50 — 25
52 — 10	60 — 12	51 — 20	60 — 22	52 — 26
53 — 10	60 — 13	52 — 20	60 — 23	54 — 27
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

III. Unterscheiden.

51 > 48?	52 > 47?	53 > 50?	54 > 49?	55 > 51?
51 > 40?	52 > 32?	53 > 30?	54 > 32?	55 > 48?
51 > 30?	52 > 20?	53 > 10?	54 > 24?	55 > 30?
56 > 54?	57 > 50?	58 > 54?	59 > 45?	60 > 54?
56 > 42?	57 > 30?	58 > 52?	59 > 42?	60 > 36?
56 > 12?	57 > 10?	58 > 50?	59 > 31?	60 > 18?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 6.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 6.

6 = 6; 1 mal 6 = 6	6 = 1 mal 6.
6 + 6 = 12; 2 mal 6 = 12	12 = 2 mal 6.
6 + 6 + 6 = 18; 3 mal 6 = 18	18 = 3 mal 6.
6 + 6 + 6 + 6 = 24; 4 mal 6 = 24	24 = 4 mal 6.
u. s. f.	u. s. f.

b) Enthaltensein der 6 in den Zahlen von 1 bis 60.

6 = 6; 6 ist in 6 1 mal.

12 — 6 = 6; 6 ist in 12 1 mal.

18 — 6 — 6 = 6; 6 ist in 18 3 mal.

24 — 6 — 6 — 6 = 6; 6 ist in 24 4 mal.

u. s. f.

c) Das Versechsfachen.

1+1+1+1+1+1 = 6; 6 mal 1 = 6; das 6fache von 1 ist 6.
2+2+2+2+2+2 = 12; 6 mal 2 = 12; das 6fache von 2 ist 12.
3+3+3+3+3+3 = 18; 6 mal 3 = 18; das 6fache von 3 ist 18.
u. s. f.

d) Das Sechstheilen.

6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; 1 Sechstel von 6 ist 1.
12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2; 1 Sechstel von 12 ist 2.
18 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3; 1 Sechstel von 18 ist 3.
u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 2 mal 12, 1 Drittel, + 22, verdoppelt, 1 Sechstheil?
2) 3 mal 6, die Hälfte, + 15, 1 Viertel, + 24, 1 Sechstheil?
3) Welche Zahl ist so groß, als 25 + 34 zusammen?
4) Welche Zahl übersteigt 36 um 24?
5) Verkleinere die Zahl 55 um 21!
6) Wie weit ist 35 von 57 entfernt?
7) Wie viel sind 4 Fünftheile und 5 Sechstheile von 30 zusammengenommen?
8) Um wie viel unterscheiden sich 5 Sechstheile und 2 Dritttheile von 60 von einander?
9) 60 Kreuzer = 1 Gulden.
= 30 kr. + 30 kr.; 30 kr. = $^1/_2$ fl.
= 20 kr. + 20 kr. + 20 kr.; 20 kr. = $^1/_3$ fl.
= 15 kr. + 15 kr. + 15 kr. + 15 kr.; 15 kr. = $^1/_4$ fl.
10) Wie viel muß man zu 48 kr. legen, um 1 fl. zu erhalten? wie viel zu 42 kr.? zu 36 kr.? zu 51 kr.? ꝛc.
11) Wie viel ist 1 fl. — 6 kr.? 1 fl. — 15 kr.? 1 fl. — 24 kr.?
12) 1, 2, 3, 4 bis 20 Groschen, wie viele Kreuzer?
13) 20, 40, 60; 24, 30, 48 ꝛc. Groschen, wie viele Gulden?
14) 1, 2, 3, 4, bis 10 Sechser, wie viele Kreuzer?
15) 10, 20, 30 ꝛc.; 15, 24, 36 ꝛc. Sechser, wie viele Gulden?
16) 1, 2, 3, 4, 5 Zwölfer, wie viele Kreuzer?
17) 5, 10, 15 ꝛc.; 6, 12, 18, 24 ꝛc. Zwölfer, wie v. Gulden?

2) 51 — 2	52 — 3	53 — 4	54 — 5	55 — 6	u.
51 — 3	52 — 4	53 — 5	54 — 6	55 — 7	ſ.
51 — 4	52 — 5	53 — 6	54 — 7	55 — 8	f.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen.

(Bekannt.)

b) der Zehnerzahlen.

1) 40 + 11	30 + 21	20 + 31	41 + 10	25 + 25
40 + 12	30 + 22	20 + 32	42 + 10	26 + 26
40 + 13	30 + 23	20 + 33	43 + 10	27 + 27
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.
2) 51 — 10	60 — 11	50 — 20	60 — 21	50 — 25
52 — 10	60 — 12	51 — 20	60 — 22	52 — 26
53 — 10	60 — 13	52 — 20	60 — 23	54 — 27
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

III. Unterscheiden.

51 > 48?	52 > 47?	53 > 50?	54 > 49?	55 > 51?
51 > 40?	52 > 32?	53 > 30?	54 > 32?	55 > 48?
51 > 30?	52 > 20?	53 > 10?	54 > 24?	55 > 30?
56 > 54?	57 > 50?	58 > 54?	59 > 45?	60 > 54?
56 > 42?	57 > 30?	58 > 52?	59 > 42?	60 > 36?
56 > 12?	57 > 10?	58 > 50?	59 > 31?	60 > 18?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 6.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 6.

6 = 6; 1 mal 6 = 6	6 = 1 mal 6.
6 + 6 = 12; 2 mal 6 = 12	12 = 2 mal 6.
6 + 6 + 6 = 18; 3 mal 6 = 18	18 = 3 mal 6.
6 + 6 + 6 + 6 = 24; 4 mal 6 = 24	24 = 4 mal 6.
u. ſ. f.	u. ſ. f.

b) Enthaltensein der 6 in den Zahlen von 1 bis 60.

6 = 6; 6 ist in 6 1 mal.

12 — 6 = 6; 6 ist in 12 1 mal.

18 — 6 — 6 = 6; 6 ist in 18 3 mal.

24 — 6 — 6 — 6 = 6; 6 ist in 24 4 mal.

u. ſ. f.

c) Das Versechsfachen.

1+1+1+1+1+1 = 6; 6 mal 1 = 6; das 6fache von 1 ist 6.
2+2+2+2+2+2 = 12; 6 mal 2 = 12; das 6fache von 2 ist 12.
3+3+3+3+3+3 = 18; 6 mal 3 = 18; das 6fache von 3 ist 18.
u. s. f.

d) Das Sechstheilen.

6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; 1 Sechstel von 6 ist 1.
12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2; 1 Sechstel von 12 ist 2.
18 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3; 1 Sechstel von 18 ist 3.
u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 2 mal 12, 1 Drittel, + 22, verdoppelt, 1 Sechstheil?
2) 3 mal 6, die Hälfte, + 15, 1 Viertel, + 24, 1 Sechstheil?
3) Welche Zahl ist so groß, als 25 + 34 zusammen?
4) Welche Zahl übersteigt 36 um 24?
5) Verkleinere die Zahl 55 um 21!
6) Wie weit ist 35 von 57 entfernt?
7) Wie viel sind 4 Fünftheile und 5 Sechstheile von 30 zusammengenommen?
8) Um wie viel unterscheiden sich 5 Sechstheile und 2 Dritttheile von 60 von einander?
9) 60 Kreuzer = 1 Gulden.
= 30 kr. + 30 kr.; 30 kr. = $^1/_2$ fl.
= 20 kr. + 20 kr. + 20 kr.; 20 kr. = $^1/_3$ fl.
= 15 kr. + 15 kr. + 15 kr. + 15 kr.; 15 kr. = $^1/_4$ fl.
10) Wie viel muß man zu 48 kr. legen, um 1 fl. zu erhalten? wie viel zu 42 kr.? zu 36 kr.? zu 51 kr.? rc.
11) Wie viel ist 1 fl. — 6 kr.? 1 fl. — 15 kr.? 1 fl. — 24 kr.?
12) 1, 2, 3, 4 bis 20 Groschen, wie viele Kreuzer?
13) 20, 40, 60; 24, 30, 48 rc. Groschen, wie viele Gulden?
14) 1, 2, 3, 4, bis 10 Sechser, wie viele Kreuzer?
15) 10, 20, 30 rc.; 15, 24, 36 rc. Sechser, wie viele Gulden?
16) 1, 2, 3, 4, 5 Zwölfer, wie viele Kreuzer?
17) 5, 10, 15 rc.; 6, 12, 18, 24 rc. Zwölfer, wie v. Gulden?

2)	51 — 2	52 — 3	53 — 4	54 — 5	55 — 6 u.
	51 — 3	52 — 4	53 — 5	54 — 6	55 — 7 s.
	51 — 4	52 — 5	53 — 6	54 — 7	55 — 8 f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen.

(Bekannt.)

b) der Zehnerzahlen.

1)	40 + 11	30 + 21	20 + 31	41 + 10	25 + 25
	40 + 12	30 + 22	20 + 32	42 + 10	26 + 26
	40 + 13	30 + 23	20 + 33	43 + 10	27 + 27
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.
2)	51 — 10	60 — 11	50 — 20	60 — 21	50 — 25
	52 — 10	60 — 12	51 — 20	60 — 22	52 — 26
	53 — 10	60 — 13	52 — 20	60 — 23	54 — 27
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

III. Unterscheiden.

51 > 48?	52 > 47?	53 > 50?	54 > 49?	55 > 51?
51 > 40?	52 > 32?	53 > 30?	54 > 32?	55 > 48?
51 > 30?	52 > 20?	53 > 10?	54 > 24?	55 > 30?
56 > 54?	57 > 50?	58 > 54?	59 > 45?	60 > 54?
56 > 42?	57 > 30?	58 > 52?	59 > 42?	60 > 36?
56 > 12?	57 > 10?	58 > 50?	59 > 31?	60 > 18?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 6.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 6.

6 = 6; 1 mal 6 = 6	6 = 1 mal 6.
6 + 6 = 12; 2 mal 6 = 12	12 = 2 mal 6.
6 + 6 + 6 = 18; 3 mal 6 = 18	18 = 3 mal 6.
6 + 6 + 6 + 6 = 24; 4 mal 6 = 24	24 = 4 mal 6.
u. s. f.	u. s. f.

b) Enthaltensein der 6 in den Zahlen von 1 bis 60.

6 = 6; 6 ist in 6 1 mal.
12 — 6 = 6; 6 ist in 12 1 mal.
18 — 6 — 6 = 6; 6 ist in 18 3 mal.
24 — 6 — 6 — 6 = 6; 6 ist in 24 4 mal.
u. s. f.

c) Das Versechsfachen.

1+1+1+1+1+1 = 6; 6 mal 1 = 6; das 6fache von 1 ist 6.
2+2+2+2+2+2 = 12; 6 mal 2 = 12; das 6fache von 2 ist 12.
3+3+3+3+3+3 = 18; 6 mal 3 = 18; das 6fache von 3 ist 18.
u. s. f.

d) Das Sechstheilen.

6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; 1 Sechstel von 6 ist 1.
12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2; 1 Sechstel von 12 ist 2.
18 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3; 1 Sechstel von 18 ist 3.
u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 2 mal 12, 1 Drittel, + 22, verdoppelt, 1 Sechstheil?
2) 3 mal 6, die Hälfte, + 15, 1 Viertel, + 24, 1 Sechstheil?
3) Welche Zahl ist so groß, als 25 + 34 zusammen?
4) Welche Zahl übersteigt 36 um 24?
5) Verkleinere die Zahl 55 um 21!
6) Wie weit ist 35 von 57 entfernt?
7) Wie viel sind 4 Fünftheile und 5 Sechstheile von 30 zusammengenommen?
8) Um wie viel unterscheiden sich 5 Sechstheile und 2 Dritttheile von 60 von einander?
9) 60 Kreuzer = 1 Gulden.
= 30 kr. + 30 kr.; 30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl.
= 20 kr. + 20 kr. + 20 kr.; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl.
= 15 kr. + 15 kr. + 15 kr. + 15 kr.; 15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl.
10) Wie viel muß man zu 48 kr. legen, um 1 fl. zu erhalten? wie viel zu 42 kr.? zu 36 kr.? zu 51 kr.? 2c.
11) Wie viel ist 1 fl. — 6 kr.? 1 fl. — 15 kr.? 1 fl. — 24 kr.?
12) 1, 2, 3, 4 bis 20 Groschen, wie viele Kreuzer?
13) 20, 40, 60; 24, 30, 48 2c. Groschen, wie viele Gulden?
14) 1, 2, 3, 4, bis 10 Sechser, wie viele Kreuzer?
15) 10, 20, 30 2c.; 15, 24, 36 2c. Sechser, wie viele Gulden?
16) 1, 2, 3, 4, 5 Zwölfer, wie viele Kreuzer?
17) 5, 10, 15 2c.; 6, 12, 18, 24 2c. Zwölfer, wie v. Gulden?

18) 1 Pfd. kostet 8 kr.; was kosten 6 Pfd.?
19) Karl verdient in 1 Tag 9 kr.; wie viel in 1 Woche?
20) Für 1 Gulden erhalte ich 5 Ellen, wie viel für 6 Gulden?
21) Eine Maas Wein zu 4 Sechser; was kosten 6 Maas?
22) Jemand verdient in 1 Woche 5 fl., wie viel in 6 Wochen?
23) 6 Pfd. zu 30 kr.; wie hoch kommt 1 Pfd.?
24) In 6 gleichgroßen Fäßchen sind 60 Maas Wein enthalten, wie viel in einem Fäßchen?
25) Sechs Brüder haben 48 Nüsse miteinander zu theilen. Wie viel bekommt jeder derselben?
26) Für 10 kr. erhält man 1 Elle Band, wie viel für 1 fl.?
27) 1 Scheffel Leinsamen zu 42 fl.; wie kommt 1 Mtz.?

28) 12 fl.	29) 13 Ell.	30) 12 Thlr.	31) 14 Loth	32) 13 Ms.
15 "	14 "	9 "	12 "	12 "
20 "	15 "	18 "	13 "	16 "
11 "	16 "	15 "	18 "	11 "
58 fl.	58 Ell.	54 Thlr.	57 Loth	52 Ms.

a) 11 fl. + 20 fl. = ? (11 + 20 fl. = 31 fl.) + 15 fl. = ? (31 + 15 fl. = 46 fl.) 2c.
b) 58 fl. — 11 fl. = ? (58 — 11 fl. = 47 fl.) — 20 fl. = ? (47 — 20 fl. = 27 fl.) 2c.

Siebente Stufe.

Der Zahlenraum wird von 60 bis auf 70 erweitert.

I. Das Zusammensetzen und Zerlegen der Zahlen 61 bis 70.

60 + 1 = Einundsechszig, geschrieben 61.
60 + 2 = Zweiundsechszig, " 62.
60 + 3 = Dreiundsechzig, " 63.
2c.

a) Verwandeln in Zehner und Einer.
b) Zerlegen in verschiedene Zahlenpaare.

II. Zu- und Abzählen

a) der Einerzahlen.

α) Innerhalb des siebenten Zehners.

1) 60 + 1	60 + 2	60 + 3	60 + 4	60 + 5 u.
61 + 1	61 + 2	61 + 3	61 + 4	61 + 5 f.
62 + 1	62 + 2	62 + 3	62 + 4	62 + 5 f.
2c.	2c.	2c.	2c.	2c.

2)	70 — 1	70 — 2	70 — 3	70 — 4	70 — 5	u.
	69 — 1	69 — 2	69 — 3	69 — 4	69 — 5	s.
	68 — 1	68 — 2	68 — 3	68 — 4	68 — 5	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

β) Mit Uebergang aus einem Zehner in den andern.

1)	59 + 2	58 + 3	57 + 4	56 + 5	55 + 6	u.
	59 + 3	58 + 4	57 + 5	56 + 6	55 + 7	s.
	59 + 4	58 + 5	57 + 6	56 + 7	55 + 8	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	61 — 2	62 — 3	63 — 4	64 — 5	65 — 6	u.
	61 — 3	62 — 4	63 — 5	64 — 6	65 — 7	s.
	61 — 4	62 — 5	63 — 6	64 — 7	65 — 8	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen mit 1, 2, 3 ꝛc.

b) der Zehnerzahlen.

1)	50+11	40+21	30+31	51+10	51+20	31+31
	50+12	40+22	30+32	52+10	52+20	32+32
	50+13	40+23	30+33	53+10	53+20	33+33
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.
2)	61—10	70—11	61—20	70—21	60—30	62—31
	62—10	70—12	62—20	70—22	61—30	64—32
	63—10	70—13	63—20	70—23	62—30	66—33
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

III. Unterscheiden.

61 > 60?	62 > 58?	63 > 61?	64 > 63?	65 > 50?
61 > 40?	62 > 42?	63 > 56?	64 > 61?	65 > 30?
61 > 20?	62 > 10?	63 > 50?	64 > 59?	55 > 10?
66 > 64?	67 > 65?	68 > 68?	69 > 67?	70 > 50?
66 > 58?	67 > 63?	68 > 63?	69 > 65?	70 > 30?
66 > 36?	67 > 61?	68 > 60?	69 > 62?	70 > 10?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 7.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 7.

7 = 7; 1 mal 7 = 7	7 = 1 mal 7.
7 + 7 = 14; 2 mal 7 = 14	14 = 2 mal 7.
7 + 7 + 7 = 21; 3 mal 7 = 21	21 = 3 mal 7.

und so weiter.

b) Enthaltensein der 7 in den Zahlen von 1 bis 70.

21 — 7 — 7 = 7; 7 ist in 21 3mal.
14 — 7 = 7; 7 ist in 14 2mal.
7 = 7; 7 ist in 7 1mal.
u. s. f.

c) Das Versiebenfachen.

1 + 1 + 1 rc. = 7; 7 mal 1 = 7; das 7fache von 1 ist 7.
2 + 2 + 2 rc. = 14; 7 mal 2 = 14; das 7fache von 2 ist 14.
3 + 3 + 3 rc. = 21; 7 mal 3 = 21; das 7fache von 3 ist 21.
u. s. f.

d) Das Siebentheilen.

7 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; 7 = 7 mal 1; $^1/_7$ von 7 ist 1.
14 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2; 14 = 7 mal 2; $^1/_7$ von 14 ist 2.
21 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3; 21 = 7 mal 3; $^1/_7$ von 21 ist 3.
u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 8 mal 6, halbirt, 3 Viertheile, + 18 — 12 + 30 — 50?
2) Lege 8 mal 8 zusammen und siehe, welche Zahl entspringt!
3) 64 Maas = 1 Eimer. Wie viel beträgt 1 halber Eimer?
4) 68 Sechser, wie viele Gulden und Kreuzer?
5) Ein Landmann pflanzt 64 junge Bäumchen auf seinen Acker. Ein Sturmwind knickt 15 derselben ab. Wie viel stehen noch?
6) David war 30 Jahre alt, als er König wurde, und regierte 40 Jahre lang. Wie alt ist er geworden?
7) Bis zum Dache hat ein Haus 35 Fuß; das Dach hat noch 24 Fuß und auf demselben steht ein Thürmchen, 8 Fuß hoch. Auf diesem sitzt ein Storch. Wie hoch sitzt der, vom Erdboden aus gerechnet?
8) Von 65 Schafen werden einmal 18 und wieder 16 geschlachtet. Wie viele derselben freuen sich noch ihres Lebens?
9) Ich denke mir eine Zahl; 30 ist es nicht; denn dazu müßtest du noch 20 und 15 legen, um sie zu erhalten. Wie heißt sie?
10) Ein Bauer läßt 3 Wägen mit Getreide zur Schranne fahren. Auf dem ersten sind 24 Säcke, auf dem zweiten 20 und auf dem dritten 18. Wie viele Säcke sinds im Ganzen?

11) 1 Elle zu 9 kr.; was kosten 7 Ellen?
12) Konrad verdient in 1 Tag 8 kr., wie viel in 7 Tagen?
13) Minchen erhält 7 Ellen Zeug zu einen Kleide, die Elle zu 3 Sechser. Wie viele Gulden kostet derselbe?
14) In einer Woche braucht man 35 fl.; wie viel kommt auf 1 Tg?
15) 7 Arbeiter verdienen zusammen 63 fl., wie viel einer?

Achte Stufe.

Der Zahlenraum von 70 auf 80 erweitert.

I. Zusammensetzen und Zerlegen der Zahlen 71 bis 80.

70 + 1 = Einundsiebenzig, geschrieben 71.
70 + 2 = Zweiundsiebenzig, „ 72.
70 + 3 = Dreiundsiebenzig, „ 73.
u. s. f.

a) Verwandeln in Zehner und Einer.
b) Zerlegen in verschiedene Zahlenpaare.

II. Zu- und Abzählen

a) der Einerzahlen.

α) Innerhalb des achten Zehners.

1)	70 + 1	70 + 2	70 + 3	70 + 4	70 + 5	u.
	71 + 1	71 + 2	71 + 3	71 + 4	71 + 5	s.
	72 + 1	72 + 2	72 + 3	72 + 4	72 + 5	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	80 — 1	80 — 2	80 — 3	80 — 4	80 — 5	u.
	79 — 1	79 — 2	79 — 3	79 — 4	79 — 5	s.
	78 — 1	78 — 2	78 — 3	78 — 4	78 — 5	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

β) Mit Uebergang aus einem Zehner in den andern.

1)	69 + 2	68 + 3	67 + 4	66 + 5	65 + 6	u.
	69 + 3	68 + 4	67 + 5	66 + 6	65 + 7	s.
	69 + 4	68 + 5	67 + 6	66 + 7	65 + 8	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

2)	71 — 2	72 — 3	73 — 4	74 — 5	75 — 6	u.
	71 — 3	72 — 4	73 — 5	74 — 6	75 — 7	s.
	71 — 4	72 — 5	73 — 6	74 — 7	75 — 8	f.
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen mit 1, 2, 3 2c.

b) der Zehnerzahlen.

1)	60+11	50+20	40+30	61+10	51+20	35+35
	60+12	50+21	40+31	62+10	52+20	36+36
	60+13	50+22	40+32	63+10	53+20	37+37
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.
2)	70—10	80—11	70—20	80—21	70—30	70—35
	71—10	80—12	71—20	80—22	71—30	72—36
	72—10	80—13	72—20	80—23	72—30	74—37
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.

III. Unterscheiden.

71 > 68?	72 > 70?	73 > 71?	74 > 73?	75 > 50?
71 > 63?	72 > 60?	73 > 62?	74 > 67?	75 > 30?
71 > 60?	72 > 50?	73 > 40?	74 > 54?	75 > 10?
76 > 72?	77 > 75?	78 > 74?	79 > 78?	80 > 60?
76 > 69?	77 > 62?	78 > 51?	79 > 75?	80 > 40?
76 > 60?	77 > 21?	78 > 24?	79 > 72?	80 > 20?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 8.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 8.

8 = 8; 1 mal 8 = 8	8 = 1 mal 8.
8 + 8 = 16; 2 mal 8 = 16	16 = 2 mal 8.
8 + 8 + 8 = 24; 3 mal 8 = 24	24 = 3 mal 8.

und so weiter.

b) Enthaltensein der 8 in den Zahlen von 1 bis 80.

8 = 8; 8 ist in 8 1mal.
16 — 8 = 8; 8 ist in 16 2mal.
24 — 8 — 8 = 8; 8 ist in 24 3mal.
u. s. f.

c) Das Verachtfachen.

1 + 1 + 1 rc. = 8; 8 mal 1 = 8; das 8fache von 1 ist 8.
2 + 2 + 2 rc. = 16; 8 mal 2 = 16; das 8fache von 2 ist 16.
3 + 3 + 3 rc. = 24; 8 mal 3 = 24; das 8fache von 3 ist 24.
u. s. f.

d) Das Achttheilen.

8 = 1+1+1+1+1+1+1+1; 8 = 8 mal 1; $^1/_8$ von 8 ist 1.
16 = 2+2+2+2+2+2+2+2; 16 = 8 mal 2; $^1/_8$ von 16 ist 2.
24 = 3+3+3+3+3+3+3+3; 24 = 8 mal 3; $^1/_8$ von 24 ist 3.
u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 3 mal 2, halbirt, 4 mal, 1 Drittel, 6 mal, 1 Viertel, 8 mal, 1 Sechstel, 10 mal, 1 Achtel.

2) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen dem 8fachen von 6 und dem 8fachen von 9?

3) Ein Kriegsschiff hat 75 Kanonen, ein anderes 57. Um wie viele Kanonen ist dieses schwächer?

4) Auf einem Baume sitzen 72 Sperlinge. 4 Jäger schießen auf sie, und 18 fallen. Wie viele bleiben sitzen? (!)

5) 75 kr. = 60 + 15 kr. = 1 fl 15 kr.

6) 80 Ms. = 64 + 16 Ms. = 1 Eimer 16 Ms.

7) Von 72 Negersklaven, welche von Afrika nach Amerika geschifft wurden, starben auf der Reise $^3/_8$. Wie viele derselben kamen in Amerika an?

8) Fritz hat 74 Seiten zu wiederholen; 47 hat derselbe bereits durchgemacht. Wie viel bleiben ihm noch übrig?

9) In einer Schule von 80 Knaben ist Karl der 36ste. Wie viele Schüler sitzen u n t e r ihm?

10) Ein Pfd. zu 4 Sechser; was kosten 8 Pfd.? rc.

11) Für 8 fl. erhält man 64 Ellen; wie viel für 1 fl.? rc.

12) 8 Ellen kosten 1 Gulden; wie viel kosten 72 Ellen?

Neunte Stufe.

Der Zahlenraum wird von 80 bis auf 90 erweitert.

I. Das Zusammensetzen und Zerlegen der Zahlen 81 bis 90.

80 + 1 = Einundachtzig, geschrieben 81.
80 + 2 = Zweiundachtzig, „ 82.
80 + 3 = Dreiundachtzig, „ 83.
2c.

a) Verwandeln in Zehner und Einer.
b) Zerlegen in verschiedene Zahlenpaare.

II. Zu- und Abzählen

a) der Einerzahlen.

α) Innerhalb des neunten Zehners.

1)	80 + 1	80 + 2	80 + 3	80 + 4	80 + 5	u.
	81 + 1	81 + 2	81 + 3	81 + 4	81 + 5	f.
	82 + 1	82 + 2	82 + 3	82 + 4	82 + 5	f.
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	
2)	90 — 1	90 — 2	90 — 3	90 — 4	90 — 5	u.
	89 — 1	89 — 2	89 — 3	89 — 4	89 — 5	f.
	88 — 1	88 — 2	88 — 3	88 — 4	88 — 5	f.
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	

β) Mit Uebergang aus einem Zehner in den andern.

1)	79 + 2	78 + 3	77 + 4	76 + 5	75 + 6	u.
	79 + 3	78 + 4	77 + 5	76 + 6	75 + 7	f.
	79 + 4	78 + 5	77 + 6	76 + 7	75 + 8	f.
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	
2)	81 — 2	82 — 3	83 — 4	84 — 5	85 — 6	u.
	81 — 3	82 — 4	83 — 5	84 — 6	85 — 7	f.
	81 — 4	82 — 5	83 — 6	84 — 7	85 — 8	f.
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen mit 1, 2, 3 2c.

b) der Zehnerzahlen.

1)	70+11	60+21	50+31	61+20	51+30	40+40
	70+12	60+22	50+32	62+20	52+30	41+41
	70+13	60+23	50+33	63+20	53+30	42+42
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.

2)	81—10	90—11	81—20	90—21	81—40	80—40
	82—10	90—12	82—20	90—22	82—40	82—41
	83—10	90—13	83—20	90—23	83—40	84—42
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

III. Unterscheiden.

81 > 78?	82 > 70?	83 > 81?	84 > 80?	85 > 74?
81 > 75?	82 > 50?	83 > 74?	84 > 64?	85 > 12?
81 > 72?	82 > 30?	83 > 51?	84 > 42?	85 > 8?
86 > 81?	87 > 83?	88 > 75?	89 > 86?	90 > 70?
86 > 72?	87 > 64?	88 > 48?	89 > 83?	90 > 50?
86 > 41?	87 > 31?	88 > 24?	89 > 80?	90 > 30?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 9.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 9.

9 = 9; 1 mal 9 = 9 | 9 = 1 mal 9.
9 + 9 = 18; 2 mal 9 = 18 | 18 = 2 mal 9.
9 + 9 + 9 = 27; 3 mal 9 = 27 | 27 = 3 mal 9.
und so weiter.

b) Enthaltensein der 9 in den Zahlen von 1 bis 90.

9 = 9; 9 ist in 9 1mal.
18 — 9 = 9; 9 ist in 18 2mal.
27 — 9 — 9 = 9; 9 ist in 27 3mal.
u. s. f.

c) Das Verneunfachen.

1 + 1 + 1 + 1 ꝛc. = 9; 9 mal 1 = 9; das 9fache von 1 ist 9.
2 + 2 + 2 + 2 ꝛc. = 18; 9 mal 2 = 18; das 9fache von 2 ist 18.
3 + 3 + 3 + 3 ꝛc. = 27; 9 mal 3 = 27; das 9fache von 3 ist 27.
u. s. f.

d) Das Neuntheilen.

9 = 1 + 1 + 1 + 1 ꝛc.; 9 = 9 mal 1; 1/9 von 9 ist 1.
18 = 2 + 2 + 2 + 2 ꝛc.; 18 = 9 mal 2; 1/9 von 18 ist 2.
27 = 3 + 3 + 3 + 3 ꝛc.; 27 = 9 mal 3; 1/9 von 27 ist 3.
u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 9 mal 9 + 9? 2) 5 mal 10 + 4 mal 8?
3) 12 + 6, verdoppelt, 1 Neuntel, 8 mal, 1 Viertel?
4) Wie viel ist 9 mal 9 mehr als 8 mal 8?
5) 4 Neuntheile von 54 sind wie viel weniger als 4 Neuntheile von 72?
6) 80 (81, 82 ꝛc.) Sechser, wie viele Gulden?
7) 80 (81, 82 ꝛc.) Groschen, wie viele Gulden?
8) Ein Buch Papier zu 3 Sechser; was kosten 9 Buch?
9) Von 84 Ellen Tuch werden 9 mal 2 Ellen abgeschnitten. Wie viel bleibt Rest?
10) Karl hat in 3 Taschen 90 Haselnüsse; wie viel in jeder?
11) Neun Geschwister haben miteinander 63 Aepfel zu theilen; wie viel bekommt Eines?
12) Für 9 Thaler 27 Pfd.; wie viel für 1 Thlr.? ꝛc.

13)		14)		15)		16)	
	18 Tauben		16 Scheffel		17 Ms.		25 kr.
	20 Hühner		21 „		18 „		20 kr.
	24 Enten		25 „		26 „		18 kr.
	25 Gänse		27 „		20 „		24 kr.
	87 Stücke		89 Scheffel		81 Ms. = ?		87 kr. = ?

Zehnte Stufe.

Der Zahlenraum von 90 auf 100 erweitert.

I. Zusammensetzen und Zerlegen der Zahlen 91 bis 100.

90 + 1 = Einundneunzig, geschrieben 91.
90 + 2 = Zweiundneunzig, „ 92.
90 + 3 = Dreiundneunzig, „ 93.
u. s. f.

a) Verwandeln in Zehner und Einer.
b) Zerlegen in verschiedene Zahlenpaare.

II. Zu- und Abzählen

a) der Einerzahlen.

α) Innerhalb des zehnten Zehners.

1)	90 + 1	90 + 2	90 + 3	90 + 4	90 + 5	u.
	91 + 1	91 + 2	91 + 3	91 + 4	91 + 5	s.
	92 + 1	92 + 2	92 + 3	92 + 4	92 + 5	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	100 — 1	100 — 2	100 — 3	100 — 4	100 — 5	u.
	99 — 1	99 — 2	99 — 3	99 — 4	99 — 5	s.
	98 — 1	98 — 2	98 — 3	98 — 4	98 — 5	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

β) Mit Uebergang aus einem Zehner in den andern.

1)	89 + 2	88 + 3	87 + 4	86 + 5	85 + 6	u.
	89 + 3	88 + 4	87 + 5	86 + 6	85 + 7	s.
	89 + 4	88 + 5	87 + 6	86 + 7	85 + 8	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	91 — 2	92 — 3	93 — 4	94 — 5	95 — 6	u.
	91 — 3	92 — 4	93 — 5	94 — 6	95 — 7	s.
	91 — 4	92 — 5	93 — 6	94 — 7	95 — 8	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

γ) Wiederholtes Zu- und Abzählen mit 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

b) der Zehnerzahlen.

1)	80+11	60+31	40+52	81+10	63+30	45+45
	80+14	60+36	40+57	85+10	67+30	46+46
	70+22	50+43	30+64	72+20	54+40	47+47
	70+26	50+48	30+69	76+20	58+40	48+48
2)	100—11	100—30	91—10	95—30	99—50	90—45
	100—15	100—35	92—10	96—30	94—50	92—46
	100—20	100—40	93—20	97—40	93—60	94—47
	100—26	100—48	94—20	98—40	97—60	96—48

III. Unterscheiden.

91 > 89?	92 > 88?	93 > 80?	94 > 82?	95 > 94?
91 > 85?	92 > 84?	93 > 50?	94 > 64?	95 > 92?
91 > 81?	92 > 75?	93 > 30?	94 > 40?	95 > 90?

96 > 72? 97 > 91? 98 > 84? 99 > 98? 100 > 20?
96 > 45? 97 > 41? 98 > 44? 99 > 94? 100 > 50?
96 > 32? 97 > 21? 98 > 4? 99 > 91? 100 > 90?

IV. Multipliciren und Dividiren mit 10.

a) Erzeugung der Vielfachzahlen von 10.

10 = 10; 1 mal 10 = 10	10 = 1 mal 10.
10 + 10 = 20; 2 mal 10 = 20	20 = 2 mal 10.
10 + 10 + 10 = 30; 3 mal 10 = 30	30 = 3 mal 10.

und so weiter.

b) Enthaltensein der 10 in den Zahlen von 1 bis 100.

10 = 10; 10 ist in 10 1mal.
20 — 10 = 10; 10 ist in 20 2mal.
30 — 10 — 10 = 10; 10 ist in 30 3mal.
u. s. f.

c) Das Verzehnfachen.

1+1+1+1 ꝛc. = 10; 10 mal 1 = 10; das 10fache von 1 ist 10.
2+2+2+2 ꝛc. = 20; 10 mal 2 = 20; das 10fache von 2 ist 20.
3+3+3+3 ꝛc. = 30; 10 mal 3 = 30; das 10fache von 3 ist 30.
u. s. f.

d) Das Zehntheilen.

10 = 1 + 1 + 1 + 1 ꝛc.; 10 = 10 mal 1; $^1/_{10}$ von 10 ist 1.
20 = 2 + 2 + 2 + 2 ꝛc.; 20 = 10 mal 2; $^1/_{10}$ von 20 ist 2.
30 = 3 + 3 + 3 + 3 ꝛc.; 30 = 10 mal 3; $^1/_{10}$ von 30 ist 3.
u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 4 mal 2, die Hälfte, 3 mal, 1 Drittel, 5 mal, 1 Viertel, 8 mal + 10, 1 Fünftel, 10 mal, 1 Zehntel.
2) Um wie viel ist 96 mehr als 48?
3) Wie oft läßt sich 32 von 96 wegnehmen?
4) Welche Zahl beträgt 45 weniger als 100?
5) 1 Zehntheil von 100 ist was für 1 Theil von 50?
6) Nennt mir 2 Zahlen, welche zusammen 100 machen?
7) Als Joseph in Aegypten war, hatte eine Stadt daselbst, Namens Theben, 100 Thore (Thoren!); das alte Rom hatte 37. Wie viele Thore hat Theben mehr als Rom?

8) Der Dom zu Mailand hat 2 mal 49 Thürme und Thürmchen. Wie viele sind es deren?

9) Unter 100 Guldenstücken sind 45 bayerische; unter den übrigen befinden sich $^{2}/_{5}$ würtembergische und $^{3}/_{5}$ badische. Wie viele sind es der beiden letzteren?

10) Von 100 Schülern treten 32 aus; wie viele bleiben?

11) 100 kr., wie viele Gulden?

12) 100 Groschen (Sechser, Zwölfer) wie viele Gulden?

13) 1 Eimer Wein zu 8 fl.; was kosten 10 Eimer? ꝛc.

14) 10 Ellen Tuch zu 40 fl.; was kostet 1 Elle? ꝛc.

Uebersicht und Wiederholung

der Uebungen innerhalb des ganzen Zahlenraumes von 1 bis 100.

(S. Bemerkung Seite 19 auf 20.)

I. Verwandeln der Zehner in Einer und umgekehrt.

1)	1 Zehner = 10 Einer;	1 Z. + 2 E. = 10 + 2 = 12 E.
	2 Z. = 2 mal 10 od. 20 E;	2 Z. + 8 E. = 20 + 8 = 28 E.
	3 Z. = 3 mal 10 od. 30 E.;	3 Z. + 5 E. = 30 + 5 = 35 E.
	ꝛc.	ꝛc.
2)	10 E. = 1 Zehner;	13 E. = 10 + 3 E. = 1 Z. + 3 E.
	20 E. = 2 mal 10 E. = 2 Z.;	24 E. = 20 + 4 E. = 2 Z. + 4 E.
	30 E. = 3 mal 10 E. = 3 Z.;	36 E. = 30 + 6 E. = 3 Z. + 6 E.
	ꝛc.	ꝛc.

II. Zusammenzählen und Abziehen.

a) Reine Zehnerzahlen.

1)	10 + 10	20 + 10	30 + 10	40 + 10	50 + 10	u.
	10 + 20	20 + 20	30 + 20	40 + 20	50 + 20	f.
	10 + 30	20 + 30	30 + 30	40 + 30	50 + 30	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	100 — 10	90 — 10	80 — 10	70 — 10	60 — 10	u.
	100 — 20	90 — 20	80 — 20	70 — 20	60 — 20	f.
	100 — 30	90 — 30	80 — 30	70 — 30	60 — 30	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

b) Reine und gemischte Zehnerzahlen.

1)	80 + 11	70 + 11	60 + 11	50 + 11	40 + 11	u.
	80 + 12	70 + 12	60 + 12	50 + 12	40 + 12	s.
	80 + 13	70 + 13	60 + 13	50 + 13	40 + 13	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	20 — 11	30 — 11	40 — 11	50 — 11	60 — 11	u.
	20 — 12	30 — 12	40 — 12	50 — 12	60 — 12	s.
	20 — 13	30 — 13	40 — 13	50 — 13	60 — 13	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
3)	11 + 10	11 + 20	11 + 30	11 + 40	11 + 50	u.
	12 + 10	12 + 20	12 + 30	12 + 40	12 + 50	s.
	13 + 10	13 + 20	13 + 30	13 + 40	13 + 50	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
4)	21 — 10	31 — 20	41 — 30	51 — 40	61 — 50	u.
	22 — 10	32 — 20	42 — 30	52 — 40	62 — 50	s.
	23 — 10	33 — 20	43 — 30	53 — 40	63 — 50	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

c) Gemischte Zehnerzahlen.

1)	43+32	36+53	68+31	48+34	36+48	43+48
	54+41	55+42	22+46	56+27	64+29	48+34
	62+27	44+45	52+24	39+55	55+37	36+58
	25+53	34+64	75+21	27+68	78+18	57+39
	21+45	61+26	32+54	45+36	54+27	29+67
2)	75—32	89—53	96—32	72—24	42—28	74—48
	98—54	97—42	64—32	63—36	55—37	93—61
	89—27	85—33	75—25	81—27	61—45	82—35
	78—43	68—24	87—43	54—37	72—36	71—54
	66—21	56—15	58—26	92—46	94—47	64—38

III. Unterscheiden.

1)	100>90?	90>80?	80>70?	70>60?	60>50?	u.
	100>80?	90>70?	80>60?	70>50?	60>40?	s.
	100>70?	90>60?	80>50?	70>40?	60>30?	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

2)	10<15?	20<28?	30<36?	40<48?	50<59?	u.
	10<24?	20<32?	30<41?	40<54?	50<64?	f.
	10<36?	20<43?	30<52?	40<63?	50<75?	f.
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	
3)	100>94?	90>89?	80>75?	70>62?	60>57?	u.
	100>85?	90>78?	80>64?	70>51?	60>42?	f.
	100>72?	90>67?	80>56?	70>45?	60>36?	f.
	2c.	2c.	2c.	2c.	2c.	

4)	25 > 12?	84 > 42?	34 > 18?	96 > 69?
	36 > 24?	96 > 63?	45 > 29?	86 > 58?
	48 > 16?	88 > 44?	64 > 46?	75 > 46?
	59 > 36?	75 > 51?	72 > 27?	63 > 36?
	67 > 25?	64 > 32?	84 > 48?	54 > 27?

IV. Multipliciren und Dividiren.

1) Vervielfachen.

(Das kleine EinmalEins.)

1 mal 1	2 mal 1	3 mal 1	4 mal 1	5 mal 1
1 mal 2	2 mal 2	3 mal 2	4 mal 2	5 mal 2
1 mal 3	2 mal 3	3 mal 3	4 mal 3	5 mal 3
2c.	2c.	2c.	2c.	2c.
6 mal 1	7 mal 1	8 mal 1	9 mal 1	10 mal 1
6 mal 2	7 mal 2	8 mal 2	9 mal 2	10 mal 2
6 mal 3	7 mal 3	8 mal 3	9 mal 3	10 mal 3
2c.	2c.	2c.	2c.	2c.

Recht viele Fragen folgender Art:

1) Wie viel ist 4 mal 7? (28) Nachweis! (4 mal 7 = 7 + 7 + 7 + 7; 7 + 7 = 14, 14 + 7 = 21, 21 + 7 = 28.) 2c.
2) Was heißt 3 mal 4? Und was heißt 4 mal 3? (3 mal 4 heißt: 4 + 4 + 4; 4 mal 3 heißt: 3 + 3 + 3 + 3.)
3) Welches sind unter den Zahlen von 1 — 20 die Vielfachen von 2? Unter den Zahlen von 1 — 30 die Vielfachen von 3? 2c.
4) Wie heißt von 8 das Doppelte? das 4fache? das 9fache?
5) Welche Zahl erzeugt sich, wenn man die 6 fünfmal zusammenfaßt? 2c.
6) 15 erzeugt sich aus wie vielmal 3? aus wie vielmal 5?
7) Das Wievielfache von 8 ist 32? 48? 64?
8) Wie stellst du dir 24 gewöhnlich vor? (als 2 mal 10 + 4.)

b) Reine und gemischte Zehnerzahlen.

1)	80 + 11	70 + 11	60 + 11	50 + 11	40 + 11	u.
	80 + 12	70 + 12	60 + 12	50 + 12	40 + 12	f.
	80 + 13	70 + 13	60 + 13	50 + 13	40 + 13	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
2)	20 — 11	30 — 11	40 — 11	50 — 11	60 — 11	u.
	20 — 12	30 — 12	40 — 12	50 — 12	60 — 12	f.
	20 — 13	30 — 13	40 — 13	50 — 13	60 — 13	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
3)	11 + 10	11 + 20	11 + 30	11 + 40	11 + 50	u.
	12 + 10	12 + 20	12 + 30	12 + 40	12 + 50	f.
	13 + 10	13 + 20	13 + 30	13 + 40	13 + 50	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	
4)	21 — 10	31 — 20	41 — 30	51 — 40	61 — 50	u.
	22 — 10	32 — 20	42 — 30	52 — 40	62 — 50	f.
	23 — 10	33 — 20	43 — 30	53 — 40	63 — 50	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

c) Gemischte Zehnerzahlen.

1)	43+32	36+53	68+31	48+34	36+48	43+48
	54+41	55+42	22+46	56+27	64+29	48+34
	62+27	44+45	52+24	39+55	55+37	36+58
	25+53	34+64	75+21	27+68	78+18	57+39
	21+45	61+26	32+54	45+36	54+27	29+67
2)	75—32	89—53	96—32	72—24	42—28	74—48
	98—54	97—42	64—32	63—36	55—37	93—64
	89—27	85—33	75—25	81—27	61—45	82—35
	78—43	68—24	87—43	54—37	72—36	71—54
	66—21	56—15	58—26	92—46	94—47	64—38

III. Unterscheiden.

1)	100>90 ?	90>80 ?	80>70 ?	70>60 ?	60>50 ?	u.
	100>80 ?	90>70 ?	80>60 ?	70>50 ?	60>40 ?	f.
	100>70 ?	90>60 ?	80>50 ?	70>40 ?	60>30 ?	f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	

2)	10<15?	20<28?	30<36?	40<48?	50<59? u.
	10<24?	20<32?	30<41?	40<54?	50<64? s.
	10<36?	20<43?	30<52?	40<63?	50<75? f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.
3)	100>94?	90>89?	80>75?	70>62?	60>57? u.
	100>85?	90>78?	80>64?	70>51?	60>42? s.
	100>72?	90>67?	80>56?	70>45?	60>36? f.
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

4)	25 > 12?	84 > 42?	34 > 18?	96 > 69?
	36 > 24?	96 > 63?	45 > 29?	86 > 58?
	48 > 16?	88 > 44?	64 > 46?	75 > 46?
	59 > 36?	75 > 51?	72 > 27?	63 > 36?
	67 > 25?	64 > 32?	84 > 48?	54 > 27?

IV. Multipliciren und Dividiren.

1) Vervielfachen.

(Das kleine EinmalEins.)

1 mal 1	2 mal 1	3 mal 1	4 mal 1	5 mal 1
1 mal 2	2 mal 2	3 mal 2	4 mal 2	5 mal 2
1 mal 3	2 mal 3	3 mal 3	4 mal 3	5 mal 3
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.
6 mal 1	7 mal 1	8 mal 1	9 mal 1	10 mal 1
6 mal 2	7 mal 2	8 mal 2	9 mal 2	10 mal 2
6 mal 3	7 mal 3	8 mal 3	9 mal 3	10 mal 3
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

Recht viele Fragen folgender Art:

1) Wie viel ist 4 mal 7? (28) Nachweis! (4 mal 7 = 7 + 7 + 7 + 7; 7 + 7 = 14, 14 + 7 = 21, 21 + 7 = 28.) ꝛc.
2) Was heißt 3 mal 4? Und was heißt 4 mal 3? (3 mal 4 heißt: 4 + 4 + 4; 4 mal 3 heißt: 3 + 3 + 3 + 3.)
3) Welches sind unter den Zahlen von 1 — 20 die Vielfachen von 2? Unter den Zahlen von 1 — 30 die Vielfachen von 3? ꝛc.
4) Wie heißt von 8 das Doppelte? das 4fache? das 9fache?
5) Welche Zahl erzeugt sich, wenn man die 6 fünfmal zusammenfaßt? ꝛc.
6) 15 erzeugt sich aus wie vielmal 3? aus wie vielmal 5?
7) Das Wievielfache von 8 ist 32? 48? 64?
8) Wie stellst du dir 24 gewöhnlich vor? (als 2 mal 10 + 4.)

Wie stellst du dir aber 24 als ein Vielfaches von 6 vor? (als 6 + 6 + 6 + 6; 6, 12, 18, 24.)

9) Wie viel ist 3 mal 8 + 4? 9 mal 7 + 5?

10) Aus wie vielmal 8 besteht 51? (51 = 48 + 3 = 6 mal 8 + 3.)

2) Enthaltensein.

(Das EinsinEins.)

1 in 1	2 in 2	3 in 3	4 in 4	5 in 5
1 in 2	2 in 4	3 in 6	4 in 8	5 in 10
1 in 3	2 in 6	3 in 9	4 in 12	5 in 15
rc.	rc.	rc.	rc.	rc.
6 in 6	7 in 7	8 in 8	9 in 9	10 in 10
6 in 12	7 in 14	8 in 16	9 in 18	10 in 20
6 in 18	7 in 21	8 in 24	9 in 27	10 in 30
rc.	rc.	rc.	rc.	rc.

Fragen folgender Art:

1) Wie oft liegt 7 in 42? (6 mal) Nachweis! (42 = 6 mal 7; 7 läßt sich 6 mal von 42 nehmen.)

2) In welchen Zahlen von 1 bis 20 ist 2 ohne Rest enthalten, d. i. in welchen Zahlen von 1 — 20 geht 2 auf?
In welchen Zahlen von 1 — 40 geht 4 auf? rc.

3) In welcher Zahl ist 9 dreimal? 8 mal? rc.

4) Von welcher Zahl läßt sich die 8 gerade 5 mal nehmen?

3) Theilen.

$^1/_2$ von 2	$^1/_3$ von 3	$^1/_4$ von 4	$^1/_5$ von 5	$^1/_6$ von 6
$^1/_2$ von 4	$^1/_3$ von 6	$^1/_4$ von 8	$^1/_5$ von 10	$^1/_6$ von 12
$^1/_2$ von 6	$^1/_3$ von 9	$^1/_4$ von 12	$^1/_5$ von 15	$^1/_6$ von 18
rc.	rc.	rc.	rc.	rc.

$^1/_7$ von 7	$^1/_8$ von 8	$^1/_9$ von 9	$^1/_{10}$ von 10
$^1/_7$ von 14	$^1/_8$ von 16	$^1/_9$ von 18	$^1/_{10}$ von 20
$^1/_7$ von 21	$^1/_8$ von 24	$^1/_9$ von 27	$^1/_{10}$ von 30
rc.	rc.	rc.	rc.

Fragen folgender Art:

1) Welche Zahlen von 1 — 20 lassen sich ohne Rest in 2 gleiche Theile zerlegen? Welche von 1 — 30 in 3? rc.

2) Wie heißen die 2 Hälften von 14? 12? Die drei Drittel von 24? 15? rc.

3) Suche von 24 die Hälfte! $^1/_3$! $^1/_4$! $^1/_6$! $^1/_8$!

4) Von welcher Zahl ist 8 die Hälfte? $^1/_3$? $^1/_4$? 2c.
5) Wie suchst du $^1/_4$ von 43? $^1/_8$ von 53?
6) Was für ein Theil ist 6 von 12? 30? 48?
7) Wie viel betragen $^2/_3$ von 12? $^3/_4$ von 32? 2c.

4) Verwechselung der Faktoren.

• • • • = 4
• • • • = 4
• • • • = 4
‖ ‖ ‖ ‖
3 3 3 3

Betrachte ich die vorstehenden Punkte als drei wagrechte Reihen, so erscheinen sie mir als 4 + 4 + 4, d. i. als 3 mal 4. Betrachte ich sie als vier senkrechte Reihen, so erscheinen sie mir als 3 + 3 + 3 + 3, d. i. als 4 mal 3. In dem einen Falle sind es aber eben so viele Punkte, als in dem andern; in beiden Fällen sind es 12. Also ist 3 mal 4 gerade so viel als 4 mal 3.

Eben so:

2 mal 3 = 3 mal 2; 4 mal 6 = 6 mal 4;
3 mal 5 = 5 mal 3; 3 mal 8 = 8 mal 3;
4 mal 5 = 5 mal 4; 5 mal 6 = 6 mal 5 2c.

5) Das Zerfällen der Produktzahlen in ihre Faktoren.

4 = 2 mal 2; 10 = 2 mal 5 = 5 mal 2;
6 = 2 mal 3 = 3 mal 2; 12 = 2 mal 6 = 6 mal 2;
8 = 2 mal 4 = 4 mal 2; = 3 mal 4 = 4 mal 3;
9 = 3 mal 3; u. s. f.

V. Verschiedene Aufgaben.

1) 50 + 30 — 15 + 30 — 20 + 5 — 24 + 8 — 32 + 16 — 24, $^1/_6$?
2) 3 mal 30 — 10, halbirt, $^1/_4$, 6 mal, $^1/_3$, 5 mal!

Anm. Dergleichen Aufgaben recht viele und möglichst rasch.

3) Wie viele Gulden sind 10, 20, 30 bis 100 Sechser?
4) 24 Sechser, wie viele Gulden und Kreuzer? 2c.
5) Wie viele Gulden sind 72 kr.? 84 kr.? 95 kr.? 2c.
6) 1 fl. 17 kr., wie viele Kreuzer? 2c.

7) Ein Landmann hat 8 Pferde, 20 Kühe, 12 Ochsen und 24 Schweine; wie viel Stück Vieh im Ganzen?

8) Drei Schwestern spinnen 24 Pfd. Flachs. Die eine spinnt 8 Pfd., die andere 9 Pfd.; wie viel spinnt die dritte?

9) Aus 6 Pfd. Flachs erhalten sie 5 Pfd. Garn; wie viel Garn bekommen sie im Ganzen?

(24 oder 6 + 6 + 6 + 6 Pfd. Flachs geben 5 + 5 + 5 + 5 d. i. 4 mal 5 oder 20 Pfd. Garn.)

10) Jedes Pfund Garn gibt 5 Ellen Leinwand; wie groß wird das Stück?

11) Aus je 4 Ellen Leinwand machen sie ein Hemd. Wie viele Hemden werden sie im Ganzen erhalten?

12) Jedes Hemd verkaufen sie um 2 fl.; wie groß ist ihr Erlös?

13) Für Flachs, Weben und Bleichen bezahlten sie 18 fl.; wie viel haben sie durch ihr Spinnen und Nähen verdient?

14) Luise hatte auf ihrem Beete 35 Blumen. Da sie dieselben aber schlecht begoß, so verwelkten $^2/_5$ davon. Wie viele Blumen hatte sie dann noch?

15) Eine arme Frau hat 1 fl. 24 kr. und braucht täglich 6 kr. davon. Wie lange reicht sie mit ihrem Gelde aus?

16) Ich denke mir eine Zahl. Lege ich das 3fache von 8 dazu, so erhalte ich 32. Wie heißt die Zahl?

(Das 3fache von 8 = 24; von 24 bis auf 32 ist 8. Die Zahl, wozu ich noch 24 legen muß, um 32 zu erhalten, heißt also 8.)

17) Ein Mann machte ohnlängst eine Reise. Täglich gab er 3 fl. aus und brauchte im Ganzen 54 fl. Wie lange war er verreist?

18) Wie groß ist der Unterschied zwischen $^7/_8$ und $^7/_{10}$ von 80?

19) Emilie kauft 5 Ellen Zeug, die Elle zu 17 kr., und legt 4 Vierundzwanziger dafür hin. Wie viel muß sie zurückerhalten?

20) Ein Vater sagt zu seinem 8jährigen Sohne: Ich bin 7 mal so alt als du und noch um 5 Jahre älter. Wie alt ist der Vater?

21) Wie theuer ist 1 Elle Tuch, wenn 2 Ellen 1 fl. 20 kr. kosten?

22) Von 48 Aepfeln werden die Hälfte, 1 Viertel und 1 Achtel gegessen. Wie viel sind noch vorhanden?

23) Herrmann bekam 12 Ostereier, August $^2/_3$ mal so viel und Karl $^3/_4$ mal so viel; wie viele Eier erhielten sie zusammen?

24) Fritz hat 3 Vierundzwanziger. Wie viele Sechser wird er dafür erhalten?
25) Ein Taglöhner bekommt jeden Tag 12 kr. In welcher Zeit verdient er 1 fl.?
26) Christiana zahlt für 9 Loth Baumwolle 45 kr.; wie viel kostet 1 Loth?
27) Eugen kaufte das Schreibheft um 6 kr. und zahlte im Ganzen 42 kr.; wie viele Hefte hat er gekauft?
28) 1 Pfd. Fleisch kostet 11 kr.: wie viel kosten 8 Pfd.?
29) 1 Loth Seide kostet 32 kr.; wie hoch kommt das Quint?
30) In 7 Tagen verdient Jemand 1 fl. 3 kr., wie viel in 1 Tg.?
31) Marie schreibt täglich 3 Seiten, wie viel in 1 Woche?
32) Wie viele Sechser bekommt man für 90 einzelne Kreuzer?
33) Wie viele Loth kann man für 48 kr. kaufen, wenn 1 Loth 12 kr. gilt?
34) Welche Zahl ist um 3 Zehner größer als 24?
35) Ein Blumen-Beet hat 5 Reihen; in jeder Reihe stehen 8 Blumenstöcke; wie viele dergleichen stehen auf dem ganzen Beete?
36) Ein Bauer löste für 8 Schff. Korn 72 fl.; wie theuer hat er den Scheffel verkauft?
37) Von 100 fl. bezahlt Jemand 9 Schff. Getreid; für jeden Scheffel gibt er 9 fl. Wie viel Geld bleibt ihm übrig?
38) Ein Mann hat 45 fl. und kauft 7 Ctr., den Ctr. zu 8 fl.; wie viel Geld fehlt ihm zur vollständigen Bezahlung?
39) Von 45 fl. gebe ich $^4/_9$ aus; wie viel Geld habe ich noch?
40) Wie viel ist 3 mal 30 + $^3/_{10}$ von 30 + 1?

Zweiter Cursus.

Der Zahlenraum wird von 100 bis auf 1000 erweitert.

Die Zahlen von 1 bis 100 sind bekannt. Aus ihnen sind die Zahlen von 100 bis 1000 zusammengesetzt. Ihre Veranschaulichung durch Striche, Punkte u. s. w. fällt deßhalb weg. Dafür ist nöthig, daß der Schüler veranlaßt werde, sie in die allseitig angeschauten Zahlen von 1 bis 100 zu zerlegen und insbesondere bei jeder Zahl die Menge ihrer Einheiten (Hunderter, Zehner und Einer) sich klar vorzustellen. Zu diesem Zwecke führen wir unsern Schüler durch das ganze Zahlengebiet von 100 bis 1000 von Stufe zu Stufe vor- und rückwärts: wir lassen auf- und abwärts zählen. Damit derselbe aber nicht gedankenlos fortschreite, nicht Zahlennamen ohne Inhalt nenne; so fordern wir ihn öfters auf, inne zu halten, die Stufe, auf welcher er gerade sich befindet, zu bestimmen und sowohl den bereits zurückgelegten, als den näheren Theil des noch zurückzulegenden Wegs messend zu überschauen.

Kopf- und Zifferrechnen sind bei diesem Cursus der Ausführung nach noch nicht von einander geschieden.

Da der Raum nicht gestattete, auch für diese Abtheilung Aufgaben in das erste Aufgabenheftchen zum Zifferrechnen aufzunehmen, so wolle man dergleichen den Schülern diktiren.

I. Numeriren.

1) Das Auf- und Abwärtszählen.

Zuerst zählen wir zum ersten Hundert wieder alle Zahlen von 1 bis 100.

100, 101, 102, 103 . . . . 128 —

128, wie viele Hunderter, Zehner und Einer? (128 = 1 H. + 2 Z. + 8 E.) — In welchem Hunderter stehen wir? (Im zweiten.) In welchem Zehner dieses Hunderts? (Im dritten.) Und bei welchem Einer dieses Zehners? (Beim achten.) — Wie viele Zehner und Einer fehlen zu 28, bis das zweite Hundert auch voll ist? (Zu 28 fehlen noch 2 Einer auf 3 Zehner und hiezu noch 7 Zehner.) Weiter!

Ist man in dieser Weise bis 200 gekommen, dann werden wieder alle Zahlen von 1 bis 100 zu 200 gezählt. So geht es fort,

bis das Tausend voll ist. Man unterlasse aber nicht, in jedem Hundert öfters Halt zu machen und wie angegeben zu verfahren.

Ist bis zu 1000 hinaufgezählt, dann zählen wir von da an wieder abwärts. Auch hier halten wir zuweilen inne und sehen zu, wie weit wir uns von 1000 bereits entfernt.

1000, 999, 998, 997 . . . . 963 —

Halt! Wie viel haben wir nun von 1000 abgezählt? (Von 963 bis 970 sind 7 Einer, und von 970 bis 1000 sind 3 Zehner. Also haben wir bereits 3 Zehner und 7 Einer von 1000 abgezählt.) Weiter!

2) Das Verwandeln der Einer in Hunderter und Zehner.

a) 100 = 1 mal 100 = 1 Hunderter.
300 = 3 mal 100 = 3 Hunderter.
340 = 3 mal 100 + 4 mal 10 = 3 H. + 4 Z.
345 = 3 mal 100 + 4 mal 10 + 5 mal 1 = 3 H. + 4 Z. + 5 E.

b) 100 = 10 mal 10 = 10 Zehner.
300 = 3 mal 10 mal 10 = 30 mal 10 = 30 Zehner.
340 = 30 mal 10 + 4 mal 10 = 34 mal 10 = 34 Z.
345 = 34 mal 10 + 5 mal 1 = 34 Z. + 5 E.

3) Das Zahlenschreiben.

Die Einer kommen in die erste Stelle, die Zehner in die zweite und die Hunderter in die dritte, von der rechten gegen die linke Hand gezählt.

	H.	Z.	E.
	III.	II.	I.
Vierhundertachtundzwanzig = 4 H., 2 Z., 8 E. =	4	2	8
Achthundertundvier = 8 H., 0 Z. und 4 E. =	8	0	4
Fünfhundertundneunzig = 5 H., 9 Z., 0 E. =	5	9	0
Sechshundert = 6 H., 0 Z., 0 E. . . . =	6	0	0

So fort bis zur Fertigkeit.

4) Das Zahlenlesen.

Die Ziffern in der ersten Stelle rechts bedeuten Einer, in der zweiten Stelle Zehner, in der dritten Stelle Hunderter.

400 = 4 Hunderter = 4 mal 100 = Vierhundert.
530 = 5 H. + 3 Z. = 5 mal 100 + 3 mal 10 = 5 hundert und dreißig.

Zweiter Cursus.

Der Zahlenraum wird von 100 bis auf 1000 erweitert.

Die Zahlen von 1 bis 100 sind bekannt. Aus ihnen sind die Zahlen von 100 bis 1000 zusammengesetzt. Ihre Veranschaulichung durch Striche, Punkte u. s. w. fällt deßhalb weg. Dafür ist nöthig, daß der Schüler veranlaßt werde, sie in die allseitig angeschauten Zahlen von 1 bis 100 zu zerlegen und insbesondere bei jeder Zahl die Menge ihrer Einheiten (Hunderter, Zehner und Einer) sich klar vorzustellen. Zu diesem Zwecke führen wir unsern Schüler durch das ganze Zahlengebiet von 100 bis 1000 von Stufe zu Stufe vor- und rückwärts: wir lassen auf- und abwärts zählen. Damit derselbe aber nicht gedankenlos fortschreite, nicht Zahlennamen ohne Inhalt nenne; so fordern wir ihn öfters auf, inne zu halten, die Stufe, auf welcher er gerade sich befindet, zu bestimmen und sowohl den bereits zurückgelegten, als den näheren Theil des noch zurückzulegenden Wegs messend zu überschauen.

Kopf- und Zifferrechnen sind bei diesem Cursus der Ausführung nach noch nicht von einander geschieden.

Da der Raum nicht gestattete, auch für diese Abtheilung Aufgaben in das erste Aufgabenheftchen zum Zifferrechnen aufzunehmen, so wolle man dergleichen den Schülern diktiren.

I. Numeriren.

1) Das Auf- und Abwärtszählen.

Zuerst zählen wir zum ersten Hundert wieder alle Zahlen von 1 bis 100.

100, 101, 102, 103 . . . . 128 —

128, wie viele Hunderter, Zehner und Einer? (128 = 1 H. + 2 Z. + 8 E.) — In welchem Hunderter stehen wir? (Im zweiten.) In welchem Zehner dieses Hunderts? (Im dritten.) Und bei welchem Einer dieses Zehners? (Beim achten.) — Wie viele Zehner und Einer fehlen zu 28, bis das zweite Hundert auch voll ist? (Zu 28 fehlen noch 2 Einer auf 3 Zehner und hiezu noch 7 Zehner.) Weiter!

Ist man in dieser Weise bis 200 gekommen, dann werden wieder alle Zahlen von 1 bis 100 zu 200 gezählt. So geht es fort,

bis das Tausend voll ist. Man unterlasse aber nicht, in jedem Hundert öfters Halt zu machen und wie angegeben zu verfahren.

Ist bis zu 1000 hinaufgezählt, dann zählen wir von da an wieder abwärts. Auch hier halten wir zuweilen inne und sehen zu, wie weit wir uns von 1000 bereits entfernt.

1000, 999, 998, 997 . . . . 963 —

Halt! Wie viel haben wir nun von 1000 abgezählt? (Von 963 bis 970 sind 7 Einer, und von 970 bis 1000 sind 3 Zehner. Also haben wir bereits 3 Zehner und 7 Einer von 1000 abgezählt.) Weiter!

2) Das Verwandeln der Einer in Hunderter und Zehner.

a) 100 = 1 mal 100 = 1 Hunderter.
300 = 3 mal 100 = 3 Hunderter.
340 = 3 mal 100 + 4 mal 10 = 3 H. + 4 Z.
345 = 3 mal 100 + 4 mal 10 + 5 mal 1 = 3 H. + 4 Z. + 5 E.

b) 100 = 10 mal 10 = 10 Zehner.
300 = 3 mal 10 mal 10 = 30 mal 10 = 30 Zehner.
340 = 30 mal 10 + 4 mal 10 = 34 mal 10 = 34 Z.
345 = 34 mal 10 + 5 mal 1 = 34 Z. + 5 E.

3) Das Zahlenschreiben.

Die Einer kommen in die erste Stelle, die Zehner in die zweite und die Hunderter in die dritte, von der rechten gegen die linke Hand gezählt.

	H.	Z.	E.
	III.	II.	I.
Vierhundertachtundzwanzig = 4 H., 2 Z., 8 E. =	4	2	8
Achthundertundvier = 8 H., 0 Z. und 4 E. =	8	0	4
Fünfhundertundneunzig = 5 H., 9 Z., 0 E. =	5	9	0
Sechshundert = 6 H., 0 Z., 0 E. . . . =	6	0	0

So fort bis zur Fertigkeit.

4) Das Zahlenlesen.

Die Ziffern in der ersten Stelle rechts bedeuten Einer, in der zweiten Stelle Zehner, in der dritten Stelle Hunderter.

400 = 4 Hunderter = 4 mal 100 = Vierhundert.
530 = 5 H. + 3 Z. = 5 mal 100 + 3 mal 10 = 5 hundert und dreißig.

765 = 7 H. + 6 Z. + 5 E. = 7 mal 100 + 6 mal 10 + 5 mal 1 = Siebenhundertfünfundsechzig.

Und so fort.

II. Addiren.

a) Zuzählen der Einer und Zehner.

α) Innerhalb der Hunderter.

126 + 8	140 + 20	450 + 25	736 + 40
349 + 4	430 + 50	320 + 48	463 + 20
568 + 7	250 + 40	740 + 32	827 + 50
2c.	2c.	2c.	2c.

β. Mit Uebergang aus einem Hunderter in den andern.

99 + 8	90 + 60	70 + 54	58 + 64
97 + 5	70 + 80	80 + 87	73 + 59
98 + 4	80 + 50 2c.	90 + 25 2c.	85 + 96 2c.
194 + 8	190 + 30	85 + 70	264 + 78
396 + 7	560 + 70	72 + 60	452 + 84
592 + 9	840 + 90 2c.	64 + 90 2c.	783 + 56 2c.

58 + 64 = ?

a) Mündlich. 58 + 64 = (50 + 8) und (60 + 4); 50 + 60 = 110; 8 + 4 = 12; 110 + 12 = 122. Oder: 58 + 64 = 5 Zehner 8 Einer + 6 Zehner 4 Einer; 5 Zehner + 6 Zehner = 11 Zehner; 8 Einer + 4 Einer = 12 Einer = 1 Zehner 2 Einer; 11 Zehner + 1 Zehner 2 Einer = 12 Zehner 2 Einer = 120 + 2 = 122.

b) Schriftlich. 58 = 50 + 8
64 = 60 + 4
110 + 12 = 122.

b) Zuzählen der Hunderter, Zehner und Einer.

1) 500+300	2) 300+240	3) 540+200	4) 365+233
200+700	500+480	320+400	543+415
400+600	200+674	260+600	637+252
300+400	400+135	634+300	421+346
500+400	700+268	476+500	135+724

Aufgaben wie Nr. 1 bis 3 sind so lange zu geben, bis sie fertig ausgerechnet werden. Nr. 4 mag man bloß schriftlich lernen lassen. Z. B.:

365 = 300 + 60 + 5
233 = 200 + 30 + 3
500 + 90 + 8 = 598.

III. Subtrahiren.

a) Abziehen der Einer und Zehner.

α) Innerhalb der Hunderter.

136 — 4	160 — 30	375 — 40	400 — 48
235 — 8	480 — 20	742 — 30	600 — 64
793 — 6	890 — 40	456 — 50	300 — 75
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

β) Mit Uebergang aus einem Hunderter in den andern.

101 — 3	110 — 30	120 — 45	142 — 51
204 — 8	230 — 40	240 — 64	138 — 75
306 — 7	350 — 80	450 — 72	146 — 92
503 — 9	720 — 60	610 — 36	164 — 83
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

142 — 51 = ?

a) Mündlich. 142 — 51 = (140 + 2) weniger (50 + 1); 140 — 50 = 90; 2 — 1 = 1; 90 + 1 = 91.

b) Schriftlich.

$$\begin{array}{r} 142 = 140 + 2 \\ 51 = \;\;50 + 1 \\ \hline 90 + 1 = 91. \end{array}$$

b) Abziehen der Hunderter, Zehner und Einer.

1)		2)		3)		4)	
1)	800—600	2)	520—200	3)	600—120	4)	875—432
	600—300		730—600		800—480		784—253
	900—700		940—300		500—260		659—426
	700—400		425—100		900—357		968—345
	1000—500		876—400		700—543		576—214

Nr. 1 — 3 bis zur Fertigkeit; Nr. 4 mag man wieder bloß schriftlich rechnen lassen. Z. B.:

$$\begin{array}{r} 875 = 800 + 70 + 5 \\ 432 = 400 + 30 + 2 \\ \hline 400 + 40 + 3 = 443. \end{array}$$

IV. Multipliciren.

1) 1 mal 11	1 mal 12	1 mal 13	1 mal 14	. . . .	1 mal 19
2 mal 11	2 mal 12	2 mal 13	2 mal 14	. . . .	2 mal 19
3 mal 11	3 mal 12	3 mal 13	3 mal 14	. . . .	3 mal 19
|	|	|	|		|
10 mal 11	10 mal 12	10 mal 13	10 mal 14	. . . .	10 mal 19

Ist recht tüchtig einzuüben.

2)	2 mal 20	2 mal 30	2 mal 40	2 mal 50	2 mal 100
	3 mal 20	3 mal 30	3 mal 40	3 mal 50	3 mal 100
	4 mal 20	4 mal 30	4 mal 40	4 mal 50	4 mal 100
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

3) 6 mal 48 = ?

Mündlich und schriftlich:

$$
\begin{array}{rl}
6 \text{ mal } 48 = 6 \text{ mal } 40 = & 240 \\
+ \ 6 \text{ mal } \ 8 = & \ 48 \\
\hline
6 \text{ mal } 48 = & 288.
\end{array}
$$

Dergleichen Aufgaben bis zur Fertigkeit.

V. Dividiren.

A. Enthaltensein.

1)	• | •	• | • | •	• | • | • | •	• | • | • | • | •
	$1 = \frac{1}{2}$ mal 2.	$1 = \frac{1}{3}$ mal 3.	$1 = \frac{1}{4}$ mal 4.	$1 = \frac{1}{5}$ mal 5.
		$2 = \frac{2}{3}$ mal 3.	$2 = \frac{2}{4}$ mal 4.	$2 = \frac{2}{5}$ mal 5.
			$= \frac{1}{2}$ mal 4.	$3 = \frac{3}{5}$ mal 5.
			$3 = \frac{3}{4}$ mal 4.	$4 = \frac{4}{5}$ mal 5.

2)	2 ist in 1 $\frac{1}{2}$ mal.	3 ist in 1 $\frac{1}{3}$ mal.	4 ist in 1 $\frac{1}{4}$ mal.	5 ist in 1 $\frac{1}{5}$ mal.
		3 ist in 2 $\frac{2}{3}$ mal.	4 ist in 2 $\frac{1}{2}$ mal.	5 ist in 2 $\frac{2}{5}$ mal.
			4 ist in 3 $\frac{3}{4}$ mal.	5 ist in 3 $\frac{3}{5}$ mal.
				5 ist in 4 $\frac{4}{5}$ mal.

Wie oft liegt 6 in 4? 6 liegt in 6 gerade einmal; 6 liegt demnach in 4 nicht ganz einmal; 6 liegt in 4 also nur zum Theil. Die Frage: wie oft liegt 6 in 4? ist daher so verstehen: welcher Theil oder welche Theile von 6 sind in 4 genau einmal enthalten? 6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; hiervon ist 1 + 1 + 1 + 1 in 4 enthalten. 1 + 1 + 1 + 1 sind 4 Sechstheile von 6; also ist 6 nur mit 4 Sechstheilen in 4 enthalten: 6 liegt in 4 $\frac{4}{6}$ mal. — Denkt man sich 6 als 2 + 2 + 2, und 4 als 2 + 2; so ergibt sich, daß 6 nur mit 2 Drittheilen in 4 enthalten ist. Mithin kann man auch sagen: 6 liegt in 4 $\frac{2}{3}$mal.

2 in 11 = ?	11 = 10 + 1;	2 liegt in 10 + 1	5 + $\frac{1}{2}$mal.
3 in 11 = ?	11 = 9 + 2;	3 liegt in 9 + 2	3 + $\frac{2}{3}$mal.
4 in 11 = ?	11 = 8 + 3;	4 liegt in 8 + 3	2 + $\frac{3}{4}$mal.
5 in 11 = ?	11 = 10 + 1;	5 liegt in 10 + 1	2 + $\frac{1}{5}$mal.
6 in 34 = ?	34 = 30 + 4;	6 liegt in 30 + 4	5 + $\frac{2}{3}$mal.
7 in 34 = ?	34 = 28 + 6;	7 liegt in 28 + 6	4 + $\frac{6}{7}$mal.
8 in 34 = ?	34 = 32 + 2;	8 liegt in 32 + 2	4 + $\frac{1}{4}$mal.
9 in 34 — ?	34 = 27 + 7;	9 liegt in 27 + 7	3 + $\frac{7}{9}$mal.

ꝛc.

B. Theilen.

Das Halbiren.

1) $\frac{1}{2}$ von 2, $\frac{1}{2}$ von 4, $\frac{1}{2}$ von 6, $\frac{1}{2}$ von 8, $\frac{1}{2}$ von 10 ꝛc.
$\frac{1}{2}$ von 1, $\frac{1}{2}$ von 3, $\frac{1}{2}$ von 5, $\frac{1}{2}$ von 7, $\frac{1}{2}$ von 9 ꝛc.

|———————|———————|

Ein Ganzes, in zwei gleiche Theile getheilt, gibt $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$; die Hälfte von 1 ist also $\frac{1}{2}$.

$3 = 2 + 1$; die Hälfte von $2 + 1 = 1 + \frac{1}{2}$; also ist ꝛc.

2) $20 = 10 + 10$; der halbe Theil von 20 ist also 10.
$40 = 20 + 20$; der halbe Theil von 40 ist also 20.
$60 = 30 + 30$; der halbe Theil von 60 ist also 30.

So fort bis

$200 = 100 + 100$; der halbe Theil von 200 ist also 100.

Die durch 2 theilbaren Zehnerzahlen 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200 sind unverlierbar einzuprägen.

3) $\frac{1}{2}$ von $175 = ?$

Mündlich und schriftlich.

$175 = 160 + 15$; $\frac{1}{2}$ von $160 = 80$
$\frac{1}{2}$ von $15 = 7\frac{1}{2}$
also ist $\frac{1}{2}$ von $175 = 87\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2}$ von 31; $\frac{1}{2}$ von 57; $\frac{1}{2}$ von 79; $\frac{1}{2}$ von 93; $\frac{1}{2}$ von 110 ꝛc.

Das Dritt-Theilen.

$\frac{1}{3}$ von 3;	$\frac{1}{3}$ von 1;	$\frac{1}{3}$ von 30;	$\frac{1}{3}$ von 40;
$\frac{1}{3}$ von 6;	$\frac{1}{3}$ von 2;	$\frac{1}{3}$ von 60;	$\frac{1}{3}$ von 74;
$\frac{1}{3}$ von 9;	$\frac{1}{3}$ von 4;	$\frac{1}{3}$ von 90;	$\frac{1}{3}$ von 100;
$\frac{1}{3}$ von 12;	$\frac{1}{3}$ von 8;	$\frac{1}{3}$ von 120;	$\frac{1}{3}$ von 112;
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

|————|————|————|
|————|————|————|

Ein Ganzes in drei gleiche Theile getheilt $= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; der dritte Theil von 1 ist also $\frac{1}{3}$. — $2 = 1 + 1$; der dritte Theil von $1 + 1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; der dritte Theil von 2 ist also $\frac{2}{3}$. — $4 = 3 + 1$; der dritte Theil von $3 + 1 = 1\frac{1}{3}$.

$\frac{1}{3}$ von $40 = ?$ $40 = 30 + 10$; $\frac{1}{3}$ von $30 = 10$
$\frac{1}{3}$ von $10 = 3\frac{1}{3}$
also ist $\frac{1}{3}$ von $40 = 13\frac{1}{3}$.

Das Viertheilen.

$^1/_4$ von 4;	$^1/_4$ von 1;	$^1/_4$ von 40;	$^1/_4$ von 60;
$^1/_4$ von 8;	$^1/_4$ von 2;	$^1/_4$ von 80;	$^1/_4$ von 75;
$^1/_4$ von 12;	$^1/_4$ von 3;	$^1/_4$ von 120;	$^1/_4$ von 110;
$^1/_4$ von 16;	$^1/_4$ von 5;	$^1/_4$ von 160;	$^1/_4$ von 142;
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

Ein Ganzes in 4 gl. Th. getheilt $= ^4/_4$; der vierte Th. von 1 ist also $^1/_4$. $2 = 1 + 1$; der vierte Theil von $1 + 1 = ^1/_4 + ^1/_4$; der vierte Theil von $2 = ^2/_4$. Der vierte Theil von 3 $(= 1 + 1 + 1) = ^1/_4 + ^1/_4 + ^1/_4 = ^3/_4$.

Wie das Halbiren, Dritt- und Vier-Theilen, so auch das Fünftheilen ꝛc. Alles fest und sicher. Eilt man über die vorausgegangenen Multiplikations- und über diese Divisions-Uebungen schnell weg, wird es hierin zu keiner Sicherheit und Fertigkeit gebracht; dann ist ein Rechnen, das dem Lehrer wie den Kindern Freude macht, durchaus nicht möglich. Bei der Aufgabe z. B. 4 mal 36 =? müssen dem Schüler die beiden Partialprodukte 120 + 24 sogleich vor Augen stehen, also daß er, um das ganze Produkt zu erhalten, nur noch zu addiren hat. Eben so muß z. B. bei der Frage: wie viel beträgt der fünfte Theil von 375? Die Zahl 375, wie von selbst, in 350 + 25 sich zerlegen, und der verlangte Theil hieraus als 70 + 5 augenblicklich sich ergeben.

VI. Verschiedene Aufgaben.

a) Mit unbenannten Zahlen.

1) 2 mal 80, $^1/_4$, + 70 — 50, 4 mal, $^1/_6$, 8 mal?
2) Wie groß ist der Unterschied zwischen 97 und 113?
3) Vereinige die Zahlen 80 und 70 in eine Summe!
4) Vermindere die Zahl 130 und 54!
5) Wie heißt das Ganze, dessen Theile 90 und 75 sind?
6) Welche Zahl ist um 84 größer als 60?
7) Welche Zahl ist um 48 kleiner als 120?
8) Wie heißt die Zahl, die 230 mehr beträgt als 720?
9) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen 3 mal 48 und 3 mal 64?

a) 3 mal 48 = 144; 3 mal 64 = 192; der Unterschied zwischen 144 und 192 = (6 + 42 =) 48.

b) Der Unterschied zwischen 48 und 64 = 16; der Unterschied zwischen 2 mal 48 und 2 mal 64 = 2 mal 16; der Unterschied zwischen 3 mal 48 und 3 mal 64 = 3 mal 16 = 48.

10) Wie viel beträgt die Summe von 5 mal 36 und 4 mal 36?

a) 5 mal 36 = 180; 4 mal 36 = 144; 180 + 144 = 324.
b) 5 mal 36 + 4 mal 36 = 9 mal 36; 9 mal 36 = 324.

11) Von welcher Zahl ist 75 die Hälfte? $^1/_3$? $^1/_4$?

75 ist die Hälfte von 75 + 75, d. i. von 2 mal 75; 2 mal 75 = 150; also ꝛc.

12) Welche Zahl muß ich 8 mal nehmen, um 320 zu erhalten?

Um das Ganze zu erhalten, muß ich dessen Hälfte 2 mal, dessen Drittel 3 mal — dessen Achtel 8 mal nehmen. Die Zahl also, welche ich 8 mal nehmen muß, um 320 zu erhalten, ist das Achtel von 320. Das Achtel von 320 = 40. Also ꝛc.

13) Wie viel ist die Hälfte von 860 mehr als das Drittel von 960?

14) Das Viertel von 436 ist das Drittel, von welcher Zahl?

Das Viertel von 436 (400 + 36) = 109; 109 ist das Drittel von 3 mal 109 = 327.

15) Der Unterschied von 340 und 465 ist das Sechstel von wecher Zahl?

Der Unterschied von 340 und 465 = 125; 125 ist das Sechstel von 6 ma 125; 6 mal 125, d. i. 6 mal 100 + 6 mal 20 + 6 mal 5 = 600 + 120 + 30 = 750.

b) Mit benannten Zahlen.

Gulden, Kreuzer und Pfennige.

1 fl. = 60 kr.	60 kr. = 1 fl.
2 fl. = 2 mal 60 kr. = 120 kr.	120 kr. = 2 mal 60 kr. = 2 fl.
3 fl. = 3 mal 60 kr. = 180 kr.	180 kr. = 3 mal 60 kr. = 3 fl.
4 fl. = 4 mal 60 kr. = 240 kr.	240 kr. = 4 mal 60 kr. = 4 fl.

so fort bis

10 fl. = 10 mal 60 kr. = 600 kr.	600 kr. = 10 mal 60 kr. = 10 fl.

1) Welche Anzahl Kreuzer gibt gerade eine Anzahl ganzer Gulden?

60, 120, 180 — 600; 600, 540, 480 ꝛc.

2) 4 fl. 38 kr., wie viele Kreuzer? ꝛc.

3) 209 kr., wie viele Gulden? ꝛc.

209 kr. = 180 + 29 kr. = 3 fl. 29 kr.

4) 40 kr. + 50 kr. + 40 kr. + 30 kr. + 20 kr. = ?

Man nennt einen Posten nach dem andern, und die Schüler zählen den genannten immer sogleich dazu, also:

a) 40 kr. + 50 kr.? (40 kr. + 50 kr. = 90 kr.)
+ 40 kr.? (90 kr. + 40 kr. = 130 kr.)
+ 30 kr.? (130 kr. + 30 kr. = 160 kr.)
+ 20 kr.? (160 kr. + 20 kr. = 180 kr. = 3 fl.)

Oder man läßt die Kreuzer sogleich auf Gulden bringen, als:

b) 40 kr. + 50 kr.? (40 kr. + 50 kr. = 90 kr. = 1 fl. 30 kr.)
+ 40 kr.? (1 fl. 30 kr. + 40 kr. = 1 fl. 70 kr. = 2 fl. 10 kr.)
+ 30 kr.? (2 fl. 10 kr. + 30 kr. = 2 fl. 40 kr.)
+ 20 kr.? (2 fl. 40 kr. + 20 kr. = 3 fl.)

Hierauf lasse man von der Summe wieder alle Posten nach und nach abziehen:

3 fl. — 40 kr.? (3 fl. — 40 kr. = 2 fl. 20 kr.)
— 50 kr.? (2 fl. 20 kr. — 20 kr. — 30 kr. = 1 fl. 30 kr.)
— 40 kr.? (1 fl. 30 kr. — 40 kr. = 50 kr.)
— 30 kr.? (50 kr. — 30 kr. = 20 kr.)

Das Abziehen der Posten kann auch in umgekehrter Ordnung geschehen. — Dergleichen Aufgaben gebe man noch mehr.

5) 8 mal 48 kr. = ?

8 mal 48 kr. = 8 mal 40 + 8 mal 8 kr.; 8 mal 40 kr. = 320 kr.; 8 mal 8 kr. = 64 kr.; 320 kr. + 64 kr. = 384 kr.; 384 kr. = 360 24 kr. = 6 fl. 24 kr. Also ꝛc.

4 mal 54 kr.? 6 mal 43 kr.? 8 mal 57 kr.?
5 mal 27 kr.? 7 mal 36 kr.? 9 mal 45 kr.?

1 Pfund zu 38 kr.; wie viel kosten 7 Pfd.? 5 Pfd.? 8 Pfd.?

Nach Umständen dergleichen Aufgaben mehr.

6) Wie viel ist $1/4$ von 336 fl.?

336 fl. = 320 + 16 fl.; $1/4$ von 320 fl. = 80 fl., $1/4$ von 16 fl. = 4 fl.; 80 + 4 fl. = 84 fl. Also ꝛc.

$1/2$ von 172 fl.? $1/5$ von 365 fl.? $1/8$ von 456 fl.?
$1/3$ von 174 fl.? $1/6$ von 348 fl.? $1/10$ von 1000 fl.?

Centner, Pfund, Loth.

1 Ctr. = 100 Pfd.;	100 Pfd. = 1 Ctr.
2 Ctr. = 2mal 100 Pfd. = 200 Pfd.	200 Pfd. = 2mal 100 Pfd. = 2 Ctr.
3 Ctr. = 3mal 100 Pfd. = 300 Pfd.	300 Pfd. = 3mal 100 Pfd. = 3 Ctr.
ꝛc.	ꝛc.

1) 3 Ctr. 48 Pfd., wie viele Pfd.? ꝛc.

2) 625 Pfd., wie viele Centner? ꝛc.
3) 80 Pfd. + 90 Pfd. + 60 Pfd. + 50 Pfd. + 70 Pfd. ꝛc. = Ctr.?
4) 6 mal 75 Pfd., wie viele Centner und Pfd.?

1 Pfd. = 32 Loth.	32 Loth = 1 Pfd.
2 Pfd. = 2mal 32 Loth = 64 Loth	64 Loth = 2mal 32 Loth = 2 Pfd.
3 Pfd. = 3mal 32 Loth = 96 Loth	96 Loth = 3mal 32 Loth = 3 Pfd.
ꝛc.	ꝛc.

1) 2 Pfd. 24 Loth, wie viele Loth? ꝛc.
2) 100 Loth, wie viele Pfd. und Loth? ꝛc.
3) 20 Loth + 30 Loth + 24 Loth + 10 Loth = ?
4) 8 mal 24 Loth, wie viele Pfd.? ꝛc.

Diese Uebungen auch auf die Flüssigkeits- und Getreidemaße auszudehnen, überlassen wir Jedem selbst.

Dritter Cursus.

Der Zahlenraum von unbegränzter Ausdehnung.

I. Numeriren.

1) 1 mal 1 = 1 Einer, geschrieben 1.
2 mal 1 = 2 Einer, „ 2.
3 mal 1 = 3 Einer, „ 3.
ꝛc.

2) 10 mal 1 = 1 Zehner.

Ein Zehner ist 10 mal so groß als 1 Einer; daher kommt die Ziffer 1, wenn sie 1 Zehner gelten soll, um eine Stelle mehr zur Linken, nämlich in die zweite Stelle.

1 Zehner, mit Ziffern geschrieben = 10.
10 mal 2 = 2 Zehner, geschrieben 20.
10 mal 3 = 3 Zehner, „ 30.
10 mal 4 = 4 Zehner, „ 40.
ꝛc.

3) 10 mal 1 Zehner = 1 Hunderter.

Ein Hunderter ist 10 mal so groß als 1 Zehner; darum wird derselbe auch um eine Stelle weiter links geschrieben als 1 Zehner. Die Zehner stehen in der zweiten Stelle; die Hunderter kommen also in die dritte.

1 Hunderter, mit Ziffern geschrieben = 100.
10 mal 2 Zehner = 2 Hunderter, geschrieben 200.
10 mal 3 Zehner = 3 " , " 300.
10 mal 4 Zehner = 4 " , " 400.
2c.

4) 10 mal 1 Hunderter = 1 Tausender.

Ein Tausender ist wieder 10 mal so groß als 1 Hunderter; deßhalb wird ein Tausender wieder um eine Stelle weiter links geschrieben als 1 Hunderter. Die Hunderter stehen in der dritten Stelle; die Tausender kommen also in die vierte.

1 Tausender, mit Ziffern geschrieben = 1000.
10 mal 2 Hunderter = 2 Tausender, geschrieben 2000.
10 mal 3 Hunderter = 3 Tausender, " 3000.
10 mal 4 Hunderter = 4 Tausender, " 4000.
2c.

3tausend und 400 = 3 T., 4 H., 0 Z., 0 E. = 3400.
8tausend 470 = 8 T., 4 H., 7 Z., 0 E. = 8470.
5tausend 895 = 5 T., 8 H., 9 Z., 5 E. = 5895.
7tausend und 3 = 7 T., 0 H., 0 Z., 3 E. = 7003.
2c.

5) 10 mal 1 Tausender = 1 Zehntausender.

Ein Zehntausender ist das Zehnfache von einem Tausender. Die einfachen Tausender stehen in der vierten Stelle; die Zehntausender kommen also in die fünfte.

1 Zehntausender, mit Ziffern geschrieben = 10000.
10 mal 2 Tausender = 2 Zehnt. (od. 20tausend) = 20000.
10 mal 3 Tausender = 3 Zehnt. (od. 30tausend) = 30000.
2c.

26tausend = 2 Zt., 6 T., 0 H., 0 Z., 0 E. = 26000.
62tausend u. 500 = 6 Zt., 2 T., 5 H., 0 Z., 0 E. = 62500.
75tausend 820 = 7 Zt., 5 T., 8 H., 2 Z., 0 E. = 75820.
57tausend 468 = 5 Zt., 7 T., 8 H., 2 Z., 8 E. = 57468.
2c.

In dieser Weise gehe man von den Zehntausendern zu den Hunderttausendern und von den Hunderttausendern zu den Millionen über.

Dann diktire man verschiedene Zahlen, lasse die Einheiten derselben bestimmen und senkrecht unter einander schreiben. Z. B.:

	M.	Ht.	Zt.	T.	H.	Z.	E.
	VII.	VI.	V.	IV.	III.	II.	I.
4hundert und fünfzig = 4 H., 5 Z., 0 E.					4	5	0
3tausend 5 hundert 79 = 3 T., 5 H. ꝛc. . . .				3	5	7	9
25tausend 478			2	5	4	7	8
138tausend 594		1	3	8	5	9	4
3 Mill. 543tausend 765	3	5	4	3	7	6	5

ꝛc.

Nach Diesem schreibe man selbst Zahlen an die Wandtafel und lasse sie lesen; z. B.:

4567 = 4 Tausender, 5 Hunderter, 6 Zehner und 7 Einer;
= 4mal 1tausend, 5mal 1hundert, 6mal 10 und 7mal 1;
= 4tausend 5hundert siebenundsechszig.

73,048 = 7 Zehntausender, 3 Tausender, 0 Hunderter ꝛc.
= 7mal 10 oder 70tausend + 3tausend = 73tausend u. 48.

542,763 = 5 Hunderttausender, 4 Zehnt., 2 Tausender ꝛc.
= 5 mal 100 oder 500tausend + 4 mal 10 oder 40tausend + 2 tausend = 542tausend 763.

3'875,216 = 3 Millioner, 8 Hunderttaus., 7 Zehnt., 5 Taus. ꝛc.
= (3 mal 1 Million oder) 3 Millionen, 875tausend 216.

II. Das Addiren.

1) Mit einstelligen Zahlen.

Zuerst werden die Zahlen in der Ordnung, wie man sie nennt, sogleich **mündlich** addirt. Dann werden sie auf die Schiefertafel senkrecht untereinander geschrieben und sowohl von Unten nach Oben, als umgekehrt, zusammengezählt.

Wir geben gleich ein Beispiel mit Hundertern.

700 + 900 + 500 + 600 =?

Mündlich. 700 + 900? (7hundert + 9hundert = 16hundert.)
+ 500? (16hundert + 5hundert = 21hundert.)
+ 600? (21hundert + 6hundert = 27hundert = 2700.)

Schriftlich.

700	
900	6 Hunderter + 5 Hunderter = 11 Hunderter;
500	11 Hunderter + 9 Hunderter = 20 Hunderter;
600	20 Hunderter + 7 Hunderter = 27 Hunderter.
2700	27 Hunderter = 2 Tausender, 7 Hunderter, 0 Zehner 0 Einer = 2tausend und 7hundert.

Aufgaben.

7	40	800	3000	60000	200000	5000000
5	70	700	8000	80000	400000	7000000
8	50	600	7000	40000	600000	8000000
6	90	900	6000	70000	800000	8000000

Anm. Mit den vorstehenden Aufgaben beginnt das zweite Aufgabenheft.

2) Mit zwei= und mehrstelligen Zahlen.

a) Ohne Uebergang aus einem Zehner in den andern.

Beispiel: 53 + 44 =?

Berechnung: 53 = 50 + 3 = 53
44 = 40 + 4 = 44
90 + 7 = 97.

Der Schüler werde veranlaßt, hierbei sich folgendermaßen auszudrücken: 53 + 44 = 5 Zehner 3 Einer + 4 Zehner 4 Einer = (5 Z. + 4 Z.) + (3 E. + 4 E.).

a) 5 Z. + 4 Z. = 9 Zehner; 9 in die 2te Stelle; 4 E. + 3 E. = 7 E.; 7 in die erste Stelle.

b) 4 Einer + 3 E. = 7 E.; 7 in die erste Stelle; 4 Z. + 5 Z. = 9 Z.; 9 in die 2 Stelle. Also sind 5 Z. 3 E. + 4 Z. 4 E. = 9 Z. 7 E.; 53 + 44 = 97.

2) 24+62=86; 48+31=79; 35+52=87; 63+34=97;
3) 360+520=880; 450+240=690; 8600+1200=9800; 63000+25000=88000;
4) 234+453=687; 642+146=788; 456+342=798; 543+432=975;

5) 4560 + 5310 = 9870; 3640 + 4230 = 7870; 65400 + 32400 = 97800;
6) 3456 + 5342 = 8798. 76542 + 13247 = 89789. 246835 + 532132 = 778967.

b) Mit Uebergang aus einem Zehner in den andern.

Beispiel 1. 46 + 8 + 9 =?

Berechnung: $46 = 40 + 6 \quad 46$
$8 = \quad 8 = 8$
$9 = \quad 9 \quad 9$
$40 + 23 = 63$

46 + 8 + 9 = 4 Zehner 6 Einer + 8 Einer + 9 Einer. 9 + 8 = 17, 17 + 6 = 23; 23 Einer = 2 Zehner + 3 Einer.

Anstatt 4 Zehner 6 Einer + 8 Einer + 9 Einer haben wir jetzt 4 Zehner + 2 Zehner 3 Einer.

Die 3 Einer schreiben wir unter die (addirten) Einer, in die erste Stelle; die 2 Zehner aber zählen wir mit den 4 Zehnern zusammen. 2 Zehner + 4 Zehner = 6 Zehner. Die kommen in die zweite Stelle.

Also ist 40 + 6 + 8 + 9 oder 46 + 8 + 9 = 6 Zehner + 3 Einer = 63.

Aufgaben.

7) $63 + 9 + 6 = 78$; $570 + 90 + 40 = 700$.
$58 + 4 + 7 = 69$; $6500 + 800 + 300 = 7600$.

Beispiel 2. $48 + 54 + 67 = ?$

Mündlich: $48 + 54 = 90 + 12 = 102$; $102 + 67 = 169$.

Schriftlich: $48 = 40 + 8 \quad 48$
$54 = 50 + 4 = 54$
$67 = 60 + 7 \quad 67$
$150 + 19 = 169$ *

* 7 E. + 4 E. = 11 E.; 11 E. + 8 E. = 19 Einer; 19 Einer = 1 Zehner + 9 Einer. Die 9 Einer schreibe ich unter die Einer; den Zehner zähle ich hinüber zu den Zehnern. 1 Z. + 6 Z. = 7 Z.; 7 Z. + 5 Z. = 12 Z.; 12 Z. + 4 Z. = 16 Zehner. 16 Z. = 1 Hunderter + 6 Zehner. Die 6 Zehner setze ich unter die Zehner, in die zweite Stelle; den Hunderter schreibe ich um eine Stelle vor, damit er in die dritte Stelle kommt.

Also ist $48 + 54 + 67 = 169$.

Fragen: Wie viel ist $60 + 50 + 40$? (150.) Wie viel ist $7 + 4 + 8$? (19.) Wie viel ist demnach $(60 + 7) + (50 + 4) + (40 + 8)$? ($150 + 19 = 169$.)

Dergleichen Fragen sind sehr nützlich. Sie fördern die tiefinnere Ueberzeugung, daß die Partialsummen zusammen genommen wirklich die Summe aller einzelnen Posten sind.

8) $75 + 87 + 68 = 230$. $45 + 76 + 98 = 219$.
$56 + 67 + 78 = 201$. $38 + 83 + 69 = 190$.

Beispiel 3. 327 + 468 + 579 = ?

327	=	300 + 20 + 7		327
468	=	400 + 60 + 8	=	468 Posten.
579	=	500 + 70 + 9		579
		1200 + 150 + 24	=	1374 * Summe.

* 9 E. + 8 E. = 17 E., 17 E. + 7 E. = 24 E.; 24 E. = 2 Zehner + 4 Einer. Die 4 Einer schreibe ich unter die Einer; die 2 Zehner zähle ich hinüber zu den Zehnern.

Was haben wir nun zusammengezählt? (9 + 8 + 7.) Wie viel macht das zusammen? (24.) Wie viel haben wir davon hingeschrieben? (4 Einer.) Wie viel haben wir im Sinne? (2 Zehner.) Was haben wir noch zusammen zu zählen? (320 + 460 + 570).

2 Z. + 7 Z. = 9 Z.; 9 Z. + 6 Z. = 15 Z., 15 Z. + 2 Z. = 17 Zehner; 17 Zehner = 1 Hunderter + 7 Zehner. Die 7 Zehner schreibe ich unter die Zehner; den Hunderter zähle ich zu den Hundertern in der dritten Reihe.

Wie viel haben wir bis jetzt zusammen gezählt? (27 + 68 + 79.) Wie viel macht das zusammen? (170 + 4 oder 174.) Wie viel ist davon hingeschrieben? (74) Wie viel haben wir im Sinne behalten? (100) Was ist noch zusammen zu zählen? (300 + 400 + 500.)

1 H. + 5 H. = 6 H., 6 H. + 4 H. = 10 H., 10 H. + 3 H. = 13 H.; 13 Hunderter = 1 Tausender + 3 Hunderter. Die 3 Hunderter schreibe ich unter die Hunderter, in die dritte Stelle; den Tausender aber setze ich um eine Stelle weiter vor, so daß er in die 4te Stelle kommt.

Also ist 327 + 468 + 579 = 1374.

In derselben Weise werden auch die nächstfolgenden Aufgaben behandelt. Es kommt hierbei durchaus nicht darauf an, daß in einer Stunde eine große Anzahl von Aufgaben, sondern daß recht gründlich und einsichtlich gerechnet werde. Erst wenn der Schüler über seine Operationen klar und geläufig sich aussprechen kann, werde zum Schnellrechnen übergegangen.

9)	10)	11)	12)	13)
357	6583	4849	58352	782457
468	8397	3754	47507	834094
579	9758	6983	73896	574683
245	4684	5872	96585	283940
1649	29422	21458	276340	2475174

14)	15)	16)	17)
61041	415	7400	97531
3456	12345	309	864207
345146	234567	50684	6795834
718	345678	78381	531700
98765	56789	589753	9876
509126	649794	726527	8299148

a 8753947 d 4895827 h 9876543
b 5986289 e 5984378 i 4686424
c 7567463 f 7695796 k 3579753
g 5678987

18) a b c d e = 33187904.
19) b c d e f = 32129753.
20) c d e f g = 31822451.
21) d e f g h = 34131531.
22) e f g h i = 33922128.
23) f g h i k = 31517503.
24) g h i k a = 32575654.
25) h i k a b = 32882956.
26) i k a b c = 30574876.
27) k a b c d = 30783279.

28) a b c d e f = 40883700.
29) b c d e f g = 37808740.
30) c d e f g h = 41698994.
31) d e f g h i = 38817955.
32) e f g h i k = 37501881.
33) f g h i k a = 40271450.
34) g h i k a b = 38561943.
35) h i k a b c = 40450419.
36) i k a b c d = 35469703.
37) k a b c d e = 36867657.

38) a b c d e f g = 46562687.
39) b c d e f g h = 47685283.
40) c d e f g h i = 46385418.
41) d e f g h i k = 42397708.
42) e f g h i k a = 46255828.
43) f g h i k a b = 46257739.
44) g h i k a b c = 46129406.
45) h i k a b c d = 45346246.
46) i k a b c d e = 41454081.
47) k a b c d e f = 44463453.

48) Alle, ohne a = 55951460.
49) " " b = 58719118.
50) " " c = 57137944.
51) " " d = 59809580.
52) " " e = 58721029.
53) Alle, ohne f = 57009611.
54) " " g = 59026420.
55) " " h = 54828864.
56) " " i = 60018983.
57) " " k = 61125654.

58) 2534 + 313 + 27684 + 82 + 921501 + 9 = 952123.
59) 8423 + 30250 + 616 + 27015 + 939 + 39 = 67282.
60) 39 + 7932 + 8 + 360258 + 316 + 49502 = 418055.
61) 632590 + 29 + 92504 + 9 + 3731 + 531 = 729394.
62) 96611 + 87332 + 488 + 50600 + 30 + 98456 = 333517.
63) 79854 + 54354 + 12365 + 52864 + 67890 = 267327.
64) 17999 + 18431 + 32669 + 614 + 73922 + 183 = 143818.
65) 8352 + 17507 + 96 + 984 + 4875 = 31814.
66) 61041 + 3456 + 345146 + 718 + 98765 = 509126.
67) 415 + 12345 + 234567 + 345678 + 56789 = 649794.
68) 20756 + 27572 + 10879 + 68496 + 49680 + 90648 + 47572 + 83072 + 20487 + 72684 + 29726 + 31847 + 68439 + 63874 = 685732.

69) 798477 + 458796 + 179476 + 976458 + 368974 + 287683 + 4784 + 9876 + 37264 + 29 + 327947 + 46879 + 796 + 487684 + 8 + 879 + 779684 + 846798 = 5612492.

70) Welche Zahl ist um 758976 + 849045 größer als 235875 + 456789? Antwort: 2300685.

71) Ich nahm von einer Zahl erst 8753; von dem Reste wieder 9584 und behielt noch 26725 übrig. Welche Zahl wars Anfangs? 45062.

72) Addire die fünf Zahlen, welche zunächst vor einer Million stehen! Summe: 4999985.

73) Von 5 Posten heißt der erste 65840; der zweite ist um 93782 größer als der erste; der dritte ist wieder um 31713 größer als der zweite; der vierte ist wieder 36946 größer als der dritte, und der fünfte endlich ist wieder um 920360 größer als der vierte. Wie groß ist die Summe aus ihnen allen? Antwort: 1802719.

74) Im Königreiche Bayern hat der Regierungsbezirk

	Q.-M.;	Familien;	Einwohner;	Städte;	Mktfl.;	Dörfer.
Oberbayern:	312;	158059;	734831;	21;	47;	6035.
Niederbayern:	194;	114347;	549596;	12;	57;	5084.
Pfalz:	105;	126812;	611476;	27;	17;	771.
Oberpfalz:	174;	107241;	468479;	32;	61;	2730.
Oberfranken:	127;	122506;	499709;	34;	53;	2117.
Mittelfranken:	138;	117599;	533830;	37;	65;	1904.
Unterfranken:	169;	117614;	595748;	44;	37;	1149.
Schwaben:	174;	132169;	565783;	23;	55;	2497.
Summa:	1393;	996347;	4559452;	237;	392;	22287.

75) München hat 106715 Einw., Landshut 11437, Speier 8468, Regensburg 25897, Bayreuth 18640, Ansbach 12120, Würzburg 30804, Augsburg 39340. Wie viele Einwohner haben diese Städte zusammen? Antwort: 293421.

76) Vom 1. Oktober 1852 bis 30. September 1853 wurden nach München gebracht: 1732 Ochsen, 4592 Kühe, 448 Stiere, 308 Rinder, 5881 Schweine, 727 Schafe und 43959 Kälber; wie viel Stück Vieh im Ganzen? Antwort: 57647.

77) Ein Mann besitzt an Kapitalien 13725 fl., an Haus und Feld 8958 fl. und an Hausgeräthe (Mobilien) 1384 fl. Wie groß ist sein Vermögen? Antwort: 24067 fl.

78) Ein Bauherr zahlte dem Maurer 1894 Thlr., dem Zimmermeister 1568 Thlr., dem Schreiner 598 Thlr., dem Schlosser 275 Thlr., dem Glaser 187 Thlr. und dem Tapezirer 245 Thlr. Wie hoch ist ihn das Gebäude gekommen?
Antwort: Auf 4767 Thlr.

III. Das Subtrahiren.

1) Mit einstelligen Zahlen.

Mündlich und schriftlich.

Beispiel. 8000 — 5000 = ?

Ansatz und Berechnung:

8000 Vollzahl (= Minuend)
5000 Abzug (= Subtrahend)
3000 Rest oder Unterschied (= Differenz)

5 Tausender von 8 Tausendern bleiben 3 Taus.; die 3 Taus. kommen in die 4te Stelle. Hunderter, Zehner und Einer sind nicht vorhanden. Darum setze ich an deren Stelle 3 Nullen.

Dadurch, daß 5000 von 8000 abgezogen worden ist, ist 8000 in zwei ungleiche Theile zerlegt: in 5000 und 3000; 8000 = 5000 + 3000. Also ist 8000 um 3000 größer als 5000.

8000 ist die volle Zahl und wird daher Vollzahl genannt. 5000 heißt, weil sie abzuziehen ist, der Abzug oder die Abzugszahl, und 3000, weil sie übrig bleibt, der Rest. Insofern 3000 angibt, um wie viel 8000 größer ist als 5000, nennt man sie auch den Unterschied.

Ebenso behandle man die folgenden Aufgaben:

1)	9	50	80	90	70	700	900	600	800
	4	30	50	40	20	400	500	300	200

2)	9000	8000	7000	60000	80000	90000
	7000	4000	6000	20000	50000	40000

3)	800000	700000	900000	800000	700000
	300000	500000	500000	600000	400000

2) Mit zwei- und mehrstelligen Zahlen.

a) Ohne zu borgen.

Beispiel 1. 57 — 5 = ?

57 Vollzahl. 57 = 5 Zehner + 7 Einer. Hier-
5 Abzug. von sind 5 Einer wegzunehmen. Die
52 Rest. nehme ich von den 7 Einern. 5 Einer von 7 Einern bleiben 2 Einer. Von den 5 Zehnern wird nichts weggenommen. Sie bleiben also übrig, wie sie sind. 5 von 57 weg, beiben demnach 5 Z. + 2 E., d. i. 52 Einer übrig.

4)	48	75	580	7900	87000
	6	3	40	600	5000

Beispiel 2. 67 — 42 = ?

Berechnung: 67 = 60 + 7 = 67
42 = 40 + 2 = 42
20 + 5 = 25 *

* Hier sind 4 Z. + 2 E. von 6 Z. + 7 E. abzuziehen. Ich nehme die 2 Einer von den 7 Einern, und die 4 Zehner von den 6 Zehnern weg. 2 Einer von 7 Einern weg, bleiben 5 Einer; 4 Zehner von 6 Zehnern weg, bleiben 2 Zehner. Es bleiben also 2 Zehner und 5 Einer übrig. 42 von 67 weg, bleibt 25.

5)	59	87	750	9800	68000
	35	54	340	6700	48000

Beispiel 3. 567 — 432 = ?

Berechnung: 567 = 500 + 60 + 7 = 567
432 = 400 + 30 + 2 = 432
100 + 30 + 5 = 135 *

* Ich soll 432 von 567 oder 4 Hunderter 3 Zehner und 2 Einer von 5 Hundertern 6 Zehnern und 7 Einern wegnehmen. 2 Einer von 7 Einern bleiben 5 Einer. 3 Zehner von 6 Zehnern bleiben 3 Zehner.

Wie viel hast du bis jetzt abgezogen? (32.) Wovon? (von 67.) Wie viel ist 67 — 32? (35.) Wie viel ist noch abzuziehen? (400.) Wovon nimmst du diese weg? (von 500.)

4 Hunderter von 5 Hundertern bleibt 1 Hunderter. Der Rest beträgt also 1 Hunderter, 3 Zehner und 5 Einer oder 135. Mithin ist 567 — 432 = 135.

Fragen: Wie viel ist 500 — 400? 560 — 430? 567 — 135?

So werden auch die folgenden Exempel ausgerechnet:

6) 658 — 245 =? 876 — 642 =? 968 — 753 =? 579 — 432 =?

7) 7865 — 3452 =? 47580 — 45270 =? 987600 — 234500?

8) 69584 — 45123 =? 56789 — 54321 =? 89786 — 65741?

9) 987678 — 12 456 =? 597486 – 452304 =?

10) 6857794 — 3456780 =? 7890654 — 7650123 =?

b) Borgen, ohne Nullen.

Beispiel 1. 83 — 38 = ?

Mündlich: Von 83 soll soll 38 abgezogen werden. Ich nehme erst 30 weg, dann 8. 83 — 30 = 53, 53 — 8 = 45. Oder: 83 — 38 = 8 Z. 3 E. — 3 Z. 8 E.; 8 Z. 3 E. — 3 Zehner = 5 Zehner 3 Einer. Davon sind noch 8 Einer wegzunehmen. 5 Z. 3 E. = 4 Z. 13 Einer; 4 Z. 13 E. — 8 E. = 4 Z. 5 E. = 45.

```
                                 13
Schriftlich: 83 = 70 + 13   =   8.3   =   8.3
             38 = 30 + 8         38        38
                  --------      ----      ----
                  40 + 5.   =    45   =    45
```

8 Einer von 3 Einern kann ich nicht abziehen. Ich borge daher bei den 8 Zehnern einen Zehner und zeige dieß durch einen Punkt hinter der 8 an. Der geborgte Zehner = 10 Einer. 3 E. waren schon vorhanden, 10 E. habe ich dazu entlehnt; also habe ich nun 13 Einer. Anstatt 8 Z. + 3 E. haben wir jetzt 7 Z. + 13 E., was eben so viel ist. Nun ziehe ich 3 Z. + 8 E. von 7 Z. + 13 E. ab. 8 E. von 13 E. bleiben 5 E., und 3 Z. von 7 Z. bleiben 4 Z.; also ist 83 — 38 = 45.

Eben so, streng darauf sehend, daß sich der Schüler über seine Operationen klar ausspreche, lasse man auch die nachstehenden Aufgaben rechnen.

11) 51 — 25 =? 76 — 48 =? 62 — 27 =? 95 — 59 =? 86 — 68 =?

Beispiel 2. 753 — 468 =?

Mündlich: Von 753 soll 468 weggenommen werden. Ich nehme zuerst 400 weg, dann 60, dann 8. 753 — 400 = **353**; **353** — 60 = **293**; **293** — 8 = **285**.

```
              1413
Schriftlich:  7.5.3    abgekürzt:  7.5.3
              4 6 8                4 6 8
              -----                -----
              2 8 5                2 8 5
```

Von 753 soll 468 oder: von 7 H. 5 Z. 3 E. sollen 4 H. 6 Z. 8 E. abgezogen werden. 8 Einer von 3 Einern abzuziehen, geht nicht. Ich borge mir daher bei den 5 Zehnern 1 Zehner. 1 Z. 1 Z. + 3. E. = 13 Einer. Anstatt 7 H. 5 Z. 3 E. habe ich jetzt 7 H. 4 Z. 13 E., was eben so viel ist. 8 Einer von 13 Einer bleiben 5 Einer.

Was haben wir nun gerechnet? (Wir haben 8 E. von 13 E. abgezogen.) Wie viel bleibt? (5 E.) Was haben wir noch zu rechnen? (Wir haben noch 460 von 740 abzuziehen.)

6 Zehner von 4 Zehnern wegzunehmen, geht nicht. Ich borge mir daher bei den 7 Hundertern einen Hunderter. 1 H. + 4 Z. = 14 Zehner. Anstatt 7 H. 4 Z. haben wir jetzt 6 H. + 14 Z., was gleich viel ist. 6 Zehner von 14 Z. weg, bleiben 8 Zehner.

Was ist bis jetzt gerechnet? (68 ist von 153 abgezogen.) Wie viel bleibt? (85.) Was ist noch zu rechnen? (400 sind von 600 wegzunehmen.)

4 Hunderter von 5 H. weg, bleiben 2 Hunderter.
Der Rest beträgt also 2 H., 8 Z. und 5 E. = 285.

12) 345 — 158 = 187; 975 — 579 = 396.
524 — 275 = 249; 864 — 479 = 385.
765 — 567 = 198.

Beispiel 3. 8752 — 4984 =?

Ansatz und Ausrechnung:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 16\,14\,12} \\ 8.7.5.2 \\ 4\,9\,8\,4 \\ \hline 3\,7\,6\,8 \end{array} = \begin{array}{r} 8.7.5.2 \\ 4\,9\,8\,4 \\ \hline 3\,7\,6\,8 \end{array}$$

13) 5784 — 3847 = 1937. 14) 45973 — 27948 = 18025.
6543 — 4567 = 1976. 75941 — 46983 = 28958.
7531 — 789 = 6742. 384135 — 157051 = 227084.
9147 — 4581 = 4566. 752816 — 483475 = 269341.

15)

$$\begin{array}{r} 69.5.8.47.2 \\ 4869747 \\ \hline 2088725 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5.37.4.6.2.8 \\ 3456789 \\ \hline 1917839 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7.6.5.4.3.2.1 \\ 5678976 \\ \hline 1975345 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5.7.4.63.5.1 \\ 3847182 \\ \hline 1899169 \end{array}$$

c) Borgen, mit Nullen.

Beispiel 1. 30 — 7 =?

Ausrechnung:

$$\begin{array}{rcl} 30 & = & 20 + 10 \\ 7 & = & 7 \\ \hline & & 20 + 3 \end{array} = \begin{array}{r} {\scriptstyle 10} \\ 3.0 \\ 7 \\ \hline 2\,3 \end{array} *$$

* Von 30 soll 7 abgezogen werden. 30 = 3 Zehner + 0 E. 7 Einer von 0 Einern wegzunehmen, geht nicht. Ich borge mir daher bei den 3 Zehnern einen Zehner. 1 Zehner = 10 Einer. Für 3 Zehner stehen jetzt 2 Zehner + 10 Einer (20 + 10). Nun ist es möglich, die 7 Einer abzuziehen. 7 Einer von 10 Einern weg, bleiben 3 Einer. Die 2 Zehner bleiben übrig, wie sie sind. Also ist 30 oder 20 + 10 weniger 7 = 20 + 3 oder 23.

16) 20 — 5 =? 40 — 4 =? 70 — 6 =? 80 — 7 =?

17) 70 — 25? 370 — 246? 2780 — 1375? 7650 — 5678?

Beispiel 2. 307 — 243 =?

10
307 = 200 + 100 + 7 = 3.07 = 3.07
243 = 200 + 40 + 3 = 243 = 243
60 + 4 = 64 = 64

18) 905 — 453? 704 — 432? 8057 — 3548? 60578 — 54539?

Beispiel 3. 600 — 432 =?

9
10.10
600 = 500 + 90 + 10 = 6.00 = 6.0.0
432 = 400 + 30 + 2 = 432 = 432
100 + 60 + 8 = 168 = 168

2 E. von 0 Einer kann ich nicht abziehen. Einen Zehner kann ich nicht borgen, denn es sind keine da. Ich borge daher bei den Hundertern. Von 6 Hundertern 1 Hunderter weggenommen, bleiben noch 5 H.; ich deute dieß durch einen Punkt hinter 6 an. Das weggenommene Hundert hat 10 Zehner. Für 6 Hundert stehen nun 5 H. + 10 Z. Von diesen 10 Zehnern nehme ich 1 Z. weg; es bleiben also noch 9 Zehner, und das deute ich durch einen Punkt bei 10 (oder 0) an. Der weggenommene Zehner hat 10 Einer. Anstatt 6 H. habe ich jetzt 5 H. + 9 Z. + 10 E., was eben so viel ist. Davon ziehe ich nun 432 ab ꝛc.

In gleicher Weise ist bei folgenden Exempeln zu verfahren.

19) 800 — 357? 804 — 456? 6700 — 2468? 9000 — 3579?

20) 7005 — 4756? 60004 — 23578? 400100 — 12349?

21) Wie viel ist 5040302 mehr als 1346705? (3693597.)

22) Wie viel ist 75310 weniger als 90000? (14690.)

23) Wie groß ist der Unterschied zwischen 132435 und 900432?
Antwort: 767997.

24) Wie viel ist eine Million mehr als 497325? (502675.)

25) Wie viel muß ich zu 987654 legen, um 3010501 zu erhalten?
Antwort: 2022847.

Das Addiren und Subtrahiren.

1) 8549 = a
7864 = b
3056 = c
4125 = d
2.359.4 = a + b + c + d
— 8549 = a
15.0.45 = b + c + d
— 7864 = b
7.18.1 = c + d
— 3056 = c
4125 = d

Wie verhalten sich die 4 Posten (a + b + c + d) zusammen genommen zur Summe? (Die 4 Posten zusammen genommen sind **gleich** der Summe.)

Wenn ich daher den Posten a von der Summe wegnehme, welche Posten sind in dem Reste 15045 noch enthalten? (Die Posten b + c + d.)

Weist es nach! (Die Posten b + c + d werden addirt.)

Nimmt man von der Zahl 15045 den Posten b weg, so bleibt 7181. Welche Posten sind in dieser Zahl noch enthalten? (c + d) Nachweis! (3056 + 4125 = 7181.)

Nimmt man nun von 7181 den Posten c weg, wie viel muß dann der Rest betragen? (4125.) Führt es aus!

Ist richtig addirt, so kann man **alle** Posten von der Summe nach und nach abziehen, und zuletzt geht es gerade auf. Darum kann man die Subtraktion zur Probe für die Addition benützen.

Dieß ist noch an mehreren Exempeln durchführen zu lassen.

2) 7385 = a
4839 = b
2546 = c
7385 = b + c = a

Nimmt man b von a weg, so bleibt c Rest. Hierdurch ist die Zahl a in die zwei Theile b und c zerlegt. Vereinigt man dieselben wieder in eine Zahl, so muß sich das Ganze, nämlich a, wieder ergeben, vorausgesetzt, daß richtig abgezogen worden ist.

Um also zu prüfen, ob eine Subtraktions-Aufgabe richtig gerechnet ist, darf ich nur den Abzug und den Rest zusammenzählen. Ist die Summe dieser beiden Zahlen der Vollzahl **gleich**, so ist die Rechnung richtig; wenn nicht, so ist sie falsch.

Bei Berechnung der folgenden Aufgaben werde diese Probe fleißig angewendet.

a) 1005003	d) 764673	g) 401020
b) 954231	e) 610894	h) 348976
c) 806452	f) 579315	i) 298789

26) a—b=50772.	38) b—g=553211.	50) d—h=415697.
27) a—c=198551.	39) b—h=605255.	51) d—i=465884.
28) a—d=240330.	40) b—i=655442.	52) e—f=31579.
29) a—e=394109.	41) c—d=41779.	53) e—g=209874.
30) a—f=425688.	42) c—e=195558.	54) e—h=261918.
31) a—g=603983.	43) c—f=227137.	55) e—i=312105.
32) a—h=656027.	44) c—g=405432.	56) f—g=178295.
33) a—i=706214.	45) c—h=457476.	57) f—h=230339.
34) b—c=147779.	46) c—i=507663.	58) f—i=280526.
35) b—d=195558.	47) d—e=153779.	59) g—h=72044.
36) b—e=343337.	48) d—f=185358.	60) g—i=102231.
37) b—f=374916.	49) d—g=363653.	61) h—i=50187.

62) 326431—89752=236679.
834256—19578=814678.
50809—26337=24472.

63) 903040—81426=821614.
49008—36805=12203.
10001—5704 =4297.

64) Um wie viel ist 190549 kleiner als 360258? 179709.

65) Um wie viel ist 654321 mehr als 123456? 530865.

66) Um wie viel unterscheidet sich 4009000 von 34567? Um 3974433.

67) Von 36208 soll 25736 übrig bleiben; wie viel ist wegzunehmen? Antwort: 10472.

68) Wie viel muß ich zu 23456 legen, um 40008 zu erhalten? Antwort: 16552.

69) Zwei Zahlen, addirt, machen 5748; die eine heißt 2795, wie die andere? Antwort: 2953.

70) (39562 + 258376 + 302062) — 35794 = 564206.

71) 3050050 — (236084 + 395271 + 436821) = 1981874.

72) 802000 ist die Summe von 4 Zahlen, von denen die erste 27365, die zweite 506991 und die dritte 17256 heißt. Wie heißt die vierte Zahl? 250388.

73) Ein Schüler sucht den Unterschied zwischen 1001001 und 678987; er findet 323024. Um wie viel hat er sich geirrt? Antwort: Um 1010.

74) Hans und Michel spielen um Bohnen. Jeder hat Anfangs

257 Stück. Am Ende hat Hans 319. Wie viel hat Michel verloren? Antwort 62.

75) Um wie viel ist Oberbayern größer und bevölkerter als jede der andern bayerischen Provinzen? (Siehe S. 94, Aufg. 74.)

Oberbayern hat 118 Q.-M. und 185235 Einwohner mehr als Niederbayern.
— — 207 Q.-M. und 123355 Einwohner mehr als die Pfalz.
— — 138 Q.-M. und 266352 Einwohner mehr als die Oberpfalz.
— — 185 Q.-M. und 235122 Einwohner mehr als Oberfranken.
— — 174 Q.-M. und 201001 Einwohner mehr als Mittelfrank.
— — 143 Q.-M. und 139083 Einwohner mehr als Unterfranken.
— — 138 Q.-M. und 169048 Einwohner mehr als Schwaben.

76) Nürnberg, die zweitgrößte Stadt in Bayern, zählt 53638 Seelen. Wie viele Einwohner hat sie weniger als München? wie viel aber mehr als jede der 7 Provinzialhauptstädte Bayerns? (S. Seite 94, Aufg. 75.)

Nürnberg hat 53077 Einw. weniger als München; aber 42201 mehr als Landshut, 45170 mehr als Speier, 27741 mehr als Regensburg, 34998 mehr als Bayreuth, 41518 mehr als Ansbach, 22834 mehr als Würzburg, 14298 mehr als Augsburg.

77) Hannover ist 698 Q.-M. groß und hat 1819253 Einw.; das Königr. Sachsen ist 272 Q.-M. groß und hat 1894431 Einw.; Würtemberg ist 354 Q.-M. groß und hat 1726716 Einw. Um wie viel ist Bayern größer und bevölkerter als jedes dieser drei Königreiche? Wie steht Bayern nach Größe und Bevölkerung zu allen dreien zusammengenommen?

(Ueber die Größe und Bevölkerung Bayerns gibt Aufg. 74 S. 94 Aufschluß.)

a) Bayern hat 695 Q.-M. und 2740199 Einwohner mehr als Hannover,
1121 Q.-M. und 2665021 Einwohner mehr als Sachsen,
1039 Q.-M. und 2832736 Einwohner mehr als Würtemberg,

b) 69 Q.-M. mehr, aber 880948 Einwohner weniger als alle drei.

78) Die vereinigten Staaten von Nordamerika zählten im Jahre 1793 3929328 Einw. und im Jahre 1851 23267498. Wie viel beträgt demnach allda die Zunahme der Bevölkerung in dieser Zeit? Antwort: 19338170 Einwohner.

79) Ein Mann besitzt an Gebäuden 3785 fl., an Feldern 13498 fl. und an Geräthschaften 2468 fl.; dagegen schuldet er an **A** 1575 fl., an **B** 986 fl. und an **C** 2587 fl. Wie viel reines Vermögen besitzt derselbe? Antw.: 14603 fl.

80) Ein Kaufmann hat 348 Pfd. Rauchtabak. Nach einiger Zeit wiegt er seinen Vorrath wieder und findet, daß derselbe 175 Pfd. beträgt. Wie viel hat er inzwischen verkauft? Antw.: 173 Pfd.

IV. Das Multipliciren.

1) Der Multiplikator ist einstellig.

Mündlich.

1) Wiederholung des kleinen Einmaleinses.

2)	3 mal 90?	900?	9000?	3)	5 mal 14?	140?	1400?
	4 mal 50?	500?	5000?		2 mal 36?	360?	3600?
	6 mal 70?	700?	7000?		7 mal 25?	250?	2500?
	8 mal 80?	800?	8000?		9 mal 72?	720?	7200?
	ꝛc.				ꝛc.		

Mündlich und schriftlich.

4)	2 mal 123?	4 mal 345?	6 mal 567?	8 mal 789?
	3 mal 234?	5 mal 456?	7 mal 678?	9 mal 890?

2 mal 123 = 2 mal 100 = 200
2 mal 20 = 40
2 mal 3 = 6
Also ist 2 mal 123 = 246.

Diese Art, Zahlen schriftlich zu vervielfachen, ist zu weitläufig und wird es immer mehr, je größer die Zahlen werden, welche vervielfacht werden sollen. Wir sehen uns daher nach einer andern Weise um.

Beispiel 1. 3 mal 32 = ?

Ausrechnung:

a)
```
 32
 32
 32
 --
 96
```

kurz: b)
```
 32
  3
 --
 96
```

a) 3 mal 32 = 32 + 32 + 32 = (30 + 2) + (30 + 2) + (30 + 2); 2 + 2 + 2 oder 3 mal 2 = 6; 30 + 30 + 30 oder 3 mal 30 = 90; 90 + 6 = 96.

b) Ich setze die Zahl 32 nur einmal. Daß sie 3 mal zu sich selbst genommen werden soll, zeige ich durch die Ziffer 3 darunter an. Anstatt 2 + 2 + 2 sage ich gleich: 3 mal 2; 3

mal 2 = 6; die 6 schreibe ich in die erste Stelle unter die 3. Anstatt 3 Z. + 3 Z. + 3 Z. spreche ich gleich: 3 mal 3 Z.; 3 mal 3 Z. = 9 Zehner; die 9 Zehner schreibe ich in die zweite Stelle. Also ist 3 mal 32 = 9 Z. + 6 E. = 96.

Wie viel ist 3 mal 2? Wie viel ist 3 mal 30? Wie viel ist also 3 mal 32?

Eben so

1) 2 mal 41 = 82; 4 mal 212 = 848; 2 mal 3421 = 6842.
3 mal 23 = 69; 3 mal 123 = 369; 3 mal 2132 = 6396.

Beispiel 2. 4 mal 36 = ?

a)		kurz:	b)
	36		36
	36		4
	36		144
	36		
	144		

a) 4 mal 36 = 36 + 36 + 36 + 36 = (30 + 6) + (30 + 6) + (30 + 6) + (30 + 6); 6 + 6 + 6 + 6 oder 4 mal 6 = 24 = 2 Zehner + 4 Einer. Die 4 Einer schreibe ich unter die Einer; die 2 Zehner behalte ich im Sinne und zähle sie zu den Zehnern. — 3 Z. + 3 Z. + 3 Z. + 3 Z. oder 4 mal 3 Z. + 2 Zehner = 14 Zehner = 1 H. + 4 Z.; die 4 Zehner setze ich in die zweite Stelle, unter die Zehner; den Hunderter schreibe ich in die dritte Stelle. Also ꝛc.

b) Ich schreibe die Zahl 36 nur einmal und zeige, daß sie 4 mal zu sich selbst genommen werden soll, durch die Ziffer 4 darunter an. 4 mal 36 = 4 mal 30 + 4 mal 6 Ich rechne zuerst 4 mal 6, dann 4 mal 30. 4 mal 6 = 24 = 2 Z. + 4 E. Wie beim Addiren schreibe ich auch jetzt nur die 4 Einer und behalte die 2 Zehner in dem Sinne. 4 mal 3 Z. = 12 Z.; 12 Z. + 2 Z. = 14 Z. = 1 H. + 4 Z. ꝛc.

Fragen: Wie viel ist 4 mal 6? 4 mal 30? 4 mal 36? Oder: 4 mal 30? 4 mal 6? 4 mal 36?

Eben so:

2) 5 mal 75 = 375. 3 mal 364 = 1092. 2 mal 7658 = 15316.
6 mal 84 = 504. 4 mal 573 = 2292. 3 mal 4567 = 13701.
7 mal 63 = 441. 5 mal 987 = 4935. 4 mal 5793 = 23172.
8 mal 96 = 768. 6 mal 789 = 4734. 5 mal 6789 = 33945.
9 mal 52 = 468. 7 mal 642 = 4494. 6 mal 4852 = 29112.
7 mal 23456 = 164192. 9 mal 56789 = 511101.
8 mal 34567 = 276536. 5 mal 13574 = 67870.
8 mal 45678 = 365424.

Beispiel 3. 3 mal 560 = ?

560	kurz:	560
560		3
560		1680
1680		

3) 2 mal 60; 4 mal 706; 3 mal 260; 2 mal 400; 4 mal 5008. 5 mal 70; 6 mal 908; 5 mal 890; 7 mal 600; 6 mal 7090. 7 mal 80; 8 mal 505; 6 mal 540; 9 mal 700; 8 mal 9400.

4) Jede folgende Zahl ist durch 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 zu multipliciren:

a) 753869 b) 246805 c) 315796
d) 5678943 e) 9849576 f) 4708050

Produkte:

a × 2 = 1507738.	b × 2 = 493610.	c × 2 = 631592.
3 = 2261607.	3 = 740415.	3 = 947388.
4 = 3015476.	4 = 987220.	4 = 1263184.
5 = 3769345.	5 = 1234025.	5 = 1578980.
6 = 4523214.	6 = 1480830.	6 = 1894776.
7 = 5277083.	7 = 1727635.	7 = 2210572.
8 = 6030952.	8 = 1974440.	8 = 2526368.
9 = 6784821.	9 = 2221245.	9 = 2842164.
d × 2 = 11357886.	e × 2 = 19699152.	f × 2 = 9416100.
3 = 17036829.	3 = 29548728.	3 = 14124150.
4 = 22715772.	4 = 39398304.	4 = 18832200.
5 = 28394715.	5 = 49247880.	5 = 23540250.
6 = 34073658.	6 = 59097456.	6 = 28248300.
7 = 39752601.	7 = 68947032.	7 = 32956350.
8 = 45431544.	8 = 78796608.	8 = 37664400.
9 = 51110487.	9 = 88646184.	9 = 42372450.

5) Multiplicire 157 durch 6, das Ergebniß wieder durch 6, das neue Ergebniß (Produkt) wieder durch 6 und so fort! Wie heißt das 6te Produkt? Antwort: 7324992.

6) Wie heißt das 6te Produkt, wenn 234 wiederholt durch 7 vervielfacht wird? Antwort: 27529866.

7) Wie viel ist 5793 × 8 × 8 × 8 × 8? Antw.: 23728128.

8) Wie viel ist 2468 × 6 × 7 × 8 × 9? Antw.: 8471232.

9) Um wie viel ist 8 mal 9876 mehr als 9 mal 6789? 15907.
10) Wie heißt der 7fache Unterschied zwischen 57130 und 39854? Antw.: 120932?
11) Welche Zahl ist 6 mal so groß als 34567? 207402.
12) Von welcher Zahl ist 7654 der 5te Theil? 38270.
13) In welcher Zahl 8765 neunmal? 78885.
14) Wie viel ist (17854 + 45678) × 8? 508256.
15) Wie viel ist (37958 — 21589) × 9? 147321.

2) Der Multiplikator ist zweistellig.

Mündlich.

10 mal 17; 20 mal 7; 30 mal 20; 40 mal 15; 18 mal 20;
10 mal 25; 40 mal 3; 50 mal 40; 30 mal 24; 27 mal 30;
10 mal 36; 60 mal 8; 70 mal 50; 80 mal 32; 34 mal 40;
10 mal 48; 80 mal 9; 90 mal 70; 50 mal 45; 42 mal 50;
10 mal 64; 50 mal 5; 60 mal 80; 60 mal 56; 51 mal 60;
10 mal 89; 70 mal 6; 80 mal 30; 70 mal 75; 84 mal 80;
16 mal 18; 32 mal 32; 45 mal 51.
21 mal 24; 15 mal 48; 64 mal 75.

20 mal 7 = ? Das 20fache einer Zahl erhalte ich, wenn ich sie 19 mal + 1 mal, oder 18 mal + 2 mal, oder 17 mal + 3 mal ꝛc., oder 10 + 10 mal nehme. Am leichtesten wird eine Zahl durch 10 multiplicirt. Um das 20fache einer Zahl zu erhalten, thue ich also wohl, ich nehme sie 10 + 10 mal, d. i. 2 mal 10 mal. 20 mal 7 ist also = 2 mal 10 mal 7; 10 mal 7 = 70, und 2 mal 70 = 140. — Das 20fache einer Zahl erhalte ich aber auch, wenn ich sie 5 + 5 + 5 + 5 mal, d. i. 4 mal 5 mal, oder 4 + 4 + 4 + 4 + 4 mal, d. i. 5 mal 4 mal, oder 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 mal, d. i. 10 mal 2 mal nehme. Ich rechne also 2 mal 7 und nehme das 2fache wieder 10 mal. 2 mal 7 = 14, 10 mal 14 = 140. So ist es am besten.

Schriftlich.

Beispiel 1. 10 mal 234 = ?

Ansatz und Ausrechnung:

234	oder	234
10		10
2340		2340

10 mal 4 Einer = 4 Zehner; 10 mal 3 Zehner = 3 Hunderter; 10 mal 2 Hunderter = 2 Tausender. Die

Ziffern bleiben also dieselben. Nur wird ihr Werth 10 mal so groß. Damit aber die Ziffer 4 vier Zehner gelte, muß sie von der ersten Stelle in die zweite kommen. Damit die 3 drei Hunderter bedeute, muß sie von der zweiten in die dritte Stelle kommen. Und damit die 2 zwei Tausender bezeichne, muß sie von der dritten Stelle in die vierte kommen. Dieß Alles geschieht einfach dadurch, daß man der Zahl zur Rechten eine Null anhängt.

Wie wird demnach eine Zahl durch 10 multiplicirt? — Grund!

Beispiel 2. 50 mal 53 = ?

Ansatz und Ausrechnung:

50 mal 53 = 10 mal 5 mal 53.

53	
50	5 mal 53 = 265.
2650	10 ma 5 mal 53 = 2650.

Aufgaben.

16) 20 mal 48 = 960; 70 mal 345 = 24150.
30 mal 75 = 2250; 80 mal 567 = 45360.
40 mal 96 = 3840; 90 mal 789 = 71010.
50 mal 84 = 4200; 60 mal 897 = 53820.
60 mal 68 = 4080; 40 mal 975 = 39000.

Beispiel 3. 23 mal 456 = ?

Ansatz und Ausrechnung:

23 mal 456 = 20 mal 456 + 3 mal 456.

456			456
23			23
1368	= 3 mal 456	=	1368
9120	= 20 oder 10 mal 2 mal 456	=	912
10488	= 23 mal 456 also	=	10488

Man multiplicirt die Zahl 456 zuerst durch 3; 3 mal 456 = 1368. Dieß Ergebniß kommt genau darunter, 8 unter 3. Nun wird die Zahl 456 durch 20 multiplicirt. Man nimmt sie 2 mal und das 2fache 10 mal. Das 2fache wird 10 mal genommen, indem man ihm eine Null beifügt, oder es einfach um eine Stelle weiter gegen die Linke schreibt. Das 20fache (9120) und 3fache (1368) addirt, geben das 23fache. Also ꝛc.

Fragen: Wie viel ist 3 mal 456? 2 mal 456? (912.) 20 mal 456? (912 Zehner oder 9120 Einer) 23 mal 456? (9120 + 1368 = 10488.)

Aufgaben.

12 mal 54 = 648. 25 mal 135 = 3375. 16 mal 2754 = 44064.
34 mal 68 = 2312. 48 mal 246 = 11808. 74 mal 4803 = 355422.
56 mal 73 = 4088. 63 mal 307 = 19341. 52 mal 5961 = 309972.
78 mal 89 = 6942. 87 mal 468 = 40716. 98 mal 3006 = 264588.
96 mal 96 = 9216. 59 mal 579 = 34161. 45 mal 8765 = 394425.

Beispiel 4. 34 mal 480 = ?

Ansatz und Ausrechnung:

```
  480         kürzer:    480
   34                  .  34
 ----                  -----
 1920                    192
1440                    144
-----                  -----
16320                  16320 *
```

* 480 = 48 Zehner. Ich rechne bloß 34 mal 48; 34 mal 48 = 1632; 34 mal 48 Zehner aber sind 1632 Zehner. Darum muß noch, wie oben hinter 48, so unten hinter 1632 eine Null zu stehen kommen. (Und darum pflegt man zu sagen: Ich setze die Null herunter).

Aufgaben:

14 mal 560 = 7840. 22 mal 3740 = 82280. 38 mal 4700 = 178600.
67 mal 720 = 48240. 46 mal 8250 = 379500. 54 mal 7500 = 405000.
85 mal 960 = 81600. 73 mal 5960 = 435080. 93 mal 3600 = 334800.

Beispiel 5. 7800 × 60 = ?

Ansatz und Ausrechnung:

```
  7800
    60          6 mal 7800 = 46800;
------
468000    10 mal 6 mal 7800 = 468000.
```

Aufgaben.

20 mal 3460 = 69200. 30 mal 2500 = 75000.
40 mal 4570 = 182800. 50 mal 4800 = 240000.
60 mal 5680 = 340800. 70 mal 8300 = 581000.

18) Multiplicire die Zahlen a) 3758; b) 64900; c) 579384, und d) 8765432 durch 38, 47, 52, 61, 70, 96!

Facite:

a ×		b ×		c ×	
38	= 142804.	38	= 2466200.	38	= 22016592.
47	= 176626.	47	= 3050300.	47	= 27231048.
52	= 195416.	52	= 3374800.	52	= 30127968.
61	= 229238.	61	= 3958900.	61	= 35342424.
70	= 263060.	70	= 4543000.	70	= 40556880.
96	= 360768.	96	= 6230400.	96	= 55620864.

d ×		d ×	
38	= 333086416.	61	= 534691352.
47	= 411975304.	70	= 613580240.
52	= 455802464.	96	= 841481472.

19) Wie heißt das Produkt aus 72 × 54 × 83 × 65? Antw.: 20975760.

20) Wie groß ist das 99fache von 5784? Antw.: 572616.

21) Von welcher Zahl ist 34567 der 84ste Theil? Von 2903628.

22) Ich habe eine Zahl in 56 gleiche Theile getheilt und einen Theil davon wieder in 75 gleiche Theile. Bei der zweiten Theilung kam auf einen Theil 567. Welches war die anfängliche Zahl? Antwort: 567 × 75 × 56 = 2381400.

3) Der Multiplikator ist dreistellig.

Mündlich.

1) 100 mal 4; 100 mal 10; 100 mal 15; 100 mal 123.
100 mal 8; 100 mal 20; 100 mal 24; 100 mal 345.
100 mal 6; 100 mal 40; 100 mal 36; 100 mal 567.
100 mal 9; 100 mal 60; 100 mal 48; 100 mal 789.
100 mal 7; 100 mal 80; 100 mal 75; 100 mal 846.
ꝛc. ꝛc. ꝛc. ꝛc.

100 mal 1 = 100; 100 mal 4 = 4 mal 100 = 400 ꝛc.

2) 200 mal 8; 300 mal 20; 400 mal 18; 123 mal 4.
400 mal 6; 500 mal 30; 600 mal 27; 345 mal 6.
600 mal 9; 700 mal 40; 800 mal 45; 654 mal 8.
ꝛc. ꝛc. ꝛc. ꝛc.

200 mal 8 = ?

a) 200 mal 8 = 8 mal 200; 8 mal 200 = 1600.

b) Eine Zahl wird 20 mal genommen, wenn man sie 10 mal 2 mal nimmt. Eine Zahl wird 200 mal genommen, wenn man sie 100 mal 2 mal nimmt. 200 mal 8 also = 100 mal 2 mal 8; 2 mal 8 = 16, 100 mal 16 = 1600. Also ꝛc.

ꝛc.

Schriftlich.

Beispiel 1. 100 mal 456 = ?

Ansatz und Ausrechnung.

456	oder: 456	kurz: 45600
100	100	
45600	45600	

100 mal 6 Einer = 6 Hunderter; 100 mal 5 Zehner = 5 Tausender; 100 mal 4 Hunderter = 4 Zehntausender. Mithin bleiben die Ziffern dieselben. Aber aus den 6 Einern werden 6 Hunderter; die 6 kommt also von der ersten Stelle in die dritte. Aus den 5 Zehnern werden 5 Tausender; die 5 kommt darum von der zweiten Stelle in die vierte. Aus den 4 Hundertern werden 4 Zehntausender; die 4 kommt deßhalb von der dritten Stelle in die fünfte. Jede der Ziffern rückt demnach um zwei Stellen vor. Und dieß geschieht bei allen zugleich dadurch, daß hinter sie zwei Nullen kommen.

Beispiel 2. 700 mal 564 = ?

Ansatz und Ausrechnung.

564	
700	7 mal 564 = 3948.
394800	100 mal 7 mal 564 = 394800.

Aufgaben.

23) 200 mal 48 = 9600; 600 mal 579 = 347400.
300 mal 65 = 19500; 700 mal 864 = 604800.
400 mal 87 = 34800; 800 mal 397 = 317600.
500 mal 93 = 46500; 900 mal 765 = 688500.

Beispiel 3. 928 mal 573 = ?

Ansatz und Ausrechnung.

928 mal 573 = (900 + 20 + 8) mal 573.

	kürzer:	
573	573	
928	928	
4584 = 573 × 8	= 4584	Prod. der Einer.
11460 = 573 × 2 × 10	= 1146	Prod. der Zehner.
515700 = 573 × 9 × 100	= 5157	Prod. d. Hundert.
531744 = 573 × 928 =	531744	

Aufgaben.

123 mal 236 = 29028. 357 mal 1357 = 484449.
456 mal 567 = 258552. 579 mal 2468 = 1428972.
789 mal 435 = 343215. 846 mal 7594 = 6424524.
243 mal 753 = 182979. 968 mal 5789 = 5603752.

Beispiel 4. 7452 × 704 = ?

Ansatz und Ausrechnung.

```
   7452
    704
 -------
  29808   = 7452 × 4.        Produkt der Einer.
 52164    = 7452 × 7 × 100.  Prod. d. Hunderter
 -------
5246208   = 7452 × 704.
```

Hier ist besonders darauf aufmerksam zu machen, daß die erste Ziffer des jedesmaligen Produktes genau unter diejenige Ziffer des Multiplikators gesetzt werde, mit welcher man eben jetzt multiplicirt.

24) 3456 × 207 = 715392; 85794 × 806 = 69149964.
9782 × 709 = 6935438; 76543 × 905 = 69271415.

Beispiel 5. 9700 × 250 = ?

```
   9700
    250
 -------
    485        25 mal 97    = 2425;
   194         25 mal 9700  = 242500;
 -------
2425000       250 mal 9700  = 2425000.
```

Das Produkt erhält also am Ende so viele Nullen, als die beiden miteinander multiplicirten Zahlen zusammen haben.

2540 × 725 = 1841500. 3450 × 540 = 1863000.
8950 × 384 = 3436800. 8300 × 610 = 5063000.
5296 × 250 = 1324000. 4500 × 800 = 3600000.
7384 × 360 = 2658240. 9000 × 400 = 3600000.

3) Der Multiplikator ist mehr als 3stellig.

Mündlich.

1) 1000 mal 4; 1000 mal 10; 1000 mal 100; 1000 mal 1000.
1000 mal 7; 1000 mal 20; 1000 mal 120; 1000 mal 3000.
1000 mal 9; 1000 mal 34; 1000 mal 234; 1000 mal 8000.
2c. 2c. 2c. 2c.

1000 mal 1 = 1000; 1000 mal 4 = 4 mal 1000 = 4000 ꝛc.
1000 mal 1000 = 100 mal 10,000 = 10 mal 100000 = 1 Million.

Anm. Mille (ein französisches Wort) = 1000 Einer; 1 Million = 1000 Tausender; 1 Milliarde = 1000 Millionen. Nach dem (Decimal-) Gesetz der Zahlenbildung entsteht 1 Million aus 10 mal 100,000. So hat der Schüler bisher dieselbe angesehen. Er soll jedoch auch wissen, daß 1 Million = 1000 mal 1000 ist.

1 Billion ist 1 Million, millionenmal genommen. Eine undenkbar große Zahl! Eine Billion Weizenkörner sind etwa 145,000 bayerische Scheffel. Würde man in jeder Sekunde 5 zählen und täglich 18 Stunden dazu verwenden, so hätte man damit etwa 8450 Jahre lang zu thun. Und würde man auf einen 4spännigen Wagen 100,000 Gulden laden, so ließen sich mit 1 Billion Gulden so viele dergleichen Wagen befrachten, daß sich die Wagenreihe wie ein Doppelring fast zweimal um den Erdkörper herumschlingen könnte.

Schriftlich.

Beispiel 1. 1000 mal 758 = ?
10 mal 758 = 7580.
100 mal 758 = 75800.
1000 mal 758 = 758000.

Eine Zahl wird 10 mal so groß, wenn man ihre Ziffern um eine Stelle von der Rechten gegen die Linke rückt, wenn man ihr also eine Null anhängt. Sie wird 100 mal so groß, wenn man ihre Ziffern um zwei Stellen von der Rechten gegen die Linke rückt, wenn man ihr also 2 mal 1 Null beifügt. Sie wird also 1000 mal so groß, wenn man ihre Ziffern um drei Stellen von der Rechten gegen die Linke rückt, wenn man ihr also 3 mal 1 Null beifügt.

25) 87 × 10; 25 × 100; 34 × 1000; 57 × 10000.
521 × 10; 743 × 100; 946 × 1000; 654 × 10000.
9465 × 10; 8264 × 100; 7531 × 1000; 8372 × 10000.

Beispiel. 2. 759 × 8000 = ?

Ansatz und Ausrechnung.

8000 mal 750 = 1000 mal 8 mal 759.

759
8000 — 8 mal 759 = 6072.
6072000 — 1000 mal 8 mal 759 = 6072000.

Aufgaben:

26) 2000 mal 853 = 170600; 3000 mal 5272 = 15816000.
4000 mal 531 = 2124000; 5000 mal 6935 = 34675000.
6000 mal 742 = 4452000; 9000 mal 4567 = 41103000.

Beispiel 3. 9025 × 2345 = ?

Ansatz und Ausrechnung.

```
   9025
   2345
 ------
  45125  = 9025 × 5.          Produkt der Einer.
 36100   = 9025 × 4 × 10.     Produkt der Zehner.
27075    = 9025 × 3 × 100.    Produkt der Hunderter.
18050    = 9025 × 2 × 1000.   Produkt der Tausender.
--------
21163625 = 9025 × 2345.       Produkt der ganzen Zahl.
```

Aufgaben.

27) Die Zahlen a) 35847; b) 16009; c) 57896 sind durch 8642; 7953; 4067; 8001; 6789 zu multipliciren.

Produkte:

8642 mal	a = 309789774.	b = 138349778.	c = 500337232.
7953 „	= 285091191.	= 127319577.	= 460526888.
4067 „	= 145789749.	= 65108603.	= 235463032.
8001 „	= 286811847.	= 128088009.	= 463225896.
6789 „	= 243365283.	= 108685101.	= 393055944.

Beispiel 4. 75000 × 4300 = ?

Ansatz und Ausrechnung.

```
  75000
  4300
---------
   225        43   mal 75    = 3225.
  300         43   mal 75000 = 3225000.
---------
322500000   4300   mal 75000 = 322500000.
```

Aufgaben. (28)

37590 × 5432 = 204188880. 78900 × 6300 = 497070000.
52843 × 6570 = 347178510. 24000 × 4700 = 112800000.
12350 × 8960 = 110656000. 87000 × 3000 = 261000000.
45600 × 7840 = 357504000. 60000 × 9000 = 540000000.

Beispiel 5. 4685 mal 32 = ?

Ansatz und Ausrechnung.

```
    32          besser:    4685
  4685                       32
 ------                   ------
   160                     9370
  256                     14055
 192                      ------
128                       149920
 ------
149920
```

4685 mal 1 = 1 mal 4685; 4685 mal 2 = 2 mal 4685; 4685 mal 3 = 4 mal 4685; also ist 4685 mal 32 = 32 mal 4685.

Wie hier, so verfährt man in allen den Fällen, wo eine kleinere Zahl durch eine größere zu multipliciren ist: man kehrt es um und multiplicirt die größere Zahl durch die kleinere. Bei den Zahlen, die am Ende Nullen haben, richtet man sich nach den Ziffern, welche Geltung haben. Die Zahl mit der größeren Anzahl geltender Ziffern wird als Multiplikand gesetzt. Z. B.:

4530 mal 72000 =?

Ausrechnung:

```
    4530
   72000
  ------
     906
   3171
---------
326160000
```

Aufgaben:

29) 375 mal 8 (= 8 mal 375) = 3000.
5784 mal 36 (= 36 mal 5784) = 208224.
8547 mal 425 (= 425 mal 8547) = 3632475.
897 mal 6500 (= 6500 mal 897) = 5830500.
3456 mal 7900 (= 7900 mal 3456) = 27302400.
87300 mal 54000 (= 54000 mal 87300) = 4714200000.

(Vermischte Aufgaben.)

30) Welches Produkt entsteht durch 345 × 456 × 789?
Antwort: 124125480.

31) Wovon ist 5793 ein 876stel? Von 5074668.

32) 2345 + 6804 + 759 ist von welcher Zahl $^1/_{365}$? 3616420.

33) 40000 — 24681 ist $^1/_{479}$ von welcher Zahl? 7337801.

34) Multiplicire die Zahl 34560 mit sich selbst! (1194393600.)

35) Wie viel ist 523742 × 4563? (2389834746.)

36) 536243 × 34823, wie viel? (18673589989.)

37) Wie heißt das 7900fache von 3456? (27302400.)

38) Wie viel ist 3400 × 5600 × 7800? (148512000000)

39) Wovon ist 69432 der 3004te Theil? (208573728.)

40) Multiplicire 5463 durch 20800! (113630400.)

41) (5792 + 2345) × (2468 + 3579) = 49204439.

42) (3250 × 6400) + (5900 × 360) = 22924000.

43) (9236 — 885) × (32700 — 9850) = 190820350.

44) 5 Kinder beerben ihren Vater. Jedes derselben erhält 3579 fl. Wie groß war sein Vermögen? Antwort: 17895 fl.

45) Ein Dach ist 48 Ziegel hoch und 175 Ziegel breit. Wie viele Ziegel braucht man, um es neu zu decken? Antw.: 8400.

46) Wie viele Citronen lassen sich in eine Kiste packen, wenn in der Länge 24 und in der Breite 16 dergleichen neben einander liegen können, und wenn 18 Lagen auf einander Platz haben? Antwort: 6912.

47) Die Sonne ist von der Erde 397 mal so weit entfernt als der Mond. Von der Erde bis zum Monde aber sind 52000 Meilen. Wie weit ist von der Erde bis zur Sonne? 20644000 M.

48) Bayern hat a) 16 Regimenter Infanterie, im Kriege jedes zu 3060 Mann; b) 6 Jäger-Bataillone, jedes zu 919 Mann; c) 2 Kuirassier-Reg.; jedes zu 1248 Mann.; d) 6 Chevauxlegers-Reg. von derselben Stärke; e) ein reitendes Artillerie-Reg. zu 898 und 2 Fahr-Reg. Artill., jedes zu 3303 M., und f) ein Genie-Regiment zu 1039 Mann. Wie stark ist die bayerische Heeresmacht? Antwort: 73001 Mann.

49) Wenn zum Baue eines Linienschiffes von 120 Kanonen erforderlich sind: 3500 Eichenstämme à 75 fl.; 1400 Ctnr. Eisen à 18 fl.; 940 Ctr. Kupfer á 64 fl.; 80 Ctr. Blei à 21 fl.; 540 Ctr. Theer, Pech rc. à 25 fl.; 2500 Ctr. Tauwerk à 80 fl.; 50000 Ellen Segeltuch, 100 Ellen 60 fl.; wenn dann noch die Ausgaben für Kanonen, Munition, Proviant, Arbeitslohn rc. zusammen 946960 fl. betragen; wie hoch kommt ein solches Schiff.? Antw.: 1540000 fl.

V. Das Dividiren.

1) Der Divisor ist einstellig.

a) Theilen.

Mündlich.

$^1/_2$ von 8? 80? 800? 8000?	$^1/_6$ von 240? 2400? 24000?
$^1/_3$ von 9? 90? 900? 9000?	$^1/_7$ von 350? 3500? 35000?
$^1/_4$ von 8? 80? 800? 8000?	$^1/_8$ von 480? 4800? 48000?
$^1/_5$ von 5? 50? 500? 5000?	$^1/_9$ von 720? 7200? 72000?

$^1/_6$ von 240 = ?

240 = 2 Hunderter + 4 Zehner. $^1/_6$ von 600 = 100; $^1/_6$ von 200 ist also nicht 100; 2 Hunderter + 4 Zehner = 24 Zehner. $^1/_6$ von 24 Zehnern = 4 Zehner oder 40; also ist $^1/_6$ von 240 = 60.

Mündlich und schriftlich.

$^1/_2$ von 372 = ?

372 = 200 + 172; 172 = 160 + 12.

$^1/_2$ von 200 = 100
$^1/_2$ von 160 = 80
$^1/_2$ von 12 = 6

Also ist $^1/_2$ von 372 = 186.

$^1/_2$ von 372 = ? $^1/_4$ von 676 = ? $^1/_6$ von 756 = ?
$^1/_3$ von 531 = ? $^1/_5$ von 825 = ? $^1/_8$ von 984 = ?

Wir verlassen nun diese Art, Zahlen schriftlich zu theilen, und sehen uns nach einer kürzeren Weise um.

Schriftlich.

Beispiel 1. $^1/_3$ von 27 = ?

Um 1 Drittel von 27 zu erhalten, muß ich 27 in 3 gleiche Theile theilen, oder ich muß, wie man zu sagen pflegt, mit 3 in 27 theilen.

3 | 27 | 9
27

Der 3te Theil von 27 ist 9. Nachweis! 9 ist $^1/_3$ von 9 + 9 + 9, d. i. von 3 mal 9 oder 27. — 27 war zu theilen, 27 ist getheilt; also geht es auf.

Beispiel 2. $^1/_4$ von 31 = ?

Um $^1/_4$ von 31 zu erhalten, muß ich 31 in 4 gleiche Theile theilen, ich muß mit 4 in 31 theilen.

4 | 31 | $7^3/_4$
28
3

Der 4te Theil von 31 ist 7, aber nicht genau. 7 ist genau der 4te Theil von 4 mal 7; 4 mal 7 = 28. — 31 war zu theilen; 28 ist getheilt; mithin ist noch 31 — 28 = 3 zu vertheilen übrig. Der 4te Theil von 3 = $^3/_4$. Also ist der 4te Theil von 31 = $7^3/_4$.

Wir geben nun gleich auch ein Beispiel über das Theilen einer etwas größeren Zahl.

$^1/_5$ von 2347 = ?

Ansatz und Berechnung:

5	2347	400	kürzer:	5	2347	469 $^2/_5$
	2000	60			20..	..
	347	9			34.	
	300	— $^2/_5$			30.	
	47	469 $^2/_5$			47	
	45				45	
	2				2	

2347 = 2 Tausender, 3 Hunderter, 4 Zehner und 7 Einer. Hiervon ist der 5te Theil zu suchen. Der 5te Theil von 2 Taus. ist nicht 1 Tausender. 2 T. + 3 H. = 23 Hunderter; der 5te Theil von 23 H. = 4 Hunderter; 4 H. sind genau der 5te Theil von 5 mal 4 H.; 5 mal 4 H. = 20 H.; 23 H. — 20 H. = 3 Hunderter. 23 H., 4 Z. und 7 E. sind zu theilen; 20 H. haben wir getheilt; also haben wir jetzt noch den 5ten Theil von 3 H., 4 Z. und 7 E. zu suchen.

3 H. + 4 Z. = 34 Zehner. Der 5te Theil von 34 Zehnern = 6 Zehner; 6 Zehner sind genau der 5te Theil von 5 mal 6 oder 30 Zehner; 34 Z. — 30 Z. = 4 Zehner. Von den 34 Z. und 7 E. haben wir nun wieder 30 Zehner getheilt; also haben wir jetzt noch den 5ten Theil von 4 Z. und 7 E. zu suchen.

4 Z. + 7 E. = 47 Einer. Der 5te Theil von 47 E. = 9 Einer; 9 Einer sind genau der 5te Theil von 5 mal 9 oder 45 Einer; 47 E. — 45 E. = 2 Einer.

Der 5 Theil von 2 = $^2/_5$.

2347 ist zerlegt in 2000 + 300 + 45 + 2. $^1/_5$ hievon = 400 + 60 + 9 + $^2/_5$ = 469$^2/_5$.

Anm. So werde bei jeder Ausrechnung gesprochen, auch bei der abgekürzten. Auf den Vortheil, alle Einheiten als bloße Einerzahlen zu behandeln, kommt der Schüler nach und nach von selbst. Man hat nicht nöthig, es zu fördern. Vielmehr sei der Lehrer besorgt, daß dieß nicht zu bald und nicht in dem Maße geschehe, daß das Bewußtsein von dem wirklichen Werth der Ziffern, von der eigentlichen Zahlengröße, ganz verschwinde. Dasselbe darf nie untergehen, auch beim Schnellrechnen nicht.

Ganz in der oben angezeigten Weise lasse man auch die folgenden Aufgaben rechnen.

1) $^1/_2$ von 18; $^1/_5$ von 48; 2) $^1/_4$ von 370; $^1/_5$ von 435;
$^1/_3$ von 24; $^1/_6$ von 32; $^1/_6$ von 250; $^1/_3$ von 234;
$^1/_4$ von 36; $^1/_7$ von 51; $^1/_8$ von 596; $^1/_9$ von 750;

3) $^1/_2$ von 1356;	4) $^1/_2$ von 8765;	5) $^1/_3$ von 25318;
$^1/_4$ von 3456;	$^1/_3$ von 9345;	$^1/_5$ von 18756;
$^1/_6$ von 2925;	$^1/_4$ von 7892;	$^1/_7$ von 54321;
$^1/_8$ von 6172;	$^1/_5$ von 6428;	$^1/_9$ von 87546;
$^1/_3$ von 2345;	$^1/_6$ von 9759;	$^1/_4$ von 34567;
$^1/_7$ von 5791;	$^1/_7$ von 8397;	$^1/_6$ von 45793.

b) Enthaltensein.

Mündlich.

1) 2 in 10? 16? ꝛc.	5 in 15? 20? ꝛc.	8 in 24? 40? ꝛc.
3 in 9? 15? ꝛc.	6 in 24? 36? ꝛc.	9 in 18? 81? ꝛc.
4 in 12? 28? ꝛc.	7 in 35? 49? ꝛc.	10 in 40? 70? ꝛc.

2) 2 in 8? 80? 800? 8000? ꝛc.	3) 6 in 48? 480? 4800? 48000? ꝛc.
3 in 9? 90? 900? 9000? ꝛc.	7 in 35? 350? 3500? 35000? ꝛc.
4 in 8? 80? 800? 8000? ꝛc.	8 in 56? 560? 5600? 56000? ꝛc.
5 in 5? 50? 500? 5000? ꝛc.	9 in 81? 810? 8100? 81000? ꝛc.

6 in 4800 = ?

4800 = 4 Tauf. + 8 H.; 6 ist in 4 Tauf. nicht 1 tausendmal enthalten; 4 T. + 8 H. = 48 Hunderter; 6 liegt in 48 Hundertern 8 hundertmal; also ist 6 in 4800 8 hundertmal enthalten.

Schriftlich.

Beispiel 1. 3 in 24 = ?

Ansatz und Berechnung:

```
3 | 24 | 8
    24
    --
```

Wie oft ist 3 in 24 enthalten? 3 in 24 liegt 8 mal. Wenn 3 in 24 achtmal liegt, so muß auch 8 mal 3 von 24 weggenommen werden können. 8 mal 3 = 24; 24 von 24 geht auf. Also ist 3 in 24 gerade 8 mal enthalten.

Beispiel 2. 4 in 35 = ?

Ansatz und Berechnung:

```
4 | 35 | 8 3/4
    32
    --
     3
```

Wie oft liegt 4 in 35? 4 liegt in 35 achtmal. Ist 4 in 35 achtmal enthalten, so kann auch 8 mal 4 von 35 weggenommen werden. 8 mal 4 = 32; 32 von 35 weg, bleibt 3. Also kann 8 mal 4 von 35 weggenommen werden, und 3 bleibt Rest. 4 liegt in 3 $^3/_4$ mal. Mithin liegt 4 in 35 $8^3/_4$ mal.

Beispiel 3. 5 in 3479 = ?

Ansatz und Berechnung:

5 | 3479 | 600			kürzer:	5 | 3479 | $695\frac{4}{5}$	
3000	90			30 ··	··
479	$5\frac{4}{5}$			47 ·	
450	$695\frac{4}{5}$			45 ·	
29				29	
25				25	
4				4	

3479 = 3 Taus., 4 Hunderter, 7 Zehner und 9 Einer. Hierin liegt 5 wie oft? — 5 liegt in 5 Taus. 1 tausendmal, in 3 Taus. also nicht 1 tausendmal. 3 Taus. + 4 H. = 34 Hunderter. 5 liegt in 34 Hundertern 6 hundertmal. 600 mal 5 = 30 Hundert. Von 3479 die 600 mal 5 oder 3000 weg, bleibt 479.

In 479 liegt 5 nicht mehr 1 hundertmal. 4 H. + 7. Z. = 47 Zehner. 5 liegt in 47 Zehnern 9 zehnermal; 9 zehnermal 5 = 45 Zehner; 45 Z. von 479 weg, bleibt 29.

In 29 liegt 5 nicht mehr 1 zehnermal. 2 Z. + 9 E. = 29 Einer. 5 liegt in 29 Einern 5 einermal (5 mal). 5 mal 5 = 25; 25 von 29 bleibt 4.

Von 3479 haben wir nach und nach weggenommen:
600 mal 5 oder 3000,
90 mal 5 oder 450,
5 mal 5 oder 25, und 4 bleibt Rest.
Von 4 können nur $\frac{4}{5}$ von 5 weggenommen werden.

Also ist 5 in 3497 enthalten: 600 + 90 + 5 + $\frac{4}{5}$ = $695\frac{4}{5}$ mal.

Nach dieser Weise werden die folgenden Aufgaben ausgerechnet.

1) 4 in 36;	2) 5 in 48;	3) 5 in 300;	4) 2 in 345;
5 in 25;	6 in 41;	3 in 270;	3 in 594;
6 in 48;	7 in 62;	8 in 640;	4 in 753;
7 in 63;	2 in 45;	6 in 420;	6 in 850;
8 in 56;	3 in 67;	9 in 810;	7 in 864;

5) 6 in 4952; 7 in 2468; 8 in 6940;
9 in 8976; 3 in 2000; 9 in 6940;

6) 2 in 3745; 3 in 8579; 4 in 6759; 5 in 8381;
6 in 46398; 7 in 54321; 8 in 63748; 9 in 87654.

c) Theilen und Enthaltensein.

Von nun an werden die Aufgaben abwechselnd im Sinne des Theilens und im Sinne des Enthaltenseins ausgerechnet. Recht gut ist es, zuweilen eine und dieselbe Rechnung auf beiderlei Weise ausführen zu lassen.

Beispiel. 9382712 : 6 = ?

Ansatz und Berechnung:

```
6 | 9 3 8 2 7 1 2 | 1 5 6 3 7 8 5
    6 . . . . . .               6
    ---             -------------
    3 3             9 3 8 2 7 1 2
    3 0
    -----
      3 8
      3 6
      -----
        2 2
        1 8
        -----
          4 7
          4 2
          -----
            5 1
            4 8
            -----
              3 2
              3 0
              ---
                2
```

9382712 = 9 Mill., 3 Hdtausf., 8 Zehntausf., 2 Tausf., 7 Hunderter, 1 Zehner und 2 E.

a) Wie viel beträgt der sechste Theil hieraus?

Der 6. Theil von 9 Mill. = 1 Mill.; 1 Mill. ist der sechste Theil von 6 mal 1 Mill.; 6 mal 1 Mill. = 6 Mill.; Rest 3 Mill.

(Wovon ist jetzt der 6. Theil gesucht? Wovon ist er noch zu suchen?)

3 Mill. + 3 Hdtausf. = 33 Hdtausf.; der 6. Theil von 33 Hdtausf. = 5 Hdtausf.; 5 Hdtausf. sind genau der 6. Theil von 6 mal 5 Hdtausf.; 6 mal 5 Hdtausf. = 30 Hdtausf.; Rest 3 Hdtausender.

(Wovon haben wir bis jetzt den 6. Theil gefunden? Wovon ist er noch zu suchen?)

3 Hdtausf. + 8 Zehnt. = 38 Zehnt.; der 6. Theil von 38 Zehnt. = 6 Zehnt.; 6 Zehnt. sind genau der 6. Theil von 6 mal Zehnt.; 6 mal 6 Zehnt. = 36 Zehnt.; Rest 2 Zehntausender rc.

Der 6. Theil von 9382712 beträgt also 1563785, Rest 2. Nimmt man 1 Sechstel 6 mal, so erhält man wieder das Ganze.

Multiplicirt man daher 1563785 durch 6 und zählt den letzten Rest (die 2) dazu, so muß sich die getheilte Zahl wieder ergeben.

b) Wie oft ist 6 darin enthalten?

6 liegt in 9 Mill. 1 millionenmal; 6 liegt genau 1 millionenmal in 1 millionenmal 6; 1 millionenmal 6 = 6 Mill., Rest 3 Mill.

3 Mill. + 3 Hdt. = 33 Hdt.; 6 liegt in 33 Hdt. 5 hunderttausendmal; 6 liegt genau 5 hundertt.mal in 5 hundertt.mal 6; 5 hundertt.mal 6 = 30 Hunderttaus., Rest 3 Hdtaus.

3 Hdt. + 8 Zehnt. = 38 Zehnt.; 6 in 38 Zehnt. = 6 zehnt.mal; 6 zehnt.mal 6 = 36 Zehnt., Rest 2 Zehntausender ꝛc.

Von 9382712 haben wir demnach weggenommen

	1000000 mal 6
	500000 mal 6
	60000 mal 6
	3000 mal 6
	700 mal 6
	80 mal 6
	5 mal 6
zusammen:	1563785 mal 6, und 2 bleibt Rest.

In 2 ist nur $^1/_3$ von 6 enthalten. 6 liegt in 9382712 also $1563785\,^1/_3$ mal.

Aufgaben:

1)	2)	3)
34914 : 2;	234567 : 4;	4869759 : 6;
84835 : 3;	572983 : 7;	8052143 : 9;
56789 : 4;	601010 : 9;	7289654 : 4;
79568 : 5;	758493 : 5;	6754839 : 3;
96857 : 6;	389674 : 2;	9876582 : 5.

d) Der Divisor ist nicht in jedem Theildividenden enthalten.

Beispiel: 183042 : 6 = ?

Ansatz und Berechnung:

```
6 | 183042 | 30000          6 | 183042 | 30507
    180000    500                18····    ····
    ------                       --
      3042      7                  30
      3000   -----                 30
      ----   30507                 --
        42                           42
        42                           42
        --                           --
```

6 in 18 Zehntausendern = 3 zehntausendmal.
6 in 3 Tausendern = 0 tausendmal.
6 in 30 Hundertern = 5 hundertmal.
6 in 4 Zehnern = 0 zehnermal.
6 in 42 Einern = 7 einermal.

Für diesen Fall ist es besonders gut, gleich Anfangs zu bestimmen, wie viele Stellen der Quotient erhalten wird. Dieß ist sehr leicht. Zuerst sieht man zu, wie viele Ziffern des Dividenden genommen werden müssen, um die erste Stelle des Quotienten zu erhalten. Sie viele Ziffern dann vom Dividenden noch vorhanden sind, so viele Stellen erhält der Quotient noch zu der einen, die er schon hat, wie dieß hier oben durch Punkte angedeutet ist.

4) 80100 : 2 = 40050; 5442018 : 6 = 907003.
9240242 : 3 = $3080080\frac{2}{3}$; 3362105 : 7 = $480300\frac{5}{7}$.
284200 : 4 = 71050; 7200448 : 8 = 900056.
250203 : 5 = $50040\frac{3}{5}$; 7832743 : 9 = $870304\frac{7}{9}$.

e) Kürzeste Form, zu dividiren.

$$2 \,|\, \overset{11\;\,11}{734914} = \text{das Ganze.} \qquad \text{Oder: } \frac{734914}{2} = 367457.$$
$$367457 = \text{der Theil.}$$

Aufgaben zur Uebung (Schnellrechnen).

5) Dividire die Zahlen a) 34567; b) 567890; c) 7856342 und d) 48375926 durch jede Zahl von 2 bis 9!

Antworten:

	a	b	c
Mit 2 in	$17283\frac{1}{2}$;	283945;	3928171;
3	$11522\frac{1}{3}$;	$189296\frac{2}{3}$;	$2618780\frac{2}{3}$;
4	$8641\frac{3}{4}$;	$141972\frac{1}{2}$;	$1964085\frac{1}{2}$;
5	$6913\frac{2}{5}$;	113578;	$1571268\frac{2}{5}$;
6	$5761\frac{1}{6}$;	$94648\frac{1}{3}$;	$1309390\frac{1}{3}$;
7	$4938\frac{1}{7}$;	$81127\frac{1}{7}$;	$1122334\frac{4}{7}$;
8	$4320\frac{7}{8}$;	$70986\frac{1}{4}$;	$982042\frac{3}{4}$;
9	$3840\frac{7}{9}$;	$63098\frac{8}{9}$;	$872926\frac{8}{9}$;

2 in d	= 24187963;	6 in d	= $8062654\frac{1}{3}$;
3	= $16125308\frac{2}{3}$;	7	= $6910846\frac{4}{7}$;
4	= $12093981\frac{1}{2}$;	8	= $6046990\frac{3}{4}$;
5	= $9675185\frac{1}{5}$;	9	= $5375102\frac{8}{9}$.

6) Welche Summe gibt der 5te und 6te Theil aus 392760? Antwort: 144012.

7) Als man eine Zahl 9 mal genommen hatte, erhielt man 6784821. Wie heißt dieselbe? Antwort: 753869.

8) Um wie viel unterscheidet sich $^1/_5$ von $^1/_6$ aus 1234560? Antwort: Um 41152.

9) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen dem 7. Theil aus 5277083 und dem 8. Theil aus 1974440? Antw.: 507064.

10) Theile 23728128 durch 8, das Ergebniß wieder durch 8 u. s. f. Welche Zahl entspringt, wenn du zum 4tenmale durch 8 theilst? Antwort: 5793.

11) Man nahm eine Zahl 6 mal 7 mal 8 mal 9 mal und erhielt 8471232. Welche Zahl war das? Antwort: 2468.

12) Wie heißt das Einfache, wenn das 4fache 1263184 beträgt? Antwort: 315796.

13) Wie viel ist $(369 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2) : 9$? Antw.: 1653120.

14) Wie viel ist $(2221245 : 9) + (2526368 : 8)$? Antw.: 562601.

15) Wie viel beträgt $(375975 : 5) - (78246 : 6)$? 62154.

2) Der Divisor ist zweistellig.

a) Die reinen Zehnerzahlen.

Mündlich. α. Theilen.

$^1/_{10}$ von 100 = 10.	$^1/_{20}$ von 200 = 10.	$^1/_{50}$ von 800 = 16.
$^1/_{10}$ von 500 = 50.	$^1/_{20}$ von 600 = 30.	$^1/_{60}$ von 780 = 13.
$^1/_{10}$ von 720 = 72.	$^1/_{30}$ von 750 = 25.	$^1/_{70}$ von 700 = 10.
$^1/_{10}$ von 350 = 35.	$^1/_{30}$ von 540 = 18.	$^1/_{80}$ von 1200 = 15.
$^1/_{10}$ von 657 = $65\,^7/_{10}$.	$^1/_{40}$ von 960 = 24.	$^1/_{90}$ von 1890 = 21.

Verfahren. Wie der 10. Theil gefunden wird, darauf kommen die Schüler von selbst. Der 10. Theil von jedem Hunderter = 10, von jedem Zehner = 1, von jedem Einer = $^1/_{10}$. — Um sie dahin zu bringen, daß sie erkennen, wie $^1/_{20}$, $^1/_{30}$ 2c. zu suchen sei, weise man auf das Vervielfachen mit 20, 30 2c. hin. Eine Zahl wird durch 20 multiplicirt, wenn man sie 10 mal 2 mal nimmt. Man sucht zuerst ihr Doppeltes und nimmt dieß 10 mal. Um aus dem 20fachen nun wieder das ursprünglich Einfache zu erhalten, geht man auf denselben Stufen wieder zurück.

Einfaches, 2faches, 20faches — 20faches, 2faches, 1faches Man sucht demnach aus dem 20fachen das 2fache, welches geschieht, indem man durch 10 theilt;

dann sucht man aus dem 2fachen das Einfache, dadurch, daß man halbirt. Ein 20stel wird also gefunden, wenn man zuerst den 10. Theil und von dem 10. Theil die Hälfte sucht.

β) Enthaltensein.

1) 10 in 300 = 30.	2) 20 in 180 = 9.	3) 30 in 240 = 8.
10 in 360 = 36.	20 in 400 = 20.	30 in 600 = 20.
10 in 5000 = 500.	20 in 860 = 43.	30 in 960 = 32.
10 in 6700 = 670.	20 in 1400 = 70.	30 in 1800 = 60.
10 in 8590 = 859.	20 in 1680 = 84.	30 in 2100 = 70.

4) 40 in 240 = 6.	5) 50 in 750 = 15.	6) 80 in 400 = 5.
40 in 800 = 20.	60 in 420 = 7.	80 in 560 = 7.
40 in 880 = 22.	60 in 3600 = 60.	90 in 360 = 4.
40 in 1600 = 40.	70 in 2800 = 40.	90 in 720 = 8.

Verfahren. 10 in 300 =? 10 in 300 = 1 Zehner in 30 Zehnern. Ein Zehner ist in 30 Zehnern so oft enthalten, als er davon weggenommen werden kann. Ein Zehner kann von 30 Zehnern 30 mal hinweggenommen werden. Also ist 1 Z. in 30 Z. oder 10 in 300 30 mal enthalten.

20 in 180 =? 20 in 180 = 2 Zehner in 18 Zehnern. 2 Zehner können von 18 Zehnern eben so oft mal weggenommen werden, als 2 Einer von 18 Einern, nämlich 9 mal. Also ist 20 in 180 neunmal enthalten.

Schriftlich.

Beispiel 1. Wie viel beträgt $^1/_{10}$ von 570?

Ansatz und Berechnung:

570 = 5 Hunderter + 7 Zehner.

10 | 570 | 57. $^1/_{10}$ von 1 Hunderter ist 1 Zehner, $^1/_{10}$ von 5 H. = 5 Zehner, $^1/_{10}$ von 7 Zehner = 7 Einer; $^1/_{10}$ von 570 also = 5 Zehner + 7 Einer = 57.

Wird eine Zahl durch 10 getheilt, so werden ihre Zehner zu Einer, ihre Hunderter zu Zehner ꝛc. Mithin müssen ihre Ziffern von der 2. Stelle in die erste, von der dritten Stelle auf die 2te kommen u. s. f. Dieß geschieht einfach dadurch, daß man ihre letzte Ziffer (rechts) abschneidet.

$^1/_{10}$ von 340 = 34(0 = 34; denn ꝛc.
$^1/_{10}$ von 3780 = 378(0 = 378; denn ꝛc.
$^1/_{10}$ von 5864 = 586(4 = 586$^4/_{10}$; denn ꝛc.
$^1/_{10}$ von 6495 = 649(5 = 649$^5/_{10}$; denn ꝛc.

Beispiel 2. Wie oft liegt 10 in 570?

Ansatz und Berechnung:

10 | 570 | 57. 10 liegt in jedem Zehner einmal. Besteht eine Zahl aus 2 mal 1 Zehner, so liegt 10 zweimal in derselben. Besteht eine Zahl aus 3 mal 1 Zehner, so liegt 10 dreimal in derselben. Weiß ich also, aus wie vielen Zehnern eine Zahl besteht, dann weiß ich auch, wie oft 10 in ihr enthalten ist. Aus wie viel Zehnern eine Zahl besteht, ergibt sich, wenn man die Einerstelle von ihr trennt. 570 = 57 Zehner. In 57 Zehnern liegt 10 57 mal. Also ist 10 in 570 57 mal enthalten.

16) 10 in 340 = 34(0 = 34. 10 in 5783 = 578(3 = $578\,^3/_{10}$.
10 in 4670 = 467(0 = 467. 10 in 6495 = 649(5 = $649\,^1/_2$.

Beispiel 3. $^1/_{40}$ von 3157 =?

Ansatz und Berechnung:

4(0 | 315(7 | 78
28
35
32
3

$^1/_{40}$ von 3157 erhalte ich, wenn ich zuerst den 10ten Theil von 3157 suche und aus dem 10ten Theil wieder den 4ten Theil.

Der 10. Theil von 3157 E. = 315 E., Rest 7 Einer; der 4te Theil von 315 Einern = 78 Einer, Rest 3 Einer. Hierbei kommen 2 Reste zusammen, ohne daß sich leicht erkennen ließe, was damit anzufangen sei.

Was thun wir nun, um den 40sten Theil von 3157 zu erhalten?

$^1/_{40}$ von 40 ist 1; $^1/_{40}$ von 2 mal 40 ist 2 mal 1; $^1/_{40}$ von 3 mal 40 ist 3 mal 1 rc.; mithin ist der 40ste Theil von 3157 so viel mal 1, als 40 in 3147 enthalten ist. Wir suchen also, wie oft 40 in 3157 enthalten ist.

4(0 | 315(7 | $78\,^{37}/_{40}$
78
35
32
37

40 in 3157 = 4 Zehner in 315 Zehner 7 Einer. Wir dividiren nun mit 4 Zehnern in 315 Zehnern, wie mit 4 in 315, dürfen aber nicht vergessen, daß es eigentlich Zehner sind.

4 in 315 liegt 78 mal, Rest 3; d. i. 4 Zehner sind in 315 Zehnern 78 mal enthalten, und 3 Zehner bleiben Rest. 3 Zehner + 7 Einer = 37 Einer. 4 Zehner oder 40 in 37 = $^{37}/_{40}$. Also ist 40 in 3157 $78\,^{37}/_{40}$ mal enthalten. Folglich ist auch der 40ste Theil von 3157 = $78\,^{37}/_{40}$.

So oft der Theiler in der gegebenen ganzen Zahl enthalten ist, so viel mal 1 beträgt der verlangte Theil davon. Da nun das Di-

vidiren mit zwei- und mehrstelligen Divisoren sich nicht in allen Fällen im Sinne des Theilens so leicht vollziehen läßt, als im Sinne des Enthaltenseins; so lösen wir dergleichen Divisionsaufgaben schriftlich auch nur in diesem Sinne.

$3450 : 20 = 172\frac{10}{20}$. $97530 : 40 = 2438\frac{10}{40}$.
$7531 : 60 = 125\frac{31}{60}$. $345672 : 70 = 4938\frac{12}{70}$.
$4796 : 80 = 59\frac{76}{80}$. $897654 : 30 = 29921\frac{24}{30}$.
$9284 : 50 = 185\frac{34}{50}$. $486235 : 90 = 5402\frac{55}{90}$.

b) Die gemischten Zehnerzahlen.

Beispiel: 7896 : 21 = ?

Ansatz und Berechnung:

```
21 | 7896 | 376
     63··   ··
     ----
     159·
     147·
     ----
      126
      126
     ----
```

7896 = 7 Tausender, 8 Hunderter, 9 Zehner und 6 Einer.

21 ist in 7 Tausendern nicht 1 tausendmal enthalten. 7 Tauf. + 8 Hunderter = 78 Hunderter. Nun ist zu suchen, wie oft 21 in 78 Hundertern enthalten ist. Das ergibt sich, wenn ich einmal weiß, wie oft 21 Einer in 78 Einern liegen.

21 ist in 78 genau so oft enthalten als 2 Z. 1 E. in 7 Z. 8 E.; 2 Z. 1 E. aber sind in 7 Z. 8 E. sehr wahrscheinlich eben so oft enthalten als die 2 Zehner in den 7 Zehnern. Ich sehe also vorerst von den Einern ab und suche bloß, wie oft die Zehner in den Zehnern liegen. 2 Z. in 7 Z. (oder 2 in 7) = 3 mal. Mithin ist 21 in 78 wohl auch 3 mal. Dieß ist der Fall, wenn 3 mal 21 von 78 weggenommen werden kann. 3 mal 21 = 63, 63 von 78 bleibt 15.

Liegt 21 in 78 3 mal, so liegt 21 in 78 Hundertern 300 mal, und 15 Hunderter bleiben Rest.

15 H. + 9 Z. = 159 Zehner. Nun suche ich, wie oft 21 in 159 Zehnern liegt. Dieß gibt sich von selbst, wenn ich weiß, wie oft 21 in 159 enthalten ist. 21 in 159 oder 2 Z. in 15 Z. (2 in 15) = 7 mal. Sind 2 Z. in 15 Z. (od. 20 E. in 150 E.) 7 mal enthalten; so liegt 21 in 159 wohl auch 7 mal. Genau 7 mal liegt 21 in 7 mal 21; 7 mal 21 = 147; 147 von 159 bleibt 12. Liegt 21 in 159 Einern 7 mal, so liegt 21 in 159 Zehnern 7 zehner- oder 70 mal, und 12 Z. bleiben im Reste.

12 Z. + 6 E. = 126 E.; 21 in 126 oder 2 Z. in 12 Z. (= 2 in 12) = 6 mal; also liegt 21 in 126 wahrscheinlich auch 6 mal; 21 liegt genau 6 mal in 6 mal 21; 6 mal 21 = 126. Geht auf.

Demnach ist 21 in 7896 gerade 376 mal enthalten.

Zusammenstellung (als Probe):

$$
\begin{array}{lrcr}
 & 21 \text{ in } 6300 & = & 300 \\
 & 21 \text{ in } 1470 & = & 70 \\
 & 21 \text{ in } 126 & = & 6 \\
\hline
\text{Also} & 21 \text{ in } 7896 & = & 376.
\end{array}
$$

In derselben Weise werde die Division auch bei folgenden Exempeln ausgeführt.

17) **379541** durch	18) **543867** durch	19) **675489** durch
$11 = 34503\frac{8}{11}$.	$12 = 45322\frac{3}{12}$.	$13 = 51960\frac{9}{13}$.
$21 = 18073\frac{8}{21}$.	$22 = 24721\frac{5}{22}$.	$23 = 29369\frac{2}{23}$.
$31 = 12243\frac{8}{31}$.	$32 = 16995\frac{27}{32}$.	$33 = 20469\frac{12}{33}$.
$41 = 9257\frac{4}{41}$.	$42 = 12949\frac{9}{42}$.	$43 = 15709\frac{2}{43}$.
$51 = 7441\frac{50}{51}$.	$52 = 10458\frac{51}{52}$.	$53 = 12745\frac{4}{53}$.
$61 = 6221\frac{60}{61}$.	$62 = 8772\frac{3}{62}$.	$63 = 10722\frac{3}{63}$.
$71 = 5345\frac{46}{71}$.	$72 = 7553\frac{51}{72}$.	$73 = 9253\frac{20}{73}$.
$81 = 4685\frac{56}{81}$.	$82 = 6632\frac{43}{82}$.	$83 = 8138\frac{35}{83}$.
$91 = 4170\frac{71}{91}$.	$92 = 5922\frac{43}{92}$.	$93 = 5922\frac{43}{92}$.

20) **481053** durch	21) **2345678** durch
$24 = 20043\frac{21}{24}$.	$65 = 36087\frac{23}{65}$.
$34 = 14148\frac{21}{34}$.	$75 = 31275\frac{53}{75}$.
$44 = 10933\frac{1}{44}$.	$85 = 27596\frac{18}{85}$.
$54 = 8908\frac{21}{54}$.	$96 = 24434\frac{14}{96}$.
$64 = 7516\frac{29}{64}$.	22) **9876543** durch
$74 = 6500\frac{53}{74}$.	$76 = 129954\frac{39}{76}$.
$84 = 5726\frac{69}{84}$.	$86 = 114843\frac{45}{86}$.
$94 = 5117\frac{55}{94}$.	$97 = 101820\frac{3}{97}$.

Hierbei wird zum Oefteren vorkommen, daß der ganze Divisor im Theildividenden nicht so oft enthalten ist, als die Zehner desselben in den Zehnern des Theildividenden liegen. Z. B.:

$$
\begin{array}{r|l|l}
62 & 543867 & 9 \\
 & 558 &
\end{array}
$$

9 mal 62 = 558; 558 läßt sich von 543 nicht wegnehmen; also ist 62 in 543 nicht 9 mal enthalten. Von 543 kann nur 8 mal 62 abgezogen werden; 62 ist daher in 543 auch nur 8 mal enthalten. rc.

Die meiste Schwierigkeit hat es, mit Zahlen wie 19, 29, 39 rc., dann 18, 28, 38 u. s. f. zu dividiren. Man kann sichs übrigens

dadurch erleichtern, daß man beim Suchen der Theilquotienten für den gesetzten Theiler die nächst höhere reine Zehnerzahl sich denkt. Z. B.:

```
19 | 110177 | 5798 12/19
     95...     ...
     ---
     151
     133
     ----
      187
      171
      ---
       167
       152
       ---
        12
```

Nehme ich hier an, 19 sei in 110 so oft enthalten, als 1 Zehner in 11 Z.; so ist das weit gefehlt. Denn 19 ist ja fast Doppelte von 1 Zehner und ist deßhalb viel weniger in 110 enthalten, als 1 Z. darin liegt. Dem Richtigen viel näher komme ich, wenn ich mir statt 19 die Zahl 20 denke. So oft 20 in 110 enthalten ist, so oft liegt jedenfalls auch 19 darin. Ich rechne daher: 2 Z. in 11 Z. (oder 2 in 11) = 5 mal; also liegt auch 19 in 110 5mal; 19 liegt genau 5 mal in 5 mal 19; 5 mal 19 = 95; Rest 15. 2c.

So werde die Division auch bei folgenden Exempeln ausgeführt:

23) **879645** durch	24) **4357986** durch	25) **6734821** durch
19 = 46297 2/19.	18 = 242110 5/18.	17 = 396165 16/17.
29 = 30332 17/29.	28 = 155642 10/28.	27 = 249437 22/27.
39 = 22555.	38 = 114683 32/38.	37 = 182022 7/37.
48 = 17951 46/49.	48 = 90791 18/48.	47 = 143294 3/47.
59 = 14909 13/59.	58 = 75137 40/58.	57 = 118154 43/57.
69 = 12748 33/69.	68 = 64088 2/68.	67 = 100519 48/67.
79 = 11134 59/79.	78 = 55871 48/78.	77 = 87465 16/77.
89 = 9883 58/89.	88 = 49522 50/88.	87 = 77411 64/87.

Hierbei kann höchstens vorkommen, daß der wirkliche Divisor einmal öfter im Theildividenden enthalten ist als der bloß gedachte. Z. B.:

```
                     7 9
18 | 134984 | 6489 2/18
     108...    ...
     ---
      26
     126
     ---
      89
      72
     ---
      178
      144
      ---
       34
      162
      ---
       164
       162
       ---
         2
```

Anstatt 18 denke ich mir 20; 20 in 134 oder 2 Z. in 13 Z. (2 in 13) liegt 6 mal. 18 liegt 6 mal in 6 mal 18, d. i. in 108, Rest 26. So viel darf nicht bleiben. 134 ist zerlegt in 108 + 26; 18 liegt in 108 sechsmal und in 26 auch noch einmal. Also liegt 18 in 108 + 26 d. i. in 134 6 + 1 oder 7 mal; 7 mal 18 = 126, Rest 8.

18 liegt also in 134 Taus. 7 tausendmal, und 8 Tausender bleiben im Rest.

2c.

Exempel zur weiteren Uebung:

26) 7346984 : 45 = 163266 $^{14}/_{45}$.
5882673 : 67 = 87801 $^{6}/_{67}$.
6597438 : 77 = 85681 $^{1}/_{77}$.
84736529 : 36 = 2353792 $^{17}/_{36}$.
93500010 : 55 = 1700000 $^{10}/_{55}$.
70428386 : 86 = 818934 $^{62}/_{86}$.

27) Wie viel beträgt $^{1}/_{99}$ von 3569841? Antw.: 36059.

28) Man nahm eine Zahl 67 mal und erhielt 114905. Welche wars? Antwort: 1715.

29) Wie heißt der Unterschied zwischen $^{1}/_{64}$ von 423680 und $^{1}/_{89}$ von 623089? (7001 — 6620 = 381.)

30) Wie oft kann 39 von 273195 weggenommen werden? Antwort: 7005 mal.

31) Wie viel ist 987 mal 5672, dividirt durch 59? 94885 $^{49}/_{59}$.

32) Wie oft muß 99 genommen werden, um 941480149401 zu erhalten? Antwort: 9509900499.

3) Der Divisor ist dreistellig.

a) Reine Hundertzahlen.

Mündlich.

800 : 100 = 8;	800 : 200 = 4;	900 : 300 = 3;
1300 : 100 = 13;	1400 : 200 = 7;	2400 : 300 = 8;
5000 : 100 = 50;	3000 : 200 = 15;	6000 : 300 = 20;
7500 : 100 = 75;	5400 : 200 = 27;	4500 : 300 = 15;
1600 : 400 = 4;	2500 : 500 = 5;	1800 : 600 = 3;
6800 : 400 = 17;	7000 : 500 = 14;	9600 : 600 = 16;
3500 : 700 = 5;	3200 : 800 = 4;	2700 : 900 = 3;
8400 : 700 = 12;	8000 : 800 = 10;	9900 : 900 = 11.

Verfahren: 800 : 100 =?

a) $^{1}/_{100}$ von 800 =? $^{1}/_{100}$ von 100 = 1; $^{1}/_{100}$ von 8 mal 100 = 8 mal 1; also ist $^{1}/_{100}$ von 800 = 8.

b) 100 in 800 =? 1 Hunderter kann von 8 Hundertern so oftmal weggenommen werden als 1 von 8, nämlich 8 mal; 100 ist also in 800 8 mal enthalten.

1400 : 200 =?

200 in 1400 = 2 Hunderter in 14 H. = 2 in 14 = 7 mal.

Schriftlich.

Beispiel 1. 75300 : 100 = ?

Ansatz und Berechnung:

1(00 | 753(00 | 753   100 liegt in 1 Hunderter 1 mal, in 2 Hundertern 2 mal ꝛc.

Weiß ich also, aus wie vielen Hundertern eine Zahl besteht, so weiß ich auch, wie oft 100 darin enthalten ist. Aus wie vielen Hundertern eine Zahl besteht, ergibt sich aber, wenn ich die Einer- und Zehnerstelle von ihr trenne. 75300 = 753 Hunderter In 753 Hundertern ist 100 753 mal enthalten. Also ꝛc.

33) 100 in 9600 = 96(00 = 96.
100 in 7580 = 75(80 = $75\,^{80}/_{100}$.
100 in 5793 = 57(93 = $57\,^{93}/_{100}$.
100 in 8271 = 82(71 = $82\,^{71}/_{100}$.

Beispiel 2. 23456 : 700 = ?

Ansatz und Berechnung:

```
7)00 | 234(56 | 33 356/700
       21
       --
        24
        21
        ---
        356
```

700 in 23456 = 7 H. in 234 H. 56 E.; 7 H. in 234 H. (7 in 234) = 33 mal, Rest 3 Hunderter. 3 H. + 56 E. = 356 E.; 700 E. in 356 E. = $^{356}/_{700}$ mal. Also ꝛc.

89400 : 300 = 298; 135000 : 400 = $337\,^{200}/_{400}$.
39470 : 600 = $65\,^{470}/_{600}$. 347168 : 800 = $433\,^{768}/_{800}$.

b) Gemischte Hundertzahlen.

Beispiel 1. 947580 : 870 = ?

Ansatz und Berechnung:

```
8 7 (0 | 9 4 7 5 8 (0 | 1 0 8 9 150/870.
         8 7
         -----
           7 7 5
           6 9 6
           -----
             7 9 8
             7 8 3
             -----
               1 5 0
```

870 in 947580 = 87 Z. in 94758 Z.
87 Z. in 94758 Z. (87 in 94758) = 1089 mal, Rest 15 Z.
15 Z. + 0 E. = 150 E.; 870 E. in 150 E. = $^{150}/_{870}$ mal. Also ꝛc.

564980 : 390 = $1448\frac{260}{390}$. 9483720 : 750 = $12644\frac{720}{750}$.
357964 : 480 = $745\frac{364}{480}$. 7519583 : 640 = $11749\frac{223}{640}$.

Beispiel 2. 5949120 : 654 = ?

Ansatz und Berechnung:

```
654 | 5949120 | 9096 336/654.
      5886· · ·    · · ·
      ----
       6312
       5886
       ----
        4260
        3924
        ----
         336
```

654 in 594 Zehntaus. ist nicht 1 zehntaus.mal. Ich suche also, wie oft 654 in 5949 Tausendern enthalten ist. Das ergibt sich, wenn ich weiß, wie oft 654 in 5949 Einern liegt. Um aber das zu finden, sehe ich von den Zehnern und Einern der beiden Zahlen ab und suche bloß, wie oft die 6 Hunderter in den 59 Hundertern enthalten sind. 6 H. in 59 H. (6 in 59) ist 9 mal. 654 liegt 9 mal in 9 mal 654; 9 mal 654 = 5886, Rest 63. Liegt 654 in 5949 Einern 9 mal, so liegt 654 in 5949 Tausendern 9 tausendmal, und 63 Taus. bleiben im Reste.

63 Taus. + 1 H. = 631 H., 654 in 631 Hunderter ist 0 hundertmal. —

631 H. + 2 Z. = 6312 Zehner. Nun ist zu suchen, wie oft 654 in 6312 Zehnern liegt. Die 6 Hunderter sind zwar in 63 Hundertern 10 mal enthalten; 654 aber ist in 6312 nicht 10 mal. (Warum nicht?) Ich setze darum 9 mal; 9 mal 654 = 5886; Rest 426. Mithin ist 654 in 6312 Zehnern 9 zehnermal, und 426 Zehner bleiben im Rest.

426 Z. + 0 E. = 4260 Einer. 654 in 4260, oder 6 H. in 42 H., kurz: 6 in 42 = 7 mal. Man kann aber leicht einsehen, daß die ganze Zahl 654 in der Zahl 4260 nicht 7 mal enthalten ist. Denn soll 654 in 4260 siebenmal liegen, so müssen nicht nur die 6 Hundert in den 42 Hundert, sondern auch die 54 E. in den 60 Einern 7 mal enthalten sein. Solches ist aber nicht der Fall; also ist auch nicht die ganze Zahl 654 in 4260 siebenmal enthalten. Es geht nur 6 mal. 6 mal 654 = 3924; Rest 336 Einer.

654 in 336 = $\frac{336}{654}$ mal. Also rc.

Aufgaben.

7845 : 203 = $38\frac{131}{203}$. 16284 : 809 = $20\frac{104}{809}$.
8423 : 507 = $16\frac{311}{507}$. 72853 : 904 = $80\frac{533}{904}$.

34) 982837 : 354 = $2776\frac{133}{354}$.
7432683 : 987 = $7530\frac{573}{987}$.
3758295 : 195 = $19273\frac{60}{195}$.

$99775 : 256 = 389\frac{191}{256}$.
$24680 : 625 = 39\frac{305}{625}$.
$98765432 : 389 = 253895\frac{277}{389}$.
$823485 : 476 = 1730\frac{5}{476}$.
$4326843 : 758 = 5708\frac{179}{758}$.
$7189584 : 385 = 18674\frac{94}{385}$.
$13579 : 562 = 24\frac{91}{562}$.
$12345678 : 914 = 13507\frac{280}{914}$.
$4326680 : 812 = 5328\frac{344}{812}$.

3) Der Divisor ist mehr als 3 stellig.

a) Reine Tausender.

Mündlich.

4000 : 1000 = 4; 4000 : 2000 = 4 T. : 2 T. = 4 : 2 = 2.
30000 : 1000 = 30; 20000 : 4000 = 20 T. : 4 T. = 20 : 4 = 5.
45000 : 1000 = 45; 36000 : 6000 = 36 T. : 6 T. = 36 : 6 = 6.
200000 : 1000 = 200; 64000 : 8000 = 64 T. : 8 T. = 64 : 8 = 8.
375000 : 1000 = 375; 45000 : 9000 = 45 T. : 9 T. = 45 : 9 = 5.

Schriftlich.

Wie theilt man eine Zahl durch 10? Wie durch 10 mal 10 oder 100? So oft demnach eine Zahl durch 10 zu theilen ist, so vielmal eine Ziffer muß man ihr zur rechten Hand wegnehmen. Also wird eine Zahl durch 10 mal 10 mal 10, d. i. durch 10 mal 100 oder 1000 dividirt, wenn man zur Rechten 3 mal 1 Ziffer von ihr trennt.

35) 57000 : 1000 = 57(000 = 57.
$47900 : 1000 = 47(900 = 47\frac{900}{1000}$.
$25840 : 1000 = 25(840 = 25\frac{840}{1000}$.
$63875 : 1000 = 63(875 = 63\frac{875}{1000}$.

$73000 : 2000 = 73(000 : 2(000 = 36\frac{1000}{2000}$.
$59400 : 4000 = 59(400 : 4(000 = 14\frac{3400}{4000}$.
$98760 : 6000 = 98(760 : 6(000 = 16\frac{2760}{6000}$.
$475382 : 8000 = 475(382 : 8(000 = 59\frac{3382}{8000}$.

b) Gemischte Tausenderzahlen.

Beispiel 1. 7298560 : 7500 = ?

Ansatz und Berechnung:

75(00 | 72985(60 | $973^{1060}/_{7500}$
675
548
525
235
225
1060

7500 in 7298560 = 75 H. in 72985 H. 60 Einer.

75 H. in 72895 H. oder 75 in 72985 liegt 973 mal, Rest 10, nämlich 10 Hunderter; 10 H. + 60 E. = 1060; 7500 in 1060 = $^{1060}/_{7500}$ mal. Also ꝛc.

Beispiel 2. 368479 : 7590 = ?

Ansatz und Berechnung:

759(0 | 36847(9 | $48^{4159}/_{7590}$.
3036
6487
6072
4159

7590 in 368479 = 759 Z. in 36847 Z. + 9 Einer.

759 Z. in 36847 Z. oder 759 in 36847 liegt 48 mal, Rest 415, nämlich 415 Zehner; 415 Z. + 9 E. = 4159 E.; 7590 E. in 4159 E. = $^{4159}/_{7590}$ mal. Also ꝛc.

345700 : 3500 = $98^{2700}/_{3500}$; 529640 : 7260 = $72^{6920}/_{7260}$.
738154 : 5700 = $129^{2854}/_{5700}$; 853716 : 9640 = $88^{5396}/_{9640}$.

Beispiel 3. 1274851 : 8345 = ?

Ansatz und Berechnung:

8345 | 1274851 | $152^{6411}/_{8345}$
8345
44035
41725
23101
16690
6411

8345 in 1274 Tauf. ist nicht 1 tausendmal.

1274 T. + 8 H. = 12748 Hunderter.

Ich suche zuerst, wie oft 8345 in 12748 liegt. Um dieß zu finden, sehe ich von den drei niederen Stellen (von den Hundertern, Zehnern und Einern) vorerst ab und suche bloß, wie oft die 8 T. in den 12 T. enthalten sind.

8 T. sind in 12 T. so oft enthalten, als 8 in 12, nämlich 1 mal. Der ganze Divisor liegt genau 1 mal in 1 mal 8345; 12748 — 8345 = 4403. Also liegt 8345 in 12748 Hundertern 1 hundertmal, und 4403 H. bleiben im Rest.

4403 H. + 5 Z. = 44035 Zehner.

Ich suche vorerst, wie oft 8345 in 44035 liegt. Um dieß zu finden, suche ich zunächst, wie oft die 8 T. in den 44 T. enthalten sind. 8 T. sind in 44 T. so oft enthalten, als 8 in 44, nämlich 5 mal. Der ganze Divisor aber liegt genau 5 mal in 5 mal 8345, d. i. in 41725; 44035 — 41725 = 2310. Also liegt 8345 in 44035 Zehnern 5 zehnermal, und 2310 Zehner bleiben Rest.

2310 Z. + 1 E. = 23101 Einer.

Um zu finden, wie oft 8345 in 23101 enthalten ist, suche ich, wie oft die 8 T. in den 23 T. enthalten sind. 8 T. sind in 23 T. so oft enthalten, als 8 in 23, d. i. 2 mal. Der ganze Divisor aber liegt genau 2 mal in 2 mal 8345 = 16690; Rest 6411.

8345 in 6411 = $\frac{6411}{8345}$ mal.

Mithin ist 8345 in 1274851 $152\frac{6411}{8345}$ mal enthalten.

36) $29304152 : 3456 = 8479\frac{728}{3456}$.
$74382910 : 1975 = 37662\frac{460}{1975}$.
$10709048 : 2849 = 3758\frac{2506}{2849}$.
$10000000 : 9876 = 1012\frac{5488}{9876}$.
$8634785 : 5634 = 1532\frac{3497}{5634}$.
$7602506 : 6502 = 1169\frac{1668}{6502}$.
$89362914 : 23142 = 3861\frac{11652}{23142}$.
$42961821 : 76285 = 563\frac{13366}{76285}$.
$1593328 : 15998 = 99\frac{9526}{15998}$.
$5804321 : 28314 = 204\frac{28265}{28314}$.
$3394520 : 678954 = 4\frac{678704}{678954}$.
$24963796 : 480073 = 52$.

Das Multipliciren und Dividiren in gegenseitiger Beziehung.

```
  48 Multiplikand.      25 | 1200 | 48      48 | 1200 | 25
  25 Multiplikator.          109                  96
 ---                         ---                  ---
 240                          200                 240
 96                           200                 240
 ----                         ---                 ---
1200 Produkt.
```

48 durch 25 multiplicirt = 1200; 1200 ist also das 25fache

von 48. Zerlege ich das 25fache wieder in 25 gleiche Theile, d. i. theile ich 1200 durch 25, so muß sich wieder 48 ergeben. Oder:

48, 25 mal zu sich selbst genommen, gibt 1200; mithin muß 48 auch wieder 25 mal von 1200 weggenommen werden können: 48 muß in 1200 25 mal enthalten sein.

Die Zahl, die sich durch die Multiplikation ergibt, nennt man Produkt. Die Zahlen aber, die miteinander vervielfacht werden (Multiplikand und Multiplikator) nennt man, weil sich aus ihnen das Produkt erzeugt, Faktoren.

Ist demnach das Produkt und einer der zwei Faktoren dieses Produkts bekannt, so wird der andere Faktor gefunden, indem man das Produkt durch den bekannten Faktor dividirt.

Divisor	Dividend	Quotient		
72	3456	48	a) 48	b) 72
	288		72	48
	576		96	576
	576		336	288
			3456	3456

a) Betrachte ich 48 als $^1/_{72}$ von 3456, so muß 48, 72 mal genommen, wieder 3456 geben.

b) Betrachte ich aber 48 als die Zahl, welche mir sagt, wie oft 72 in 3456 enthalten ist, so muß 72, 48 mal genommen, = 3456 sein.

Multipicirt man also Divisor und Quotient (den Theiler und den Theil) mit einander, so entspringt der Dividend (das Ganze).

Vermischte Aufgaben.

37) 16777216 ist 256 mal so groß als welche Zahl? (65536.)

38) In welcher Zahl ist 7332 50632 mal enthalten? (371233824.)

39) Von dem Produkt 5830500 heißt der eine Faktor 6500. Wie heißt der andere? (897.)

40) Welches ist das Produkt der Faktoren 7900 und 3456? Antwort: 27302400.

41) Von welcher Zahl läßt sich 9782 709 mal abziehen, ohne daß ein Rest bleibt? (6935438.)

42) Was für ein Theil ist 20800 von 113630400? (Der 5463te.)

43) Wie heißt die Zahl, die mit 5027 multiplicirt 19288599 gibt? Antwort: 3837.

44) Wie heißt die Zahl, die durch 3227 getheilt, 2009 beträgt? Antwort: 6483043.

45) Ich dividire 26144559 durch eine Zahl und erhalte 8127. Welche Zahl ist es? (3217.)

46) Sechs Geschwister haben den Nachlaß ihrer Eltern unter sich zu theilen. Derselbe beträgt 4734 fl. Wie viel kommt auf 1 Theil? Antwort: 789 fl.

47) Ein Mann, den man fragte, wie alt er sei, antwortete: 3900 Wochen. Wie viele Jahre sind dieß? (75 Jahre.)

48) 36 Soldaten, welche bei einer Schlacht ihren Fürsten aus großer Gefahr befreiten, erhielten außer einem Denkzeichen noch 1000 Goldstücke von je 9 fl. Wie viele Gulden kamen auf den Mann? (250 fl.)

49) Bayern hat 1393 Q.-M. und 4559452 Einwohner. Wie viele Einwohner kommen auf eine Q.M.? Antw.: $3273\,{}^{163}/_{1393}$ E.

50) Auf einem Dache befinden sich 14880 Ziegelsteine. Wie viele Reihen sind es, wenn jede aus 124 Stücken besteht? Antwort: 120 Reihen.

Vierter Cursus.

Das Rechnen mit ungleich benannten Zahlen.

Betrachte ich die Zahl bloß als eine bestimmte Menge von Eins, so ist sie eine reine oder unbenannte Zahl. Wird sie aber als eine bestimmte Menge gewisser Gegenstände aufgefaßt, wobei mit der Zahl Namen von Dingen verbunden werden, so heißt sie eine benannte Zahl. Solche benannte Zahlen sind: 4 fl., 48 kr., 8 Ctr., 36 Pfd. ꝛc.

Die Dinge sind entweder gleicher oder verschiedener Art. 4 fl. und 48 kr. sind Dinge gleicher Art; sowohl Gulden als Kreuzer sind Münzen. Eben so ist es mit 8 Ctr. und 36 Pfd.; Pfund und Centner sind Gewichte. 4 fl. und 8 Ctr. hingegen, sowie 48 kr. und 36 Pfd. sind Gegenstände verschiedener, ungleicher Art.

Dinge verschiedener Art müssen verschiedene Namen haben, müssen ungleichnamig sein, und zwei oder mehrere Zahlen, mit

derlei Namen verbunden, sind also jedenfalls ungleich benannte Zahlen. Dinge gleicher Art sind gewöhnlich auch gleichnamig. Bei den Münzen, Maßen und Gewichten aber ist solches nicht durchaus der Fall. Dem Bedürfnisse entsprechend, hat man größere und kleinere Münz-, Maß- und Gewichtssorten eingeführt. Dieselben führen verschiedene Namen, sind also ungleichnamig. Da sie jedoch in einem bestimmten Verhältniß zu einander stehen, so ist es möglich, sie in gleichbenannte zu verwandeln. Ungleich benannte Zahlen, welche Dinge einer und derselben Art bezeichnen, können also in gleichbenannte verwandelt werden. 4 fl. 48 kr., in lauter Kreuzer aufgelöst = 288 kr., auf Gulden zurückgeführt = $4^4/_5$ Gulden.

Beides, sowohl das Auflösen der höheren Sorten in die niederen, als das Zurückführen der niederen Sorten auf die höheren, ist von großer Wichtigkeit und ist, bevor zum eigentlichen Rechnen mit ungleichbenannten Zahlen geschritten wird, recht wohl zu üben.

I. Verwandeln höherer Münz-, Maß- und Gewichtssorten in niedere und umgekehrt.

(Resolviren und Reduciren.)

A. Die Münzen.

Die Münzen sind geprägte Metallstücke, welche einen bestimmten Werth haben und als Austauschmittel dienen. Die Seite einer Münze, welche das Bild des Landesfürsten oder das Wappen trägt, heißt die Vorderseite (Avers). Die andere Seite, welche den Namen und die Geltung der Münze zeigt, heißt Kehr- oder Rückseite (Revers).

Ihrem Stoffe nach werden die Münzen in Gold-, Silber- und Kupfermünzen, ihrem Werthe nach in grobe Münzen (Doppelthaler, Thaler, Gulden rc.) und in Scheidemünzen (Groschen, Sechser, Kreuzer rc.) eingetheilt. Die Zahlen, welche das Verhältniß der größeren Sorte zu der kleineren bestimmen, heißen die Währungszahlen. Zwischen Gulden und Kreuzer ist die Währungszahl 60; zwischen Thaler und Silbergroschen ist sie 30. Diese Zahlen muß man kennen, wenn man kleinere Münzsorten in größere und größere in kleinere verwandeln, d. h. durch Rechnung finden will, wie viel eine gegebene Anzahl von einer höheren Sorte in einer niederen Sorte beträgt und umgekehrt.

Ein Gulden (Floren, abgekürzt: fl.) hat 60 Kreuzer; ein Kreuzer (kr. oder Xr.) hat 4 Pfennige (pf.)

Beispiel 1. 8 fl., wie viele Kreuzer?

1 fl. = 60 kr.; so vielmal 1 fl.; so vielmal 60 kr.; 8 fl. = 8 mal 1 fl.; 8 mal 1 fl. = 8 mal 60 kr.; 8 mal 60 kr. = 480 kr.

Schriftlich: 60 kr. oder 8 fl.
8 — 60
480 kr. — 480 kr.

8 mal 60 = 60 mal 8; man multiplicirt also die gegebene Anzahl Gulden und die Währungszahl 60 miteinander.

1) 14 fl. = 840 kr. 26 fl. = 1560 kr. 48 fl. = 2880 kr. 135 fl. = 8100 kr. 479 fl. = 28740 kr.

Beispiel 2. 1375 kr., wie viele Gulden?

60 kr. = 1 fl.; so vielmal 60 kr., so vielmal 1 fl.; 2 mal 60 kr. = 2 mal 1 fl., 3 mal 60 kr. = 3 mal 1 fl. rc.; 1375 kr. betragen daher so vielmal 1 fl., als 60 kr. darin enthalten sind. Ich muß daher mit 60 in 1375 dividiren.

6(0 | 137(5 | 22 fl. 55 kr.
12
17
12
55

60 kr. sind in 1375 kr. 22 mal enthalten; so oftmal können 60 kr. von 1375 kr. weggenommen werden, und 55 kr. bleiben übrig. Folglich sind 1375 kr. = 22 fl. 55 kr.

Anm. Es ist nicht selten, daß Schüler beim Verwandeln einer niederen Sorte in eine höhere mit der höheren Sorte anfangen, und umgekehrt. Das ist nicht zu gestatten. Die Auflösung einer Rechenaufgabe hat stets mit dem Gegebenen zu beginnen. Sind Gulden in Kreuzer aufzulösen, so heißt der erste Satz: 1 fl. = 60 kr.; sind aber Kreuzer in Gulden zu verwandeln, so heißt derselbe: 60 kr. = 1 fl.

2) 2345 kr. = 39 fl. 5 kr. 4567 kr. = 76 fl. 7 kr.
3456 kr. = 57 fl. 36 kr. 93475 kr. = 1557 fl. 55 kr.

3) 14 kr. = 56 pf. 53 kr. = 212 pf.
25 kr. = 100 pf. 37 kr. = 148 pf.

4) 87 pf. = 21 kr. 3 pf. 268 pf. = 67 kr. = 1 fl. 7 kr.
157 pf. = 39 kr. 1 pf. 319 pf. = 79 kr. 3 pf. = 1 fl. 19 kr 3 pf.

Beispiel 3. 17 fl. 54 kr., wie viele Kreuzer?

Ausrechnung. — Probe.

17 fl. 54 kr.
60
1020
+ 54
1074 kr.

kürzer: 17 fl. 54 kr.
60
1074 kr.

60 | 1074 | 17 fl.
60
474
420
54 kr.

5) 46 fl. 42 kr. = 2802 kr.
64 fl. 46 kr. = 3886 kr.
482 fl. 57 kr. = 28977 kr.

6) 36 kr. 2 pf. = 146 pf.
45 kr. 3 pf. = 183 pf.
53 kr. 1 pf. = 213 pf.

Beispiel 4. 28 fl., wie viele Pfennige?

Geweckte Schüler werden diese Aufgabe auf zweierlei Weise lösen.

a) 1 fl. = 60 mal 4 oder 240 pf.; 28 fl. = 28 mal 240 pf.

b) 28 fl. = 28 mal 60 oder 1680 kr.; 1680 kr. = 1680 mal 4 pf.

Die letztere Weise ist die gewöhnliche. Man verwandelt also die höhere Sorte zuerst in die nächste niedere Sorte und dann in die entferntere. Aehnlich verfährt man im entgegengesetzten Falle.

```
 28 fl.          Probe:  4 | 6720 pf. | 1680 kr. | 28 fl.
 60                          23       60
1680 kr.                             120
   4                                  480
6720 pf.                              480
```

7) 97 fl. = 23280 pf.
375 fl. = 90000 pf.
789 fl. = 189360 pf.
3258 fl. = 781920 pf.

8) 124 fl. 36 kr. = 29904 pf.
365 fl. 45 kr. = 87780 pf.
39 fl. 45 kr. 2 pf. = 9542 pf.
96 fl. 57 kr. 3 pf. = 23271 pf.

9) 3579 pf. = 14 fl. 54 kr. 3 pf.
8697 pf. = 36 fl. 14 kr. 1 pf.
87594 pf. = 364 fl. 58 kr. 2 pf.
5793 pf. = 24 fl. 8 kr. 1 pf.
31759 pf. = 132 fl. 19 kr. 3 pf.

B. Die Gewichte.

Gewichte sind Körper von genau bestimmter Schwere. Sie werden gebraucht, um die (absolute) Schwere gewisser Dinge zu finden.

Das bayerische Gewichtssystem:

1 Ctr. =	100 Pfd. =	3200 Loth =	12800 Qt.
	1 „ =	32 „ =	128 „
		1 „ =	4 „

Anm. Nicht überall enthält der Centner 100 Pfd. In Würtemberg beträgt derselbe 104, in Preußen, Braunschweig, Hessenkassel rc. 110 (= 5 Stein à 22 Pfd.), in Hamburg 112, in Bremen 116 Pfd.

Auch hier Beispiele der Berechnung zu geben, finden wir unnöthig. Wir lassen sogleich die Aufgaben folgen.

10) 24 Ctr. = Pfd.? 2400 Pfd. = 76800 Loth = 307200 Qt.?

11) 3458 Pfd. = Ctr.? 79587 Pfd. = Ctr.? 87653 Pfd. = Ctr.?

12) 5 Pfd. = 160 Loth. 78 Loth = 2 Pfd. 14 Loth.
8 Pfd. = 256 Loth. 300 Loth = 9 Pfd. 12 Loth.
37 Pfd. = 1184 Loth. 567 Loth = 17 Pfd. 23 Loth.
234 Pfd. = 7488 Loth. 1234 Loth = 38 Pfd. 18 Loth.

13) 15 Loth = 60 Qt. 48 Lth. = 192 Qt. 84 Loth = 336 Qt.
456 Loth = 1824 Qt. 8 Ctr. 75 Pfd. = 28000 Loth.

14) 6 Ctr. 47 Pfd. = Qt.? (82816.)

15) 24 Ctr. 84 Pfd. 30 Loth = 318072 Quint.

16) 34567 Loth = 10 Ctr. 80 Pfd. 7 Loth.
78943 Loth = 24 Ctr. 66 Pfd. 31 Loth.
457893 Loth = 143 Ctr. 9 Pfd. 5 Loth.

17) 94 Pfd. 18 Loth 2 Qt. = 12106 Qt.
2 Ctr. 64 Pfd. 28 Loth 3 Qt. = 33907 Qt.

18) 7531985 Qt. = 588 Ctr. 43 Pfd. 20 Loth 1 Qt.
10000000 Qt. = 781 Ctr. 25 Pfd. — Loth — Qt.

Der bayerische Herzog Christoph († 1493) warf einen Stein von 43520 Qt. mehrere Fuß in die Höhe. Wie viele Ctr. wog der Stein? (3 Ctr. 40 Pfd.)

C. Die Maße.

Die Maße sind entweder Zahlenmaße, d. i. bestimmte Zahlen, oder körperliche Maße, d. i gewisse Körper, welche angewendet werden, um die Quantität mancher Gegenstände zu bestimmen. Die körperlichen Maße sind zweifacher Art: entweder werden sie an den zu messenden Gegenstand gelegt, oder der zu messende Gegenstand wird in sie gelegt. Im erstern Falle heißen sie Anlegemaße, im zweiten Hohlmaße.

Die Anlegemaße sind nach ihrer Beschaffenheit entweder Längen-, oder Flächen-, oder Körpermaße. Die Hohlmaße sind theils für trockene, theils für flüssige Dinge bestimmt. Zu jenen gehört das Getreidemaß, zu diesen das Wein-, Bier-, Essigmaß ꝛc.

Die Zahlenmaße.

1) Das eigentliche Zahlenmaß.

1 Schock = 4 Mandel = 60 Stück.
1 " = 15 "

19) 18 Schock = 1080 Stck. 34 Schock = 2040 Stück.
64 Schck. 3 M. = 3885 St. 75 Schck. 2 M. 12 St. = 4542 St.
20) 75 Mandel = 18 Sch. 3 M. 328 M. = 82 Schock.
753 Stck. = 12 Sch. 33 St. 1234 St. = 20 Sch. 34 St.

2) Das Papiermaß.

1 Ballen = 10 Ries = 200 Buch = 4800 Bg.
1 " = 20 " = 480 Bg.
1 " = 24 "

21) 1 Ries 9 Buch 8 Bog. = 704 Bogen.
4 Ries 10 Bch. 5 Bg. = 2165 Bogen.
2 Ball, 8 Rs. 4 Bch = 13536 Bogen.
3 Ball. 5 Rs. 12 Bch. 18 Bg. = 17106 Bg.
22) 19336 Bg. = 4 Bll. 5 Bch. 16 Bg.
21419 Bg. = 4 Bll. 4 Rs. 12 Bch. 11 Bg.
107348 Bg. = 22 Bll. 3 Rs. 12 Bch. 20 Bg.

3) Das Zeitmaß.

1 J. = 12 M. = 52 W. = 365 Tg. = 8760 Std.
1 M. = 4 W. = 30 Tg. = 720 Std.
1 W. = 7 Tg. = 168 Std.
1 Tg. = 24 Std.
1 Std. = 60 Min.; 1 Min. = 60 Sekunden.

Genau genommen hat das gewöhnliche Jahr 52 Wochen und 1 Tag, das Schaltjahr 366 Tage oder 52 Wochen und 2 Tage. Auch hat nicht jeder Monat 30 Tage.

23) 52 Wochen = Tage? Stunden? Minuten? (524160 M.)
24) 37851 Stunden = 225 Woch. 2 Tg. 3 St.
25) 1000000 Sek. = 1 Woch. 4 Tg. 13 St. 46 M. 40 Sek.

Die körperlichen Maße.

1) Die Anlegemaße.

Anm. Jetzt lernen die Schüler nur die Längenmaße und diese nur nach ihrer zwölftheiligen Eintheilung kennen. Die Flächen- und Körpermaße, sowie die Decimaleintheilung kommen auf einer spätern Stufe vor.

1 Ruthe = 12 Fuß = 144 Zoll = 1728 Linien.
1 " = 12 " = 144 "
1 " = 12 "

26) 6 Zoll = 72 Lin. 8 Zoll 7 Lin. = 103 Lin.
3 Fuß = 432 Lin. 7 Fuß 9 Zoll 8 Lin. = 1124 Lin.
27) 9 Rth. = 15552 Lin. 4 Rth. 5 Fuß = 7632 Lin.
8 Rth. 5 Fuß 7 Zoll = 14628 Lin.
28) 94 Fuß = 7 Rth. 10 Fß. 365 Zoll = 2 Rth. 6 Fß. 5. Z.
7864 Linien = 4 Rth. 6 Fuß 7 Zoll 4 Lin.
29) 2468 Fuß = 205° 8′. 5375 Zoll = 37° 3′ 11″.
45798 Lin. = 26 Rth. 6 Fuß 6 Lin.

2) Die Hohlmaße.

a. Getreidemaß.

1 Scheffel = 6 Metzen = 24 Viertel = 96 Sechsz. (Maas.)
1 " = 4 " = 16 "
1 " = 4 "

30) 3 Vrtl. = 12 Ms. 2 V. 3 Ms. = 11 Ms.
5 Mtz. 1 V. 2 Ms. = 86 Ms.
31) 18 Schff. = 1728 Ms. 24 Schff. 5 Mtz. = 2384 Ms.
36 Schff. 4 Mtz. 3 Vrtl. = 3532 Ms.
32) 125 Mtz. = 20 Schff. 5 Mtz. 279 Mtz. = 46 Sch. 3 Mtz.
348 Vrtl. = 14 Schff. 3 Mtz.; 7654 Ms. = 79 Sch. 4 Mtz. 6 Ms.

b) Wein- (Bier- ꝛc.) Maß.

1 Fuder = 12 Eimer = 768 Aich-Maas.
1 " = 64 "

33) 7 Eimer = 448 Ms. 8 Eim. 48 Ms. = 560 Ms.
7 Fdr. = 5376 Ms. 3 Fdr. 9 E. 54 M. = 2934 Ms.
34) 475 Ms. = 7 Eim. 27 Ms. 712 Ms. = 11 E. 8 Ms.
1825 Ms. = 2 F. 4 E. 33 Ms. 9876 Ms. = 12 F. 10 E. 20 M.

II. Addiren mit ungleich benannten Zahlen.

Mündlich.

Anm. Man quäle die Kinder beim mündlichen Rechnen nicht mit großen Zahlen. Der bei Weitem größere Theil der Rechenaufgaben, welche das bürgerliche Leben gibt, bewegt sich in dem Zahlenraume von 1 bis 100. Auch liegt das formal Bildende der arithmetischen Aufgaben nicht in der Größe der dabei angewandten Zahlen, sondern in der Art und Weise, wie dieselben mit einander verbunden werden. Das Rechnen mit sehr großen Zahlen hat darum in der Volksschule nach beiden Seiten hin einen sehr beschränkten Werth.

Zugleich wollen wir hier bemerken, daß der Lehrer beim mündlichen Rechnen sich nicht passiv verhalten dürfe, sondern selbst mitrechnen müsse. Wir halten darum auch nicht für nöthig, den für das mündliche Rechnen besonders gesetzten Aufgaben die Facite beizufügen.

1) 18 fl. 36 kr. + 6 fl. =?

Zu 18 fl. 36 kr. sind 6 fl. zu zählen. Die Gulden legt man zu den Gulden, die 6 fl. also zu den 18 fl. 18 fl. 36 kr. + 6 fl. = 24 fl. 36 kr.

25 fl. 51 kr. + 13 fl. =? — 14 kr. + 15 kr. 3 pf. =?
32 Pfd. 25 Loth + 16 Pfd. =? — 72 fl. + 24 fl. 37 kr. =?
41 kr. 3 pf. + 18 kr. =? — 16 Loth + 12 Loth 1 Qt. =?
28 Loth 2 Qt. + 24 Loth =? — 40 Pfd. + 35 Pfd. 24 Loth =?
ꝛc. — ꝛc.

2) 8 fl. 37 kr. + 9 fl. 40 kr. =?

a) 8 fl. 37 kr. + 9 fl. = 17 fl. 37 kr.; 17 fl. 37 kr. + 40 kr. = 17 fl. 77 kr. = 17 fl. + 1 fl. 17 kr. = 18 fl. 17 kr.
b) 8 fl. + 9 fl. = 17 fl.; 37 kr. + 40 kr. = 77 kr. = 1 fl. 17 kr.; 17 fl. + 1 fl. 17 kr. = 18 fl. 17 kr.

13 fl. 30 kr. + 15 fl. 54 kr. =? — 1 Krthlr. + 1 Prßthlr. =?
18 Pfd. 25 Lth. + 20 Pfd. 15 Lth =? — 1 bayer. Th. + 1 Krthlr. =?
52 kr. 3 pf. + 27 kr. 2 pf. =? — 1 Krthlr. + 1 Vereinsth. =?
16 Schff. 5 Mtz. + 18 Sch. 4 Mtz. =? — 2 bayer. Th. + 2 Prßthlr. =?
ꝛc. — ꝛc.

Mündlich (soweit es angeht) und schriftlich.

8 fl. 36 kr. + 7 fl. 54 kr. + 13 fl. 45 kr. + 24 fl. 24 kr. =?

a) Mündlich. (Die Aufgabe steht wie hier an der Tafel geschrieben.)

1) 8 fl. 36 kr. + 7 fl.? (8 fl. 36 kr. + 7 fl. = 15 fl. 36 kr.)
+ 54 kr.? (15 fl. 36 kr. + 54 kr. = 16 fl. 30 kr.)
+ 13 fl.? (16 fl. 30 kr. + 13 fl. = 29 fl. 30 kr.)
+ 45 kr.? (29 fl. 30 kr. + 45 kr. = 30 fl. 15 kr.)
+ 24 fl.? (30 fl. 15 kr. + 24 fl. = 54 fl. 15 kr.)
+ 24 kr.? (54 fl. 15 kr. + 24 kr. = 54 fl. 39 kr.)

2) 8 fl. + 7 fl.? (8 fl. + 7 fl. = 15 fl.)
+ 13 fl.? (15 fl. + 13 fl. = 28 fl.)
+ 24 fl.? (28 fl. + 24 fl. = 52 fl.)
Summe der Gulden! (52.)
36 kr. + 54 kr.? (36 + 54 kr. = 1 fl. 30 kr.)
+ 45 kr.? (1 fl. 30 kr. + 45 kr. = 2 fl. 15 kr.)
+ 24 kr.? (2 fl. 15 kr. + 24 kr. = 2 fl. 39 kr.)
Summe der Kreuzer! (2 fl. 39 kr.)
Summe der Gulden und der Kreuzer! (52 fl. + 2 fl. 39 kr. = 54 fl. 39 kr.)

Anm. Der Lehrer nennt entweder die Zahlen, oder er gibt sie durch Hindeuten an und läßt bloß die Schüler sprechen.

Schriftlich.

Wie geordnet werden die Zahlen am leichtesten addirt? (Unter einander gesetzt.) Wie setzt man z. B. die Zahlen 384 und 736 unter einander? (Die Einer unter die Einer ꝛc.) Allgemein: man setzt die gleichnamigen Stellen unter einander. Wie wird man nun die hier oben stehenden Gulden und Kreuzer unter einander schreiben müssen, um sie bequem zusammen zählen zu können? (Gulden unter Gulden ꝛc.) Thut es!

8 fl.	36 kr.	60 | 159 | 2 fl.	
7 fl.	54 kr.	120	
13 fl.	45 kr.	39 kr.	
24 fl.	24 kr.		
54 fl.	39 kr.		

Wo kann man anfangen zu addiren? (Bei den Gulden, oder auch bei den Kreuzern.) Thut Beiderlei! — Welches Verfahren ist as bessere?

Man addirt zuerst die Kreuzer. Die Summe derselben verwandelt man in Gulden. Die hierbei im Rest bleibenden Kreuzer schreibt man unter die addirten Kreuzer. Die erhaltenen Gulden aber zählt man gleich zu den Gulden.

Aufgaben:

1)	2)	3)
17 fl. 32 kr.	36 kr. 3 pf.	123 fl. 17 kr. 1 pf.
112 fl. 48 kr.	48 kr. 2 pf.	234 fl. 48 kr. 2 pf.
45 fl. 46 kr.	18 kr. 3 pf.	307 fl. 31 kr. 1 pf.
16 fl. 54 kr.	56 kr. 1 pf.	678 fl. 42 kr. 3 pf.
193 fl. — kr.	2 fl. 40 kr. 1 pf.	1344 fl. 19 kr. 3 pf.

4) 9764 fl. 48 kr. 3 pf. + 898 fl. 25 kr. 2 pf. + 37549 fl. 57 kr. 3 pf. + 8907 fl. 38 kr. 3 pf. =?
Antwort: 57120 fl. 50 kr. 3 pf.

5) 24 Loth 3 Qt. + 18 Loth 2 Qt. + 31 Loth 3 Qt. + 9 Loth 2 Qt. =? Antwort: 2 Pfd. 20 Loth 2 Qt.

6) 47 Pfd. 20 Loth + 75 Pfd. 25 Loth + 36 Pfd. 12 Loth + 50 Pfd. 30 Loth =? Antwort: 2 Ctr. 10 Pfd. 23 Loth.

7) 9 Ctr. 60 Pfd. + 12 Ctr. 75 Pfd. + 24 Ctr. 84 Pfd. + 14 Ctr. 58 Pfd = ? Antw.: 61 Ctr. 77 Pfd.

8)

4 Ctr.	38 Pfd.	14 Loth
7 „	98 „	30 „
2 „	74 „	27 „
8 „	15 „	18 „
6 „	67 „	24 „
29 Ctr.	95 Pfd.	17 Loth

9)

36 Pfd.	27 Loth	3 Qt.
63 „	31 „	2 „
45 „	23 „	3 „
54 „	17 „	1 „
82 „	12 „	2 „
283 Pfd.	16 Loth	3 Qt.

10) 2 Mand. 12 Ell. + 3 M. 13 E. + 2 M. 14 E. = ? Antw.: 9 M. 9 Ell.

11)

12 Schck.	2 M.	8 Ell.
25 „	3 „	12 „
18 „	1 „	10 „
9 „	3 „	14 „
66 Schck.	3 M.	14 Ell.

12)

36 Schober	25 Garben
49 „	54 „
74 „	38 „
88 „	42 „
249 Schober	39 Garben.

13) 8 Bch. 20 Bogen + 15 Bch. 18 Bg. + 12 Bch. 22 Bg. + 13 Bch. 16 Bg. = ? Antw.: 2 Rs. 11 Bch. 4 Bg.

14) 6 Rs. 15 Bch. + 8 Rs. 17 Bch. + 4 Rs. 12 Bch. + 9 Rs. 18 Bch. = ? Antw.: 3 Ball. 2 Bch.

15)

3 Bll.	8 Rs.	15 Bch.
14 „	6 „	18 „
25 „	9 „	16 „
36 „	7 „	14 „
81 Bll.	3 Rs.	3 Bch.

16)

8 Bll.	3 Rs.	12 Bch.	22 Bg.
12 „	7 „	19 „	20 „
6 „	8 „	16 „	18 „
20 „	5 „	13 „	23 „
48 Bll.	6 Rs.	3 Bch.	11 Bg.

17) 24 Fß. 8 Zoll. + 18 Fß. 7 Z. + 32 Fß. 9 Z. + 11 Fß. 5 Z. = ? Antw.: 87 Fß. 5 Zoll.

18) 35 Rth. 4 Fß. + 27 Rth. 9 Fß. + 46 Rth. 8 Fß. + 72 Rth. 6 Fß. = ? Antw.: 182 Rth. 3 Fß.

19)

125 Rth.	3 Fß.	9 Zoll.
84 „	— „	6 „
429 „	7 „	8 „
371 „	9 „	6. „
1010 Rth.	9 Fß.	5 Zoll.

20)

36 Fß.	9 Zoll	6 Lin.
48 „	8 „	9 „
89 „	3 „	7 „
96 „	7 „	8 „
271 Fß.	5 Zoll	6 Lin.

21) 38 Schff. 5 Mtz. + 28 Schff. 4 Mtz. + 54 Sch. 3 M. = ? Antw.: 122 Schff.

22) 4 Mtz. 3 Vrtl. 2 Sechszehntel + 5 Mtz. 2 Vrtl. + 3 Mtz. 2 Vrtl. 3 Sechsz. =? Antw.: 2 Schff. 2 Mtz. 1 Sz.

23) A erntet

	18 Schff.	5 Mtz.	3 Vrtl.	2 Sechsz.	Weizen
	27 "	3 "	2 "	3 "	Korn
	14 "	4 "	— "	2 "	Gerste
	38 "	5 "	2 "	1 "	Haber
in Summe:	100 Schff.	1 Mtz.	1 Vrtl.	— Sechsz.	Getreide.

24) 9 Fdr. 8 Eim. + 18 Fdr. 10 Eim. + 38 Fdr. 9 Eim. + 43 Fdr. 6 Eim. =? Antw. 110 Fdr. 9 Eimer.

25) 8 Eim. 32 Ms. + 12 Eim. 48 Ms. + 24 Eim. 54 Ms. + 17 Eim. 28 Ms. =? Antw.: 63 Eimer 34 Ms.

26)

Erstes Faß:	3 Fdr.	10 Eim.	36 Ms.
Zweites Faß:	5 "	8 "	53 "
Drittes Faß:	4 "	9 "	18 "
Viertes Faß:	6 "	11 "	45 "
	31 Fdr.	4 Eim.	32 Ms.

27) Ein Mann war 32 J. 9 M. und 18 Tg. alt, als er heirathete, er lebte 36 J. 8 M. und 25 Tg. in der Ehe, und als Wittwer noch 15 J. 6 M. 16 Tg. Wie alt ist er geworden? Antwort: 85 J. 29 Tg.

28) Das erste Stockwerk eines Hauses beträgt 15 Schuh 8 Zoll, das zweite 12 Sch. 10 Z., das dritte 10 Sch. 9 Zoll, und der Dachstuhl $25\frac{1}{2}$ Sch. Wie hoch ist das Haus? Antwort: 64 Schuh 9 Zoll.

29) Ein Konto über Schneiderarbeit. (9 fl. 33 kr.)

30) Tagebuch über Einnahmen und Ausgaben. (Mehreinnahme: 68 fl. 14 kr.)

Man veranlasse die Schüler, selbst Aufgaben der letzteren Art zu bilden und sie in die gehörige Form zu bringen.

II. Subtrahiren mit ungleich benannten Zahlen.

a) Ohne zu borgen.

Mündlich.

Beispiel 1. 27 fl. 18 kr. — 19 fl. =?

Von 27 fl. 18 kr. sind 19 fl. wegzunehmen. Die Gulden nimmt man von den Gulden, die 19 fl. also von den 27 fl.; 27 fl. 18 kr. weniger 19 fl. = 8 fl. 18 kr.

36 fl. 21 kr. — 24 fl. = ? 15 fl. 30 kr. — 27 kr. = ?
75 Pfd. 27 Loth — 48 Pfd. = ? 23 Pfd. 31 Loth — 14 Lth. = ?
42 Eim. 50 Ms. — 16 Eim. = ? 12 Ctr. 64 Pfd. — 45 Pfd. = ?
81 Thlr. 25 Gr. — 52 Thlr. = ? 27 Thlr. 26 Gr. — 18 Gr. = ?

Mündlich und schriftlich.

Beispiel 2. 75 fl. 48 kr. — 58 fl. 32 kr. = ?

Mündlich: 75 fl. 48 kr. — 58 fl.? (75 fl. 48 kr. — 58 fl. = 17 fl. 48 kr.)
— 32 kr.? (17 fl. 48 kr. — 32 kr. = 17 fl. 16 kr.)
Oder: 75 fl. — 58 fl.? (75 fl. — 58 fl. = 17 fl.)
48 kr. — 32 kr.? (48 kr. — 32 kr. = 16 kr.)
Also: 75 fl. 48 kr. — 58 fl. 32 kr.? (= 17 fl. 16 kr.)

Schriftlich:

75 fl.	48 kr.	Vollzahl
58 fl.	32 kr.	Abzug
17 fl.	16 kr.	Rest (Unterschied).

1) 84 Pfd. 30 Lth. — 48 Pfd. 18 Lth. = ? Antw. 36 Pfd. 12 Lth.
63 Bch. 21 Bg. — 45 Bch. 12 Bg. = ? Antw. 18 Bch. 9 Bg.
2) 125 Schff. 5 Mtz. — 96 Schff. 4 Mtz. = ? Antw. 29 Sch. 1 M.
142 Eim. 49 Ms. — 125 E. 36 Ms. = ? Antw. 17 E. 13 Ms.

b) Borgen.

Mündlich.

Beispiel 1. 1 fl. — 32 kr. = ?

Von 1 fl. soll ich 32 kr. abziehen. Kreuzer kann man nur von Kreuzern nehmen. Ich betrachte daher den Gulden als 60 Kreuzer. Von den 60 Kreuzern nehme ich nun die 32 kr. weg. 60 kr. — 32 kr. = 28 kr. Also ist 1 fl. — 32 kr. = 28 kr.

1 fl. — 30, 18, 45 rc. kr. = ? 1 Thlr. — 12, 23, 18 rc. Gr = ?
1 Pfd. — 13, 27, 20 rc. Loth = ? 1 Eim. — 36, 51, 15 rc. Ms. = ?
1 Ctr. — 48, 64, 72 rc. Pfd. = ? 1 Jahr — 26, 38, 17 rc. Wch. = ?

(Ist bis zur größten Fertigkeit zu üben.)

Beispiel 2. 8 fl. — 25 kr. = ?

8 fl. = 7 fl. + 1 fl. = 7 fl. 60 kr.; 7 fl. 60 kr. — 25 kr. = 7 fl. 35 kr.

12 fl. — 21 kr. = ? 7 kr. — 3 pf. = ? 3 M. — 14 Tg. = ?
25 Pfd. — 30 Lth. = ? 13 Lth. — 2 Qt. = ? 5 Rth. — 7 Fß. = ?
4 Ctr. — 84 Pfd. = ? 9 Thlr. — 17 Gr. = ? 4 Dutz. — 10 St. = ?

Beispiel 3. 7 fl. 24 kr. — 36 kr. = ?

a) 36 kr. sollen weggenommen werden. Nehme ich zuerst 1 kr. weg, so muß ich dann noch 35 kr. wegthun. Ziehe ich zuerst 2 kr. ab, so muß ich dann noch

34 kr. nehmen ꝛc. Da die 36 kr. von 7 fl. 24 kr. abgezogen werden sollen, so nehme ich zuerst 24 kr. und dann noch 12 kr. weg. 7 fl. 24 kr. — 24 kr. = 7 fl.; 7 fl. — 12 kr. = 6 fl. 48 kr. Also ꝛc.

b) Da 36 kr. von 24 kr. doch nicht ganz abgezogen werden können, so nehme ich sie gleich von 1 Gulden weg. 7 fl. 24 kr. — 36 kr. = 6 fl. 24 kr. + 24 kr. = 6 fl. 48 kr.

c) 7 fl. 24 kr. = 6 fl. 84 kr.; 6 fl. 84 kr. — 36 kr. = 6 fl. 48 kr.

18 kr. 1 pf. — 3 pf. =? 2 Ctr. 25 Pfd. — 84 Pfd. =?
12 fl. 32 kr. — 54 kr. =? 5 Thlr. 8 Gr. — 24 Gr. =?
10 Pfd. 16 Lth. — 28 Lth. =? 6 Schff. 3 Mtz. — 5 Mtz. =?

Mündlich und schriftlich.

Beispiel 4. 42 fl. — 18 fl. 48 kr.

Mündlich: Von 42 fl. sind 18 fl. 48 kr. abzuziehen. Zuerst nehme ich die 18 fl. weg, hernach die 48 kr. 42 fl. — 18 fl. = 24 fl.; 24 fl. — 48 kr. = 23 fl. 12 kr. Also ꝛc.

Schriftlich:

42.	fl.	60 —	kr.
18	fl.	48	kr.
23	fl.	12	kr.

Aufgaben.

3) 37 Ctr. — 15 Ctr. 64 Pfd. =? Antw. 21 Ctr. 36 Pfd.
94 Pfd. — 75 Pfd. 24 Lth. =? Antw. 18 Pfd. 8 Loth.

4) 31 Loth — 17 Loth 2 Qt. =? Antw. 13 Lth. 2 Qt.
275 fl. — 125 fl. 32 kr. 3 pf. =? Antw. 149 fl. 27 kr. 1 pf.

5) Wie viel sind 764 Ctr. mehr als 479 Ctr. 72 Pfd. 28 Loth? Antw.: 284 Ctr. 27 Pfd. 4 Lth.

6) Wie viel sind 567 Ctr. 89 Pfd. 14 Loth 2 Qt. weniger als 1000 Ctr.? Antw.: 432 Ctr. 10 Pfd. 17 Loth 2 Qt.

7) Von 68 Schff. Korn werden 49 Schff. 4 Mtz. 3 Vrtl. verbraucht; wie viel ist noch vorhanden? Antw.: 18 Sch. 1 M. 1 V.

8) Von 54 Fdr. Wein sind noch 36 Fdr. 8 E. 42 Mß. vorhanden; wie viel wurde verkauft? Antw.: 17 Fdr. 3 E. 22 Mß.

Beispiel 5. 48 fl. 24 kr. — 25 fl. 45 kr. =?

Mündlich: Zuerst nehme ich von 48 fl. 24 kr. die 25 fl. weg, hernach die 45 kr. 48 fl. 24 kr. — 25 fl. = 23 fl. 24 kr.; 23 fl. 24 kr. — 45 kr. = 22 fl. 39 kr. Also ꝛc.

Schriftlich: 48. fl. $\overset{60}{24}$ kr.
84
25 fl. 45 kr.
22 fl. 39 kr.

9) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen 72 fl. 16 kr. und 36 fl. 48 kr.? Antw.: 35 fl. 28 kr.

10) Von 54 kr. 1 pf. werden 28 kr. 3 pf. ausgegeben; wie viel bleibt Rest? Antw.: 25 kr. 2 pf.

11) Wie v. ist 96 Pfd. 8 Lth. — 34 Pfd. 25 Lth.? 61 Pfd. 15 Lth.

12) Von 120 Ctr. 20 Pfd. sind noch 64 Ctr. 84 Pfd. vorhanden; wie viel ist weggenommen worden? Antw.: 55 Ctr. 36 Pfd.

13) 63 Thlr. 13 Gr. — 44 Thlr. 27 Gr. =? 18 Thlr. 16 Gr.

14) Aus einem Fasse Wein von 25 Eim. 42 Ms. werden 9 Eim. 48 Ms. abgefüllt? Wie viel enthält dasselbe noch? Antwort: 15 Eimer 58 Ms.

Beispiel 6. 4729. fl. $\overset{60}{12}$. kr. $\overset{4}{1}$ pf.
71 5
3947 fl. 48 kr. 3 pf.
781 fl. 23 kr. 2 pf.

15) 8346 fl. 27 kr. 2 pf. — 7059 fl. 51 kr. 3 pf. =?
Antw.: 1286 fl. 35 kr. 3 pf.

16) 7654 Ctr. 38 Pfd. 15 Loth — 3456 Ctr. 83 Pfd. 24 Lth. =?
Antw.: 4197 Ctr. 54 Pfd. 23 Lth.

17) 365 Pfd. 18 Loth — 189 Pfd. 21 Loth 1 Qt. =?
Antw.: 175 Pfd. 28 Loth 3 Qt.

18) 30 Ctr. 46 Pfd. 27 Loth 1 Qt. — 12 Ctr. 64 Pfd. 14 Loth 2 Qt. =? Antw: 17 Ctr. 82 Pfd. 12 Loth 3 Qt.

19) 72 Fdr. 4 Eim. 18 Ms. — 27 Fdr. 8 Eim. 50 Ms. =?
Antw.: 44 Fdr. 7 E. 32 Ms.

20) 150 Schff. 3 Mtz. 2 Vrtl. 2 Ms. — 87 Schff. 5 Mtz. 2 Vrtl. 3 Ms. =? Antw.: 62 Schff. 3 Mtz. 3 V. 3 Ms.

21) 8 fl. 45 kr. + 13 fl. 36 kr. — 16 fl. 54 kr. =? (5 fl. 27 kr.)

22) 17 Pfd. 24 Loth + 24 Pfd. 18 Loth — 25 Pfd. 28 Loth =?
Antw.: 16 Pfd. 14 Loth.

23) 15 Eim. 48 Ms. + 18 Eim. 35 Ms. — 24 Eim. 42 Ms. =?
Antw.: 9 Eim. 41 Ms.

24) Zähle 365 fl. 42 kr. 3 pf. + 764 fl. 38 kr. 2 pf. + 279 fl. 57 kr. 3 pf. + 876 fl. 28 kr. 3 pf. zusammen, und ziehe von der Summe die einzelnen Posten wieder ab!
Summe: 2286 fl. 47 kr. 3 pf.

25) Von 64 fl. 18 kr. ziehe 24 fl. 32 kr. + 17 fl. 54 kr. ab!
Rest: 21 fl. 52 kr.

26) Von 18 Ctr. werden 3 Ctr. 75 Pfd. + 5 Ctr. 57 Pfd. + 4 Ctr. 45 Pfd. verkauft. Wie viel bleibt Rest?
Antw.: 4 Ctr. 23 Pfd.

27) Jemand kauft 13 Eimer 46 Ms. + 18 Eim. 57 Ms. Wein, und gibt davon 9 Eim. 24 Ms. + 8 Eim. 32 Ms. wieder ab. Wie viel bleibt ihm übrig? Antw.: 14 E. 47 Ms.

28) Ein Neubau war auf 3475 fl. 48 kr. 2 pf. veranschlagt. Die Baukosten betrugen aber 4162 fl. 30 kr. 3 pf. Um wie viel wurde der Voranschlag überschritten? Um 686 fl. 42 kr. 1 pf.

29) Von 3000 fl. sind nur noch 1258 fl. 24 kr. 2 pf. vorhanden. Wie viel ist weggenommen worden? Antw.: 1741 fl. 35 kr. 2 pf.

30) Ein Faß mit Tabak wog 137 Pfd. 24 Loth. Nachdem die Waare herausgenommen war, wog es 12 Pfd. 30 Loth. Wie schwer war der Tabak? Antwort: 124 Pfd. 26 Loth.

31) Ein Landmann erntet 75 Schff. 2 Mtz. Weizen. Für die Aussaat gehen 3 Schff. 3 Mtz. 1 Vrtl. auf, und für seine Haushaltung braucht er 6 Schff. 2. Mtz. 2 Vrtl. Wie viel kann er verkaufen? Antw.: 65 Schff. 2 Mtz. 1 Vrtl.

32) Es kaufte Jemand 4 Rs. 5 Bch. Papier. Nach einiger Zeit hatte er noch 2 Rs. 8 Bch. 15 Bg. Wie viel war verschrieben?
Antw.: 1 Rs. 16 Bch. 9 Bg.

33) Von 137 Schobern 32 Garben Getreid, die ein Bauer erntete, waren bis zu einer gewissen Zeit 65 Sch. 48 Garben ausgedroschen. Wie viel war noch zu dreschen?
Antw.: 71 Schober 44 Garben.

34) Ein bayerisches Landeskind muß seinem Könige 6 Jahr als Soldat dienen. Wie viel beträgt seine Dienstzeit noch, wenn 2 J. 3 M. 25 Tg. davon abgelaufen sind? (3 J. 8 M. 5 Tg.)

35) Von einem Acker, der 54 Rth. 4 Fß. 8 Zll. breit ist, werden 18 Rth. 8 Fß. 6 Zoll in der Breite weggemessen. Wie viel beträgt der übrige Theil? Antw.: 35 Rth. 8 Fß. 2 Zoll.

36) Ein Mann, der jährlich mehr ausgab, als sein Gut ertrug, gerieth so in Schulden, daß ihm sein Anwesen durch die Gerichtsbehörde verkauft werden mußte. Der Erlös davon betrug 18435 fl. 21 kr. 2 pf. Die Gerichtskosten und die andern bevorzugten Schuldposten, welche vor Allem zu tilgen waren, betrugen 1387 fl. 48 kr. 3 pf. Wie viel verloren die übrigen Gläubiger, welche zusammen 21308 fl. 14 kr. einzunehmen hatten?

Antw.: 4260 fl. 41 kr. 1 pf.

Die Zeitrechnung.

(Als Anhang zur Addition und Subtraktion.)

I. Die Zeit und die Eintheilung derselben.

Die Zeit fließt gleichmäßig dahin. Sie hat (wie die mathematische oder bloß gedachte) Linie nur die einzige Ausdehnung in die Länge, d. h. ihre Theile sind nicht zugleich vorhanden, sondern sie folgen nach- oder aufeinander. Die Eintheilung der Zeit in gewisse Zeitabschnitte hat hauptsächlich in der Bewegung der Erde ihren Grund.

1) Die scheinbare Umdrehung der Sonne um die Erde, oder eigentlich die Bewegung der Erde um ihre eigene Achse, wodurch Tag und Nacht entsteht, bildet einen Zeitabschnitt, den man den „Sonnentag“ oder auch bloß „Tag“ nennt. Den Anfangspunkt desselben hat man in die Mitte der Nacht gesetzt. Der Tag beginnt Nachts 12 Uhr und dauert über Mittag bis wieder Nachts 12 Uhr.

Den Tag theilen wir in 24 Stunden von gleicher Länge, jede Stunde wieder in 60 Minuten und jede Minute in 60 Sekunden.

Sieben Tage zusammen bilden eine Woche.

2) Die Zeit, innerhalb welcher sich die Erde um die Sonne bewegt, nennt man ein Jahr. Bei diesem Laufe dreht sich die Erde $365\frac{242255}{1000000}$ mal um sich selbst. Das Jahr hat also $365\frac{242255}{1000000}$ Tage oder 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten und nahe 51 Sekunden. Weil wir aber im gemeinen Leben nur nach ganzen Tagen rechnen können, so nimmt man für das gewöhnliche oder gemeine Jahr nur 365 Tage an. Die übrigen 5 Stunden 48 Minuten 51 Sekunden werden immer nach 4 Jahren, bis wohin sie 1 Tag — 44 Minuten 36 Sekunden zusammen machen, in den Monat Februar als der 24ste eingeschaltet. Dadurch erhält derselbe 29 und das betreffende Jahr, Schaltjahr genannt, 366 Tage. Die Schaltjahre sind daran kennbar, daß die Einer und

Zehner der Jahreszahl durch 4 theilbar sind. 1852, 1856, 1860 ꝛc. sind also Schaltjahre; die dazwischen liegenden Jahre sind gemeine.

Auf die einzelnen Tage des Jahres hat man die Namen von Personen übertragen, daher die Namenstage. Die Jahre selbst bezeichnet man durch Ordnungsnamen. In der Christenheit nennt man das Jahr, das mit dem Tage der Geburt Jesu Christi eintrat, das erste Jahr oder das Jahr 1, das darauffolgende Jahr das zweite oder das Jahr 2 ꝛc. Das Jahr 1854 ist daher das 1854ste nach Chr. Geb.; folglich sind bis zu diesem Jahre bereits 1853 volle Jahre abgelaufen. Um also aus einer Jahreszahl die Anzahl aller bis dahin (seit Chr. Geb.) bereits verflossenen Jahre zu erhalten, muß man dieselbe um 1 vermindern.

3) Unsere Eintheilung der Zeit nach Monaten ist von der Umlaufszeit des Mondes um die Erde entlehnt. Diese Umlaufszeit, während welcher der Mond seinen ganzen Lichtwechsel von Neumond zu Neumond durchmacht, beträgt 29 T. 12 St. 44 Minuten. 12 solche Zeitperioden bildeten in der alten Römerzeit ein Jahr. Das Mondenjahr ($= 354\frac{1}{3}$ Tag) war aber gegen das Sonnenjahr ($= 365\frac{1}{4}$ Tag) beinahe um 11 Tage zu kurz. Julius Cäsar schaffte daher im römischen Reiche die Eintheilung nach dem Mondlaufe ab und ließ den Lauf der Sonne zur Feststellung der Jahreslänge allein anwenden. Die Abschnitte der Monate und deren Namen (bis auf Quintilis und Sextilis, an deren Stelle Julius und Augustus kamen) behielt man bei. Sie verloren aber die Gleichheit ihrer Länge. Die 365 Tage wurden in folgender, bis jetzt unveränderter Weise auf die 12 Monate vertheilt:

Januar, der 1. M. = 31 T.	Juli, der 7. M. = 31 T.
Februar, der 2. M. = 28 T. in Schaltjahren 29 T.	August, der 8. M. = 31 T.
März, der 3. M. = 31 T.	Septbr., der 9. M. = 30 T.
April, der 4. M. = 30 T.	Oktober, der 10. M. = 31 T.
Mai, der 5. M. = 31 T.	Novbr., der 11. M. = 30 T.
Juni, der 6. M. = 30 T.	Dezbr. der 12. M. = 31 T.

Dieß ist dem Gedächtnisse recht tüchtig einzuprägen. Dann gebe man Fragen folgender Art so lange, bis die Antwort rasch erfolgt.

1) Welcher Monat folgt auf den Februar? auf den Oktober? ꝛc.
2) Welcher Monat steht vor dem März? vor dem August? ꝛc.
3) Zwischen welchen 2 Monaten ist der April? der November? ꝛc.
4) Wie heißt der erste, 3te, 5te, 6te ꝛc. Monat des Jahrs?
5) Der wie vielste Monat im Jahre ist der Mai? August? ꝛc.

6) Wie viele Monate sind vor dem April? vor dem Juni? rc.
7) Wie viele Tage hat der Januar? der März? rc.
8) Welche Monate haben 30 Tage? welche haben 31?
9) Nennet Jahre, da der Februar nur 28 Tage hat? — Jahre, da derselbe 29 Tage zählt?
10) Wie viele Monate und Tage des Jahrs sind am 23. April verflossen?

Der 23. April ist der 23. Tag des 4. Monats; also sind bis dahin 3 Monate und 22 Tage abgelaufen.

11) Wie viele Jahre, Monate und Tage sind am 25. August 1853 seit Chr. Geb. verflossen?

Der 25. August 1853 ist der 25. Tag des 8. Monats vom Jahre 1853; also sind bis zu diesem Tage abgelaufen (1853 — 1 =) 1852 Jahre, (8 — 1 =) 7 Monate und (25 — 1 =) 24 Tage.

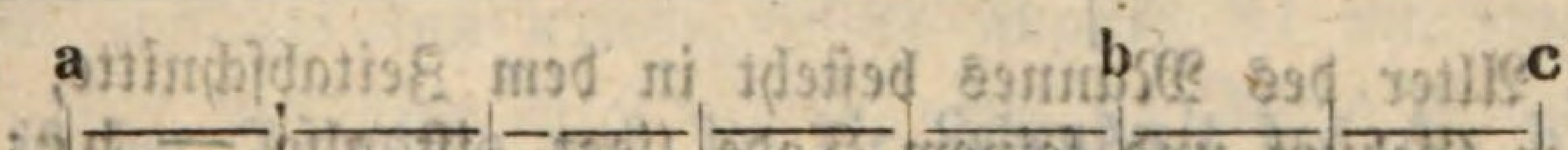
12) In welchem Jahre, Monate und Tage stand man, als seit Chr. Geb. 1845 Jahre 10 Monate und 18 Tage verflossen waren?

Man stand im Jahre 1846, im 11. Monat dieses Jahrs und im 19. Tage dieses Monats, d. i. im 19. November 1846.

II. Die eigentliche Zeitberechnung.

1) Berechnung der Zeitdauer.

Die Zeit ist unendlich. Jeder Zeitabschnitt aber hat einen Anfang und ein Ende und läßt sich wie hier durch eine Linie darstellen.



a ist der Anfangspunkt, c der Endpunkt, ac die Zeitgröße oder Zeitdauer selbst. Diese ist bei b in zwei ungleiche Theile (ab und bc) getheilt. In Folge dessen haben wir jetzt 3 verschiedene Zeiträume vor uns: ab, bc und ac. Sind zwei dieser Größen gegeben, so läßt die dritte sich durch Rechnung finden.

Ist das Ganze ac (= 7) und der Theil ab (= 5) gegeben, so finde ich den Theil bc, indem ich den bekannten Theil vom Ganzen wegnehme. 7 — 5 = 2; bc = 2.

Ist das Ganze ac und der Theil bc gegeben, so finde ich den Theil ab, indem ich vom Ganzen den Theil bc abziehe. 7 — 2 = 5; ab = 5.

Sind endlich die beiden Theile ab und bc bekannt, so finde ich das Ganze, indem ich die beiden Theile zusammenzähle. 5 + 2 = 7; ac = 7.

Aufgaben.

1) Die Linie **ac** bezeichne den Zeitraum von 1853 Jahren; die Linie **ab** den Zeitabschnitt von 1200 Jahren. Wie groß wird der Zeitabschnitt sein, den die Linie **bc** bezeichnet?
(1853 — 1200 = 653 Jahre.)

2) **ac** = 1853 J.; **bc** = 653 J.; wie groß ist **ab**? (1200 J.)

3) **ab** = 1200 J.; **bc** = 653 J.; wie groß ist **ac**? (1853 J.)

4) Als **A** geboren wurde, waren 1787 J. seit Chr. Geb. verflossen, und als er starb 1849 J.; wie alt ist er geworden?
(ac = 1849 J.; ab = 1787 J.; bc = 1849 — 1787 = 62 J.)

5) Der Zeitraum von Chr. Geb. bis zum Tode des **B** = 1834 J. 5 M.; das Alter des **B** = 85 J. 6 M.; welcher Zeitraum liegt zwischen Chr. Geb. und der Geburt des **B**?
(ac = 1834 J. 5 M.; bc = 85 J. 6 M.; ab = ac — bc = 1748 J. 11 M.)

6) **C** wurde 1764 J. 8 M. und 11 Tage nach Chr. Geb. geboren und starb in einem Aller von 75 J. 9 M. und 15 Tage. Wie groß ist der Zeitraum zwischen seinem Tode und Chr. Geb.?
(ab = 1764 J. 8 M. 11 Tage; bc = 75 J. 9 M. 15 Tg.; ac = ab + bc = 1840 J. 5 M. 26 Tg.)

7) Ein Mann ist am 18. August 1809 geboren und am 4. März 1840 gestorben. Wie alt ist er geworden?

1. Jan. — 18. Aug. — 4. März.
1. — 1809. — ? — 1840.

Das Alter des Mannes besteht in dem Zeitabschnitte, der zwischen seiner Geburt und seinem Tode liegt, ist also = **bc**; **bc** = **ac** — **ab**. Der 18. August des Jahres 1809 ist aber nicht der Zeitraum **ab** selbst, sondern nur dessen Endpunkt. Er beträgt aber 1808 J. 7 M. 17 Tg. — Ebenso ist der 4. März des Jahres 1840 nur der Endpunkt von **ac**. Der Zeitraum **ac** selbst = 1839 J. 2 M. 3 Tg. Nun ziehe ich ab von **ac** **ab**.

		12	29
ac =	1839 J.	2. M.	3 Tage.
		13	32
ab =	1808 "	7 "	17 "
bc =	30 J.	6 M.	15 Tg.

17 Tage von 3 Tagen abzuziehen, geht nicht. Ich entlehne mir 1 Monat und zwar den Monat, welcher dem März zunächst vorangeht, d. i. den Februar. Der Februar des Jahres 1840 = 29 Tg.; 29 + 3 = 32 Tg.; 32 — 17 = 15 Tg. 7 Monat von

1 Monat wegzunehmen, geht nicht. Ich borge mir daher 1 Jahr; 1 J. = 12 M.; 12 + 1 M. = 13 M.; 13 M. — 7 M. = 6 Monat. 1838 — 1808 = 30. Also beträgt das Alter des Verstorbenen 30 J. 6 M. und 15 Tage.

Mündlich werden dergl. Aufgaben am besten durch Zuzählen gelöst. Vom 18. August 1809 bis 18. August 1839 sind 30 Jahre; vom 18. August 1839 bis 18. Februar 1840 sind 6 Monate; und vom 18. Februar bis 4. März sind 11 + 4 = 15 Tg. Also ꝛc.

8) Am 18. Okt. 1180 wurde Pfalzgraf Otto von Wittelsbach für seine Tapferkeit und Treue mit dem Herzogthum Bayern belehnt. Wie lange ist es nun, daß das Haus Wittelsbach über Bayern regiert?

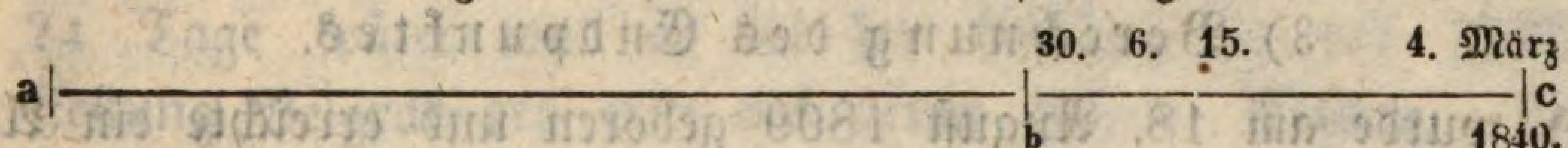
9) Am 20. Okt. 1313 wurde Ludwig der Bayer deutscher Kaiser; am 11. Oktober 1347 starb derselbe. Wie lange trug er die Kaiserkrone? Antw. 33 J. 11 M. 21 Tg.

10) Am 25. Februar 1623 wurde Bayern ein Churfürstenthum und am 1. Januar 1806 ein Königreich. Welcher Zeitraum liegt zwischen beiden Ereignissen? Antw. 182 J. 10 M. 7 Tg.

Nun lasse man auch noch das Alter der Schüler berechnen.

2) Berechnung des Anfangspunktes.

11) A. starb am 4. März 1840 in einem Alter von 30 Jahren 6 M. und 15 Tagen. Wann war derselbe geboren?



c ist der Todestag und bc die Lebenszeit des A; b ist daher der Zeitpunkt seiner Geburt. Von demselben ist zu suchen, in welchem Jahre, Monate und Monatstag er liegt. Dieß ergiebt sich, wenn man weiß, wie viele volle Jahre, Monate und Tage von a bis b verflossen sind. Das aber wird gefunden, wenn man A's Alter von der Zeit, die zwischen seinem Tode und Chr. Geb. enthalten ist, abzieht. Bis zum 4. März 1840 beträgt die abgelaufene Zeit 1839 J. 2 M. und 3 Tage. Ich rechne daher:

			12		29	
ac =	1839.	J.	2.	M.	3	Tage.
			13		32	
bc =	30	„	6	„	15	„
ab =	1808	J.	7	M.	17	Tg.

Bis zum Zeitpunkte der Geburt des A waren demnach verflossen 1808 J. 7 M. 17 Tage. Also fällt dessen Geburtszeit in

das Jahr 1809 und zwar auf den 18. Tag des 8. Monats dieses Jahrs, d. i. auf den 18. August 1809.

12) Maximilian Joseph I., der biedere und von seinem Volke hochverehrte König von Bayern, starb nach einer ruhmreichen Regierung von 26 J. 7 M. und 26 Tagen (am 13. Okt. 1825). Wann war derselbe auf den Thron gelangt?

Antw. 17. Februar 1799.

Anm. Im Aufgabenbüchlein ist die — hier eingeklammerte Sterbezeit nicht angegeben. Der Schüler soll dadurch veranlaßt werden, sich wiederholt in's Klare zu setzen, welche Stücke bekannt sein müssen, um dergleichen Aufgaben berechnen zu können. Ist dieß geschehen, dann theile man das Fehlende den Schülern mit, oder weise auf die folgende Aufgabe hin, wo sich dasselbe Datum wiederfindet.

13) König Ludwig I., gerecht und beharrlich, bestieg den bayerischen Thron am 13. Okt. 1825 in einem Alter von 39 J. 1 M. 18 Tagen, und der jetzt regierende König Max übernahm die Regierung am 21. März 1848 im Alter von 36 J. 3 M. 22 Tage. Wann sind beide Könige geboren?

Antw. König Ludwig am 25. Aug. 1786; K. Max am 28. Nov. 1811.

14) Am 29. Mai 1453 wurde Konstantinopel durch die Türken und 353 Jahre 10 M. 14 Tg. früher Jerusalem durch die Kreuzfahrer erobert. Wann ist Letzteres geschehen?

Antw.: Am 15. Juli 1099.

3) Berechnung des Endpunktes.

15) A wurde am 18. August 1809 geboren und erreichte ein Alter von 30 J. 6 M. 15 Tg. Wann starb derselbe?

a |————————————————| 18. Aug. 1809. | 30. 6. 15 |c

Dieß ergibt sich, wenn man weiß, wie viele Jahre, Monate und Tage von a bis c abgelaufen sind. Das aber wird gefunden, wenn man die Zeit, die bis zur Geburt des A. verflossen war (ab), und seine Lebenszeit (bc) zusammen zählt. Bis zum 18. August 1809 beträgt die abgelaufene Zeit 1808 J. 7 M. und 17 Tage. Ich rechne daher:

ab =	1808 J.	7 M.	17 Tage.	
bc =	30 „	6 M.	15 „	+
ae =	1839 J.	2 M.	3 Tage.	

15 + 17 Tage = 32 Tage. Um wissen zu können, wie viele Tage auf den Monat zu rechnen sind, muß ich erst die Mo-

nate addiren. 6 + 7 = 13 M. = 1 J. + 1 Monat (Januar). Der von den Tagen herüber zu zählende Monat ist demnach der Februar.

Dieser Monat hat aber entweder 28 oder 29 Tage, je nachdem er zu einem gemeinen, oder Schaltjahre gehört. Also muß ich auch erst die Jahre zusammen zählen. 1 + 30 + 1808 = 1839. Der Februar gehört demnach zum Jahre 1840, hat also 29 Tage. Nun erst kann ich die Tage in's Reine bringen. 32 Tage = 29 + 3 Tage = 1 Monat + 3 Tage.

Als A starb, waren also 1839 J. 2 M. und 3 Tage abgelaufen; der Zeitpunkt seines Todes fällt darum auf den 4. März 1840.

16) Der französische Kaiser Napoleon ward am 15. August 1769 zu Ajaccio auf Korsika geboren und hatte ein Alter von 51 J. 8 Mon. und 20 Tagen erreicht, als er auf der Insel Sanct Helena verschied. Wann starb derselbe?

Antw.: Am 5. Mai 1821.

17) Die beiden großen Schlachten, welche über Napoleons Geschick entschieden, fielen bei Leipzig und bei Waterloo vor. Erstere war am 18. Oktober 1813, letztere 1 Jahr 8 Monat später. Wann war diese? Antw.: Am 18. Juni 1815.

18) Am 12. Septbr. 1683 half der bayer. Churfürst Maximilian Emanuel die Türken vor Wien schlagen, und 4 J. 11 M. 24 Tage später war er bei der Erstürmung der türkischen Festung Belgrad der erste auf deren hohen Wällen. Wann fand das Statt? Antw.: Am 5. Sept. 1688.

19) Gellert, der berühmte Fabel- und Liederdichter, ward am 4. Juni 1715 geboren und starb am 13. Dezbr. 1769. Wie alt ist er geworden? Antw.: 54 J. 6 M. 9 Tage.

20) A starb am 14. Dezbr. 1845; sein Alter betrug 78 Jahre 6 Monate und 24 Tage. Wann war er geboren?

Antw.: 20. Am Mai 1767.

21) Wilhelm ist am 28. August 1830 geboren. Als er 12 J. 8 M. 19 Tage alt war, starb seine Mutter und 3 J. 4 M. 14 Tage darauf sein Vater. Wann fanden beide Todesfälle Statt? Antw.: Seine Mutter † am 17 Mai 1843; sein Vater am 1. Okt. 1846.

22) Die bayerische Verfassung, ein freies Geschenk König Max Jo-

sephs, wurde am 26. Mai 1818 gegeben. Wie lange besteht dieselbe bis jetzt?

23) Friedrich II., auch der Große genannt, bestieg den preußischen Thron am 31. Mai 1740, schlug am 5. Novbr. 1757 die Franzosen ꝛc. bei Roßbach, am 25. Aug. 1758 die Russen bei Zorndorf, am 15. Aug. 1760 die Oesterreicher bei Liegnitz und starb am 17. August 1786. Wie lange hat er regiert und diese seine Siege überlebt?

Antw.: Er regierte 46 J. 2 M. 17 Tage, überlebte den Sieg bei Roßbach um 28 J. 9 M. 12 Tage, den bei Zorndorf um 27 J. 11 M. 23 Tage und den bei Liegnitz um 26 J. 2 Tage.

Multipliciren mit ungleichbenannten Zahlen.

Es ist eine Forderung, welche das Leben an die Schule stellt, daß der Schüler in den Stand gesetzt werde, jede nicht zu große Anzahl der verschiedenen Sorten Münzen, Maße und Gewichte durch ganze Zahlen nicht nur schriftlich, sondern auch mündlich leicht und fertig zu multipliciren. Letzteres ist jedoch nur mittelst einiger Abkürzungen oder Vortheile zu erzielen. Den größten Vortheil, welcher zugleich Grundlage aller andern ist, bietet das Reduciren der gegebenen niederen Sorte in Theile der nächst höheren. In Folge dessen werden zwar, noch bevor die Lehre von den Brüchen an die Reihe gekommen, Brüche multiplicirt. Dergleichen Vorausnahmen mögen indeß in der Volksschule, die es nicht mit wissenschaftlicher, sondern mit praktischer Bildung für das Leben zu thun hat, wohl gestattet sein. Außerdem, daß sie einem besonderen Zwecke dienen, haben sie auch noch das Gute, daß sie auf die folgenden Lehren hinweisen und sie anbahnen, zur lebendigen Thätigkeit anregen und zum Denken spornen.

I. Reduciren.

1) Halbe.

1) 60 kr. = 1 ganzer Gulden; 30 kr. = $^1/_2$ fl.
64 Ms. = 1 „ Eimer; 32 Ms. = $^1/_2$ Eim.
100 Pfd. = 1 „ Ctr.; 50 Pfd. = $^1/_2$ Ctr.
32 Loth = 1 ganzes Pfd.; 16 Loth = $^1/_2$ Pfd.
24 Bog. = 1 „ Buch; 12 Bog. = $^1/_2$ Buch ꝛc.

2) 1 ganzer Gulden = $^2/_2$ Gulden.
2, 3, 4, 5, 6 ꝛc. ganze Gulden, wie viele halbe?
$^2/_2$ Gulden = 1 ganzen Gulden. *
4, 6, 8, 10 — 20; 3, 5, 7 ꝛc. halbe fl., wie viel ganze?
40, 60, 80 — 200; 25, 36, 50 ꝛc. halbe Pfd. „ „ „ ?

* $^2/_2$ fl. sind ein ganzer, oder sind gleich einem ganzen, oder machen, betragen einen ganzen Gulden.

5 mal 30 kr. = ?

a) 5 mal 30 kr. = 150 kr.; 150 kr. = 120 + 30 kr. = 2 fl. 30 kr. Also ꝛc.

b) 5 mal 30 kr. = 30 kr. = 1 halber Gulden,
30 kr. = 1 „ „
30 kr. = 1 „ „
30 kr. = 1 „ „
30 kr. = 1 „ „
5 mal 30 kr. = 5 mal 1 halber Gulden.

5 mal $^1/_2$ fl. = $^5/_2$ fl. = $^4/_2$ + $^1/_2$ fl. = 2 fl. 30 kr.

Dieselben Aufgaben, welche der Schüler mündlich rechnet, lasse man bis auf Weiteres als Selbstbeschäftigung zum Theil auch schriftlich ausführen und zwar ganz in der Weise, wie es mündlich geschieht.

12 mal 30 kr.; 10 mal 32 Ms.; 16 mal 50 Pfd.; 23 mal 16 Lth.
25 mal 30 kr.; 18 mal 32 Ms.; 54 mal 50 Pfd.; 48 mal 16 Lth.
36 mal 30 kr.; 31 mal 32 Ms.; 75 mal 50 Pfd.; 84 mal 16 Lth.
ꝛc. ꝛc. ꝛc. ꝛc.

Dergleichen Aufgaben gebe man so lange, bis die Antwort rasch erfolgt.

Dann: 1 Pfd. zu 30 kr.; was kosten 10 Pfd.? 17 Pfd.? 25 Pfd.? ꝛc.
1 Rthlr. = 1 fl. 30 kr.; wie viele fl. betragen 6 Rthlr.? 14? ꝛc.
(6 mal 1 Rchsthlr. = 6 mal 1 fl. + 6 mal $^1/_2$ fl. = 6 + 3 = 9 fl.)

2) Drittel.

1) 60 kr. = 1 g. fl.; 20 kr. = $^1/_3$ fl.; 40 kr. = $^2/_3$ fl.
60 Stück = 1 Schock; 20 St. = $^1/_3$ Sch.; 40 St. = $^2/_3$ Sch.
24 Bog. = 1 Buch; 8 Bg. = $^1/_3$ Bch.; 16 Bg. = $^2/_3$ Bch.

2) 1 ganzer Gulden = $^3/_3$ Gulden.
2, 3, 4, 5, 6 ꝛc. ganze Gulden, wie viel Drittel-Guld.?
$^3/_3$ Gulden = 1 ganzer Gulden.
6, 9, 12 — 30; 4, 8, 13, 17 ꝛc. Drittel-fl., w. v. ganze?
60, 90, 120 — 300; 50, 72, 100 ꝛc. Drittel-Bch, w. v. „ ?

8 mal 20 kr. = fl.?

a) 8 mal 20 kr = 160 kr.; 160 kr. = 120 + 40 kr. = 2 fl. 40 kr.

b) 8 mal 20 kr. = 8 mal $^1/_3$ fl.; 8 mal $^1/_3$ fl. = $^8/_3$ fl; $^8/_3$ fl. = $\frac{6+2}{3}$ fl. = 2 fl. 40 kr.

12 mal 20 kr.; 15 mal 20 Stck.; 27 mal 8 Bg.; 60 mal 4 Zoll;
16 mal 20 kr.; 24 mal 20 Stck.; 32 mal 8 Bg.; 90 mal 4 Zoll;
ꝛc. ꝛc. ꝛc. ꝛc.

12 mal 40 kr. = fl.?

a) 12 mal 40 = 12 mal 4 Zehner; 12 mal 4 Z. = 48 Z. = 480; also sind 12 mal 40 kr. = 480 kr.; 480 kr. = 8 fl.

b) 12 mal 40 kr. = 12 mal $^2/_3$ fl.; 12 mal 2 Drittel-fl. = 24 Drittel-fl.; $^{24}/_3$ fl. = 8 fl.

14 mal 40 kr.;	40 mal 16 Bg.;	32 mal 8 Zoll;
18 mal 40 kr.;	70 mal 16 Bg.;	48 mal 8 Zoll.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

Ein Mann verdient jeden Tag 20 kr., wie viel in 16 Tagen? ꝛc.
Die Elle kostet 40 kr.; wie theuer sind 18 Ellen? ꝛc.
Ein Fünffr.-Thlr. = 2 fl. 20 kr.; wie viel Gulden machen 6, 10 ꝛc. dergleichen Thlr.?

3) Viertel.

1) 60 kr. = 1 g. fl.; 15 kr. = $^1/_4$ fl; 45 kr. = $^3/_4$ fl.
64 Ms. = 1 g. Eim.; 16 Ms. = $^1/_4$ Eim.; 48 Ms. = $^3/_4$ Eim.
32 Lth. = 1 g. Pfd.; 8 Loth = $^1/_4$ Pfd.; 24 Lth. = $^3/_4$ Pfd.
100 Pfd. = 1 g. Ctr.; 25 Pfd. = $^1/_4$ Ctr.; 75 Pfd. = $^3/_4$ Ctr.
ꝛc.

2) 1 ganzer Gulden = $^4/_4$ Gulden.
2, 3, 4, 5, 6 ꝛc. ganze Gulden, wie v. 4tel-fl.?
$^4/_4$ Gulden = 1 ganzen Gulden.
8, 12, 16 — 40; 6, 11, 13 ꝛc. 4telfl., wie viele ganze?
40, 80, 120 ꝛc.; 50, 64 ꝛc. 4tel-Ctr., wie v. ganze?

24 mal 15 kr. = fl.?

a) 24 mal 15 kr. = 20 mal 15 kr. + 4 mal 15 kr.; 20 (oder 10 mal 2 mal) 15 kr. = 300 kr.; 4 mal 15 kr. = 60 kr.; zusammen 360 kr.; 360 kr. = 6 fl. Also ꝛc.

b) 24 mal 15 kr. = 24 mal $^1/_4$ fl.; 24 mal $^1/_4$ fl. = $^{24}/_4$ fl.; $^{24}/_4$ fl. = $\frac{6 \text{ mal } 4}{4}$ fl. = 6 mal 1 fl. = 6 fl.

36 mal 15 kr.;	28 mal 25 Pfd.;	56 mal 8 Loth;	17 mal 16 Ms.
48 mal 15 kr.;	32 mal 25 Pfd.;	80 mal 8 Loth;	31 mal 16 Ms.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

9 mal 45 kr. = fl.?

a) 9 mal 45 kr. = 360 kr. + 45 kr. = 6 fl. 45 kr.

b) 9 mal 45 kr. = 9 mal $^3/_4$ fl. = $^{27}/_4$ fl. = $\frac{24 + 3}{4}$ = 6 fl. 45 kr.

12 mal 45 kr.; 25 mal 75 Pfd.; 24 mal 18 Bg.; 30 mal 24 Lth.;
16 mal 45 kr.; 32 mal 75 Pfd.; 40 mal 48 Ms.; 20 mal 9 Zoll.
 ꝛc. ꝛc. ꝛc. ꝛc.

Das Pfd. zu 15 kr.; wie viel kosten 20 Pfd.?

Es gibt Jemand täglich 45 kr. Kostgeld, wie viel muß er in 16 Tagen zahlen?

1 pr. Thlr. = 1 fl. 45 kr.; wie viele fl. machen 4, 6, 10 ꝛc. pr. Thlr.?

Man kann hier füglich schon auf die Ausrechnungsweise aufmerksam machen, welche beim Vervielfachen mehrfacher Theile eines Ganzen durch eine etwas große Zahl mit Vortheil angewendet wird, z. B.:

64 mal $^3/_4$ fl. = ?

64 mal $^3/_4$ fl. = 64 mal $^1/_4$ fl. = 16 fl.,
+ 64 mal $^1/_4$ fl. = 16 fl.,
+ 64 mal $^1/_4$ fl. = 16 fl.;

64 mal $^3/_4$ fl. also = 64 mal $^1/_4$ fl., 3 mal genommen, 64 mal $^1/_4$ fl. = 16 fl.; 3 mal 16 fl. = 48 fl.

4) Fünftel.

1) 60 kr. = 1 fl.; 12 kr. = $^1/_5$ fl.; 24 kr. = $^2/_5$ fl. ꝛc.
100 Pfd = 1 Ctr.; 20 Pfd. = $^1/_5$ Ctr.; 40 Pfd. = $^2/_5$ Ctr. ꝛc.

2) 1 ganzer fl. = $^5/_5$ fl.; 2, 3, 4 ꝛc. ganze fl., wie v. 5tel-fl.?
$^5/_5$ fl. = 1 fl.; $^{10}/_5$, $^{15}/_5$ ꝛc.; $^{12}/_5$, $^{24}/_5$ ꝛc. fl., wie v. ganze fl.?

24 mal 12 kr. = fl.

a) 12 kr. = 1 Zwölfer; 24 mal 12 kr. = 24 mal 1 Zwölfer; 24 mal 1 Zwölfer = 24 Zwölfer; 24 Zw. = 20 + 4 Zw. = 4 fl. 48 kr.

b) 12 kr. = $^1/_5$ fl.; 24 mal 12 kr. = 24 mal $^1/_5$ fl.; 24 mal $^1/_5$ fl. = $^{24}/_5$ fl.;
$^{24}/_5$ fl. = $\frac{20+4}{5}$ fl. = 4 fl. 48 kr.

15 mal 12 kr.; 20 mal 24 kr.; 12 mal 20 Pfd.;
40 mal 12 kr.; 35 mal 36 kr.; 25 mal 40 Pfd.
 ꝛc. ꝛc. ꝛc.

Eine Maas Wein zu 12 kr.; wie viel kosten 48 Ms.? ꝛc.
Jemand braucht täglich 24 kr.; wie viel in 30 Tagen? ꝛc.
Für 1 fl. erhält man 60 Pfd., wie viel für 18 fl.? ꝛc.
Die Elle kostet 48 kr.; wie hoch kommen 15 Ellen? ꝛc.
1 bayer. Thlr. = 2 fl. 24 kr.; wie v. fl. machen 3, 5, 12 b. Thlr.?

5) Sechstel.

1) 60 kr. = 1 fl.; 10 kr. = $^1/_6$ fl.; 50 kr. = $^5/_6$ fl.
2) 1 fl. = $^6/_6$ fl.; 2, 3, 4 2c. fl., wie viele 6tel-fl.?
$^6/_6$ fl. = 1 fl.; $^{12}/_6$, $^{18}/_6$ 2c. fl., wie viele ganze Gulden?

48 mal 50 kr. = fl.?

a) 48 mal 50 kr. = 48 mal $^5/_6$ fl.; 48 mal $^5/_6$ fl. = $\frac{200 + 40}{6}$ = $^{240}/_6$ fl.; $^{240}/_6$ fl. = 40 fl.

b) 48 mal $^5/_6$ fl. = 48 mal $^1/_6$ fl., 5 mal; 48 mal $^1/_6$ fl. = $^{48}/_6$ fl. = 8 fl.; 5 mal 8 fl. = 40 fl.

36 mal 10 kr.;	180 mal 10 kr.;	15 mal 50 kr.;	56 mal 50 kr.;
54 mal 10 kr.;	240 mal 10 kr.;	21 mal 50 kr.;	72 mal 50 kr.
2c.	2c.	2c.	2c.

Die Elle Band zu 10 kr.; was kosten 24, 42 2c. Ellen?
Karl bekommt jeden Monat 50 kr. Taschengeld, wie viel jährlich?
2c.

6) Achtel.

1) Ein Gulden, in 4 gleiche Theile getheilt, = 4 mal 15 kr.; 15 kr. sind darum $^1/_4$ fl. Theilt man nun jeden Viertel-Gulden wieder in 2 gleiche Theile, so erhält man 8 mal $7^1/_2$ kr. Also sind
$7^1/_2$ kr. = $^1/_8$ fl.; 2 mal $7^1/_2$ kr. = 15 kr. = $^1/_4$ fl.;
3 mal $7^1/_2$ kr. = $22^1/_2$ kr. = $^3/_8$ fl.; 4 mal $7^1/_2$ kr. = 30 kr. = $^1/_2$ fl.;
5 mal $7^1/_2$ kr. = $37^1/_2$ kr. = $^5/_8$ fl.; 6 mal $7^1/_2$ kr. = 45 kr. = $^3/_4$ fl.;
7 mal $7^1/_2$ kr. = $52^1/_2$ kr. = $^7/_8$ fl.; 8 mal $7^1/_2$ kr. = 60 kr. = 1 fl.
Eben so auch mit dem Eimer und dem Pfunde.
2) 1 fl. = $^8/_8$ fl.; 2, 3, 4, 5 2c. fl., wie viele 8tel-fl.?
$^8/_8$ fl. = 1 fl.; $^{16}/_8$, $^{24}/_8$, $^{32}/_8$ 2c. fl., wie viele ganze fl.?

16 mal $7^1/_2$ kr.;	12 mal $22^1/_2$ kr.;	9 mal $37^1/_2$ kr.;	8 mal $52^1/_2$ kr.;
24 mal $7^1/_2$ kr.;	20 mal $22^1/_2$ kr.;	15 mal $37^1/_2$ kr.;	40 mal $52^1/_2$ kr.
2c.	2c.	2c.	2c.

Eine Maas Bier zu $7^1/_2$ kr.; wie theuer ist der Eimer?
1 Pfd. kostet $22^1/_2$ kr.; wie hoch kommen 48 Pfd.? 2c.
1 Loth Gewürz zu $37^1/_2$ kr.; wie theuer ist 1 Pfd.? 2c.
1 Buch Papier kostet $52^1/_2$ kr.; wie hoch kommt das Ries?
Für 1 fl. bekommt man 4 Loth; wie viel für 100 fl.?
2c.

7) Zehntel (Sechser).

Ein Gulden, in 10 gleiche Theile zerlegt = 10 mal 6 kr.; 6 kr. sind also $^1/_{10}$ fl. Gewöhnlich aber nennt man 6 kr. einen Sechser.

1) 6 kr. = 1 Sechser;	36 kr. = 6 S.	1 S. = 6 kr.;	6 S. = 36 kr.
12 kr. = 2 „	42 kr. = 7 S.	2 S. = 12 kr.;	7 S. = 42 kr.
18 kr. = 3 „	48 kr. = 8 S.	3 S. = 18 kr.;	8 S. = 48 kr.
24 kr. = 4 „	54 kr. = 9 S.	4 S. = 24 kr.;	9 S. = 54 kr.
30 kr. = 5 „	60 kr. = 10 S.	5 S. = 30 kr.;	10 S. = 1 fl.

2) 1 fl. = 10 Sechser; 2, 3, 4 2c. fl., wie viele Sechser?
10 Sechs. = 1 fl.; 20, 30 2c.; 15, 24 2c. S., w. v. Guld.?

45 mal 42 kr. = fl.?

a) 45 mal 42 kr. = 45 mal 7 Sechser; 45 mal 7 S. = 280 + 35 S. = 315 Sechser; 315 S. = 31 fl. 30 kr.

b) 45 mal 42 kr. = 45 mal 7 Sechser; 45 mal 1 Sechser = 4 fl. 30 kr.; 45 mal 7 S. = 7 mal 4 fl. 30 kr.; 7 mal 4 fl. = 28 fl.; 7 mal 30 kr. = 3 fl. 30 kr.; 28 fl. + 3 fl. 30 kr. = 31 fl. 30 kr.

15 mal 6 kr.;	20 mal 18 kr.;	40 mal 36 kr.;	70 mal 48 kr.;
31 mal 6 kr.;	60 mal 24 kr.;	52 mal 42 kr.;	75 mal 54 kr.;
2c.	2c.	2c.	2c.

Ein Mann verdient in 1 Tg. 24 kr.; wie viel in 30 Tg.? 2c.
1 Krthlr. = 2 fl. 42 kr.; wie v. fl. machen 4 2c. Krthlr.?

8) Zwölftel (gute Batzen).

Ein Gulden, in 12 gleiche Theile zerlegt, = 12 mal 5 kr.; also sind 5 kr. = $^1/_{12}$ fl. Gewöhnlich nennt man 5 kr. 1 g. Batzen.

5 kr. = 1 Bz.;	1 Bz. = 5 kr.;	12 Bz. = 1 fl.;	18 Bz. =
10 kr. = 2 Bz.;	2 Bz. = 10 kr.;	24 Bz. = 2 fl.;	27 Bz. =
15 kr. = 3 Bz.;	3 Bz. = 15 kr.;	36 Bz. = 3 fl.;	40 Bz. =
2c.	2c.	2c.	2c.

36 mal 25 kr. = fl.?

36 mal 25 kr. = 36 mal 5 Batzen; 36 mal 1 Batzen = 36 Batzen = 3 fl.; 36 mal 5 Batzen = 5 mal 3 fl.; 5 mal 3 fl. = 15 fl.

Ein Pfund zu 5 kr.; wie hoch kommen 100 Pfd.?
Die Elle zu 35 kr.; was kosten 24, 36, 48 Ellen?
2c.

9) Zwanzigstel (Groschen).

3 kr. = 1 Gr.; 1 Gr. = 3 kr.; 20 Gr. = 1 fl.; 30 Gr. = 1 fl. 30 kr.;
6 kr. = 2 Gr.; 2 Gr. = 6 kr.; 40 Gr. = 2 fl.; 45 Gr. = 2 fl. 15 kr.;
9 kr. = 3 Gr.; 3 Gr. = 9 kr.; 60 Gr. = 3 fl.; 52 Gr. = 2 fl. 36 kr.;
 rc. rc. rc. rc.

Wie viele Gulden machen

1) 4, 10, 16, 24, rc. Reichsthlr. (à 1 fl. 30 kr. = $1^1/_2$ fl.)?
2) 3, 9, 12, 18 rc. Fünffrankenthlr. (á 2 fl. 20 kr. = $2^1/_3$ fl.)?
3) 4, 8, 18, 24 rc. preuß. Thlr. (à 1 fl. 45 kr. = $1^3/_4$ fl.)?
4) 5, 10, 16, 25 rc. bayer. Thlr. (à 2 fl 24 kr. = $2^2/_5$ fl.)?
5) 2, 3, 4, 5, 8 rc. Kronenthlr. (à 2 fl. 42 kr. = 2 fl. 7 S.)?

II. Zerlegen und Ergänzen:

A. Der Multiplikand.

Viele der benannten Zahlen sind, bevor sie in bequem zu multiplicirende Theile der höheren Sorte verwandelt werden können, erst entsprechend zu zerlegen oder zu ergänzen. Es kann dieß meistens auf mehrfache Weise geschehen, z. B.

43 kr. = 42 + 1 kr. = 7 Sechser + 1 Kreuzer.
= 40 + 3 kr. = $^2/_3$ Gulden + 1 Groschen.
= 36 + 6 + 1 kr. = $^3/_4$ fl. + 1 Sechser + 1 Kreuzer.
= 30 + 12 + 1 kr. = $^1/_2$ + $^1/_5$ fl. + 1 kr.
= 45 — 2 kr. = $^3/_4$ fl. — 2 kr.

Welche Weise hiervon in einem gegebenen Falle zu wählen sei, hängt von dem Multiplikator ab.

Ist derselbe nur eine kleine Zahl, oder ein Produkt aus 10, z. B. 8 oder 70; so betrachte ich die 43 kr. als 7 S. + 1 kr. Ich rechne also 8 mal 7 Sechser + 8 mal 1 kr.; 70 mal 7 S. + 70 mal 1 kr.

Ist der Multiplikator ein Produkt aus 3, z. B. 27, so thue ich wohl, die 43 kr. in $^2/_3$ fl. + 1 Gr. zu zerlegen. Ich rechne also 27 mal $^2/_3$ fl. + 27 mal 1 Groschen.

Ist der Multiplikator ein Produkt aus 5, z. B. 55; so zerlege ich die 43 kr. in $^3/_5$ fl. + 55 mal 1 Sechser + 55 mal 1 kr.

Ist der Multiplikator ein Produkt aus 4, z. B. 52; so betrachte ich 43 kr. als $^3/_4$ fl. — 2 kr. Ich rechne also 52 mal $^3/_4$ fl. und ziehe vom Ergebniß 52 mal 2 kr. oder 1 fl. 44 kr. ab.

Ist der Multiplikator von keiner der bisher genannten Arten, sondern nur eine gerade Zahl, z. B. 26; so zerlege ich die 43 kr. in $^1/_2$ fl. + $^1/_5$ fl. + 1 kr. Ich rechne also 26 mal $^1/_2$ fl. + 26 mal $^1/_5$ fl. + 26 mal 1 kr.

Solches ist jedoch dem Schüler nicht vorzudemonstriren. Das wäre für denselben kein Gewinn. Der Lehrer hat dem Schüler nur Gelegenheit zu bieten, diese Beobachtungen zu machen. Das Erste, was man dabei zu thun hat, ist, daß man jede Aufgabe auf jede mögliche Weise ausrechnen läßt; das Andere, daß man am Ende fragt, durch welche Weise die Aufgabe am leichtesten und schnellsten ausgerechnet werde; das Dritte, daß man von den Schülern selbst Aufgaben bilden läßt, welche am zweckmäßigsten auf dieselbe Weise berechnet werden; das Vierte, daß man nach Stellung einer neuen Aufgabe sogleich nach der einfachsten Berechnungsweise fragt; und das Fünfte, daß man die Schüler auffordert, die Aufgabe auf die Jeden am besten dünkende Weise (für sich) schnell auszurechnen. Das gilt für alle Folge. Hierbei wird man nicht selten die Freude haben, wahrzunehmen, daß der eine und der andere Schüler einen Weg einschlägt, dessen man selber nicht gedacht. —

a) Zerlegen.

4 mal 37 kr. = fl.?

4 mal 37 kr. = 30 + 7 kr. = $^1/_2$ fl. + 7 kr.
30 + 7 kr. = $^1/_2$ fl. + 7 kr.
30 + 7 kr. = $^1/_2$ fl. + 7 kr.
30 + 7 kr. = $^1/_2$ fl. + 7 kr.

= 4 mal 30 kr. + 4 mal 7 kr. = 4 mal $^1/_2$ fl. + 4 mal 7 kr.

4 mal $^1/_2$ fl = 2 fl.; 4 mal 7 kr. = 28 kr.; zusammen 2 fl. 28 kr.

Oder: Ich kaufe 4 Ellen Tuch. Wie kann ich dieselben bezahlen?

a) Ich lege auf jede Elle $^1/_2$ fl. und 7 kr.; also brauche ich 4 mal $^1/_2$ fl. und 4 mal 7 kr. = 2 fl. 28 kr.

b) Ich zahle für jede Elle $^1/_2$ fl. + 1 Sechser + 1 Kreuzer; also zahle ich im Ganzen 4 mal $^1/_2$ fl., 4 mal 1 S. und 4 mal 1 kr. rc.

c) Ich lege für jede Elle 3 Zwölfer (= 36 kr.) und 1 kr. hin; in diesem Falle zahle ich 4 mal 3 Zwölfer + 4 mal 1 kr. rc.

8 mal 31 kr.;	12 mal 21 kr.;	21 mal 41 kr.;	36 mal 11 kr.;
18 mal 32 kr.;	27 mal 22 kr.;	15 mal 42 kr.;	42 mal 12 kr.;
24 mal 33 kr.;	45 mal 23 kr.;	72 mal 43 kr.;	18 mal 13 kr.;
rc.	rc.	rc.	rc.

b) Ergänzen.

4 mal 59 kr. = fl.?

59 kr. = 1 fl. — 1 kr.; 4 mal 59 kr. = 59 kr. = 1 fl. — 1 kr.,
59 kr. = 1 fl. — 1 kr.,
59 kr. = 1 fl. — 1 kr.,
59 kr. = 1 fl. — 1 kr.;

4 mal 59 kr. = 4 mal 1 fl. — 4 mal 1 kr.
= 4 fl. — 4 kr. = 3 fl. 56 kr.

Oder: Wie zahlt man 4 mal 59 kr. am einfachsten? Antwort: Man zahlt 4 mal 1 ganzen Gulden und läßt sich 4 mal 1 kr. wiedergeben. Wie viel habe ich dann eigentlich gezahlt? Antwort 4 fl. — 4 kr. oder 3 fl. 56 kr.

36 mal 59 kr.;	46 mal 29 kr.;	37 mal 59 kr. 3 pf.;
75 mal 58 kr.;	52 mal 28 kr.;	48 mal 58 kr. 2 pf.;
84 mal 57 kr.;	70 mal 27 kr.;	28 mal 29 kr. 1 pf.;
45 mal 56 kr.;	18 mal 26 kr.;	44 mal 28 kr. 3 pf.;
72 mal 55 kr.;	27 mal 19 kr.;	69 mal 19 kr. 2 pf.;
40 mal 54 kr.;	63 mal 39 kr.;	24 mal 38 kr. 2 pf.;
64 mal $52^1/_2$ kr.;	42 mal 9 kr.;	36 mal 9 kr. 3 pf.;
96 mal 50 kr.;	18 mal 49 kr.;	54 mal 49 kr. 2 pf.

(Das Zerlegen und Ergänzen in Verbindung.)

16 mal 51 Pfd.;	12 mal 26 Pfd.;	24 mal 76 Pfd.;	23 mal 17 Loth.
28 mal 49 Pfd.;	32 mal 24 Pfd.;	20 mal 74 Pfd.;	42 mal 15 Loth.
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

Wie lassen sich die Kreuzer von 3 bis 59 auf verschiedene Weise behandeln?

3 kr. = 1 Gr.;	6 kr. = $^1/_{10}$ fl. = 1 Sechser.
4 kr. = $^1/_{15}$ fl. = 1 Gr. + 1 kr.;	7 kr. = 1 Sechser + 1 kr.
5 kr. = $^1/_{12}$ fl. = 1 g. Batzen;	= $^1/_8$ fl. — $^1/_2$ kr. ꝛc.

1) Das Loth koste 31 (29) kr.; wie hoch kommen 1 Pfd. 4 Loth?

Wenn ich weiß, was 1 Loth kostet, so kann ich daraus berechnen, was 2, 3, 4 ꝛc. Loth kosten. 1 Pfd. 4 Loth = 36 Loth. 36 Loth kosten 36 mal so viel als 1 Loth. Kostet also 1 Loth 31 kr., so kosten 36 Loth ꝛc.

2) Wie viel kosten 3 Loth 2 Qt., das Qt. zu 32 (28) kr.?

3) Für 1 Stück zahlt man $17^1/_2$ kr.; was kosten 3 Dutzend 6 St.?

4) A braucht täglich 2 fl. 27 kr., wie viel in 2 Wochen 4 Tagen?

5) Der Metzen Korn zu 53 kr. 2 pf.; was kosten 5 Schff. 2 Metz.?

53 kr. 2 pf. = 52 kr. 2 pf. + 1 kr. = $^7/_8$ fl. + 1 kr.

6) Die Maas zu 16 kr.; wie hoch kommen 1 Eimer 16 Ms.?

7) Wie hoch kommen $^3/_4$ Ctr. — 3 Pfd., das Pfd. zu 14 kr. 2 pf.?

$^3/_4$ Ctr. — 3 Pfd. = 72 Pfd.; 14 kr. 2 pf. = $^1/_4$ fl. — $^1/_2$ kr.

8) B verdient täglich 27 kr. 2 pf.; wie viel in 6 W. 4 Tagen?

27 kr. 2 pf. = 20 + $7^1/_2$ kr. = $^1/_3$ + $^1/_8$ fl.
= 30 — $2^1/_2$ kr. = $^1/_2$ fl. — $^1/_2$ Batzen.

9) Für 1 Zwölfer 17 Loth 3 Qt.; wie viel für 4 fl. 48 kr.?

4 fl. 48 kr. = 24 Zwölfer, also erhalte ich dafür 24 mal 17 Lth. 3 Qt. = 24 mal $^1/_2$ Pfd. + 24 mal 1 Loth + 24 mal 3 Qt.

B. Der Multiplikator.

Beispiel 1. 31 mal 48 kr. = fl.?

48 kr. = $^4/_5$ fl. oder 4 Zwölfer. Fünftel-Gulden oder Zwölfer werden am leichtesten mit einer Zahl multiplicirt, worin 5 ohne Rest enthalten ist. 31 selbst ist nicht eine solche Zahl. Die nächst niedere Zahl dieser Art ist 30, die nächst höhere ist 35. Anstatt 31 mal 48 kr. rechne ich also

30 mal 48 kr. + 1 mal 48 kr., oder:

35 mal 48 kr. — 4 mal 48 kr. (Ausführung!)

Welche von diesen 2 Berechnungsarten ist die bessere? (Die erstere.) Warum? —

Beispiel 2. 39 mal $37^1/_2$ kr. = fl.?

$37^1/_2$ kr. = $^5/_8$ fl.; die Achtel werden leicht mit einer Zahl multiplicirt, worin 8 aufgeht. 39 ist keine solche Zahl. Die nächst niedere Zahl dieser Art ist 32 die nächst höhere ist 40. Anstatt 39 mal $^5/_8$ fl. rechne ich also

32 mal $^5/_8$ fl. + 7 mal $^5/_8$ fl., oder:

40 mal $^5/_8$ fl. — 1 mal $^5/_8$ fl. (Ausführung!)

Welche Ausrechnungsweise ist hier der andern vorzuziehen? (Die letztere der ersteren.) Warum?

23 mal 45 kr. = 24 mal $^3/_4$ fl. — 1 mal $^3/_4$ fl. = 18 fl. — 45 kr.
29 mal 45 kr. = 28 mal $^3/_4$ fl. + 1 mal $^3/_4$ fl. = 21 fl. + 45 kr.
32 mal 50 kr. = 30 mal $^5/_6$ fl. + 2 mal $^5/_6$ fl. = 25 fl. + 1 fl. 40 kr.
47 mal 50 kr. = 48 mal $^5/_6$ fl. — 1 mal $^5/_6$ fl. = 40 fl. — 50 kr.
51 mal 42 kr. = 50 mal 7 S. + 1 mal 7 S. = 35 fl. + 42 kr.
49 mal 42 kr. = 50 mal 7 S. — 1 mal 7 S. = 35 fl. — 42 kr.

III. Umkehrung der Faktoren.

1) 60 mal 4 kr. = fl.?

60 mal 4 kr. = 60 mal 1 kr. = 60 kr.
60 mal 1 kr. = 60 kr.
60 mal 1 kr. = 60 kr.
60 mal 1 kr. = 60 kr.

also ist 60 mal 4 kr. = 4 mal 60 kr. = 4 fl.

2) 120 mal 57 kr. = fl.?

120 mal 1 kr. = 120 kr. = 2 fl.; 120 mal 57 kr. = 57 mal 2 fl. = 114 fl.
Oder: 120 mal 57 kr. = 57 mal 120 kr. = 57 mal 2 fl. = 114 fl.

3) 30 mal 16 kr. = fl.?

30 mal 1 kr. = 30 kr. = $^1/_2$ fl.; 30 mal 16 kr. = 16 mal $^1/_2$ fl. = 8 fl.
Oder: 30 mal 16 kr. = 16 mal 30 kr. = 16 mal $^1/_2$ fl. = 8 fl.

60 mal 47 kr.; 180 mal 39 kr.; 45 mal 16 kr.; 80 mal 27 kr.;
64 mal 36 Ms.; 64 mal 18 Loth; 50 mal 27 Pfd.; 75 mal 28 kr.;
32 mal 27 Loth; 72 mal 22 Bog.; 16 mal 23 Loth; 96 mal 46 Ms.;
24 mal 19 Bg.; 128 mal 17 Ms.; 40 mal 51 kr.; 48 mal 14 Loth.

Aus diesen und anderen dergleichen Multiplikations-Aufgaben werden sowohl vom Lehrer als von einzelnen Schülern Regeldetri-Aufgaben gebildet. Hierdurch erst wird der Schüler völlig in die Sache eingeführt. Z. B.:

1 Pfd. zu 37 kr.; was kosten 60 (120, 30 ꝛc.) Pfd.?
Für 1 fl. 23 Loth; wie viel für 32 (64, 16 ꝛc.) fl.?

Bei der Berechnung hat man aber ganz besonders Ursache, darauf zu sehen, daß der Schüler nicht spreche: Wenn 1 Pfd. 37 kr. kostet, so kosten 60 Pfd. 37 mal 60 kr. Das wäre falsch geschlossen. Er muß sprechen: Wenn 1 Pfd. 37 kr. kostet, so kosten 60 Pfd. 60 mal 37 kr.; 60 mal 37 kr. = 37 mal 60 kr. = 37 mal 1 fl. = 37 fl. Oder: 60 mal 1 kr. = 1 fl.; 60 mal 37 kr. = 37 mal 1 fl. = 37 fl.

Schriftlich.

Bisher haben die Schüler wie im Kopfe, so auf der Tafel multiplicirt. Jetzt gehen wir zum eigentlichen Ziffer-Rechnen über.

Beispiel 1. 35 mal 48 kr. 3 pf. =?

Ausrechnung a) 48 kr. | 3 pf.
35 | 35
240 | 4 | 105 | 26 kr.
144 | 8
26 | 25
60 | 1706 | 28 fl. | 24
120 | 1 pf.
506
480
26 kr.

Zuerst wurden die 3 pf. durch 35 multiplicirt und das Produkt durch 4 zu Kreuzer gemacht. Dann wurden die 48 kr. 35 mal genommen, die 26 kr. dazu addirt und die Kreuzer durch 60 in Gulden verwandelt.

Produkt: 28 fl. 26 kr. 1 pf.

b) 48 kr. 3 pf. × 35.

```
        48 kr. 3 pf. × 35.
         4
       -----
       195 pf.
      × 35
       -----
       975
       585     60
     ----------  ⌣
     4 | 6825 pf. | 1706 kr. | 28 fl.
         4          120
       ----       -----
         28         506
         28         480
       ----       -----
          25         26 kr.
          24
        ----
           1 pf.
```

Hier wurden die 48 kr. zu Pfennige gemacht und die 3 pf. dazu gezählt. 48 kr. 3 pf. = 195 pf.; 35 mal 48 kr. 3 pf. = 35 mal 195 pf.; 35 mal 195 pf. = 6825 pf. Diese Pfennige wurden hierauf in Kreuzer und die dadurch erhaltenen Kreuzer in Gulden verwandelt.

Aufgaben.

Vorbemerkung. Der Multiplikator sagt, wie oft eine Zahl zu sich selbst genommen werden soll. Er bezeichnet daher nie eine wirkliche Größe und ist darum stets nur eine reine oder unbenannte Zahl. Man kann nicht sagen: 55 kr. mal 47, oder 55 Pfd. mal 47 kr. Denn das hat gar keinen Sinn. Zwar scheint es, daß z. B. bei der Regeldetri-Aufgabe: 1 Pfd. zu 48 kr., was kosten 25 Pfd.? die 48 kr. durch 25 Pfd. zu multipliciren seien. Dem ist jedoch nicht so. Indem ich schließe: „wenn 1 Pfd. 48 kr. kostet, so kosten 25 Pfd. **25 mal** 48 kr.", wird die Zahl 25 Pfd. ihrer Benennung (Pfd.) entkleidet und in eine reine Zahl verwandelt. Man lasse daher die folgenden Aufgaben, als: 58 kr. × 47 rc. ja nicht lesen: 58 kr. mal 47, sondern entweder: 58 kr. multiplicirt durch 47, oder: 58 kr., 47 mal genommen.

1) 58 kr. × 47 = 45 fl. 26 kr.
47 kr. × 35 = 27 fl. 35 kr.
83 Pfd. × 69 = 57 Ctr. 27 Pfd.
31 Loth × 75 = 72 Pfd. 21 Loth.
53 Ms. × 86 = 71 Eim. 14 Ms.
27 Gr. × 135 = 121 Thlr. 15 Gr.
48 kr. 3 pf. × 8 = 6 fl. 30 kr.
16 Pfd. 18 Loth × 3 = 49 Pfd. 22 Loth.

42 fl. 42 kr. × 4 = 170 fl. 48 kr.
12 Thlr. 20 Gr. × 6 = 76 Thlr.
15 Eim. 54 Ms. × 9 = 142 Eim. 38 Ms.
31 Loth 3 Qt. × 7 = 6 Pfd. 30¼ Loth.
135 fl. 53 kr. 3 pf. × 12 = 1630 fl. 45 kr.
75 Pfd. 27 Lth. 2 Qt. × 25 = 18 Ctr. 96 Pfd. 15 Lth. 2 Qt.
24 Ctr. 64 Pfd. 20 Lth. × 34 = 837 Ctr. 97 Pfd. 8 Lth.
28 Rth. 9 Fß. 7 Zoll × 48 = 1382 Rth. 4 Fß.
9 Fdr. 10 Eim. 45 Ms. × 57 = 563 Fdr. 10 Eim. 5 Ms.
8 Bll. 9 Rs. 15 Bch. × 69 = 619 Bll. 2 Rs. 15 Bch.

Mündlich (soweit es angeht) und schriftlich.

2) Der Centner zu 68 fl.; was kosten 14 Ctr.? 952 fl.

3) Ein Fuder Wein zu 129 fl.; was kosten 17 Fuder? 2193 fl.

4) Für 1 Thlr. 12 Ms. Wein, wie viel Eimer für 75 Thlr.?
75 mal 1 Ms. = 1 Eim. 11 Ms.; 75 mal 12 Ms. = 12 mal 1 Eim. + 12 mal 11 Ms. = 12 Eim. + 2 Eim. 4 Ms. = 14 Eimer 4 Ms.

5) Von 15 Arbeitern erhält jeder 9 fl. 48 kr.; wie viel bekommen sie zusammen? Antwort: 147 fl.

6) Es vertrinkt Einer täglich 7 kr. 2 pf.; wie viel in 365 Tg.?
365 mal ⅛ = 365/8 fl. = 320/8 + 45/8 = 40 + 5⅝ fl.

7) Von 12 Kisten wiegt jede 1 Ctr. 38 Pfd. 24 Loth; wie schwer sind sie zusammen? Antw.: 16 Ctr. 65 Pfd.

8) Was kosten 45 Pfd. Wolle, das Pfd. zu 1 fl. 12 kr. 3 pf.?
45 mal 1 fl. + 45 mal ⅕ fl. + 45 mal 3 pf. = 45 + 9 fl. + 33¾ kr.

9) A braucht wöchentl. 12 Thlr. 17 Gr. 10 Pfg., wie viel aufs Jahr? Antwort: 654 Thlr. 27 Gr. 4 Pfg.

10) Ein Faß hält 3 Fdr. 6 Eim. 36 Ms.; wie viel halten 14 dergl. Fässer, den Eimer nur zu 60 Ms. gerechnet? Antwort: 49 Fdr. 8 Eim. 24 Ms.

11) 1 Pfd. zu 2 fl. 42 kr.; wie hoch kommt 1 Ctr.? 270 fl.

12) Was kosten 5 Ballen Tuch von je 36 Ellen, die Elle zu 2 fl. 36 kr.? Antwort: 468 fl.

Mündlich. Ehe ich berechne, was 5 Ballen kosten, suche ich erst, wie theuer 1 Ballen ist, d. i. ich schließe* von 1 Elle auf 36 Ellen oder 1 Ballen und von 1 Ballen auf 5 Ballen. — Da 1 Elle 2 fl. 36 kr. kostet, so kommt der Ballen auf 36 mal 2 fl. 36 kr. = 93 fl. 36 kr. Kostet 1 Ballen 93 fl. 36 kr.,

so kosten 5 Ballen 5 mal 93 fl. 36 kr.; 5 mal 93 fl. 36 kr. = 465 fl. + 3 fl. = 468 fl. Also ꝛc.

Oder: 5 Ballen = 5 mal 36 = 180 Ellen. Die kosten 180 mal 2 fl. 36 kr. ꝛc.

* Was heißt schließen? und inwiefern findet hier ein Schließen Statt? — Schließen heißt, aus zwei Sätzen, von denen einer eine allgemeine Wahrheit oder Regel und der andere einen besonderen dahin bezüglichen Fall enthält, einen dritten folgern. (Alle Menschen müssen sterben. Ich bin ein Mensch. Also muß ich sterben.) Der Satz, der in obiger Aufgabe als Regel gilt, heißt: So vielmal 1 Elle ich kaufe, so oftmal 2 fl. 36 kr. muß ich zahlen. Der besondere Fall, den wir zunächst unter diese Regel stellen, heißt: ich kaufe 36 mal 1 Elle. Hieraus folgt: also muß ich 36 mal 2 fl. 36 kr. zahlen.

Man drückt jedoch nicht immer die 3 Sätze vollständig aus. Gewöhnlich sagt man:

a) 1 Elle kostet 2 fl. 36 kr.; 36 Ellen sind 36 mal so viel als 1 Elle; also kosten sie auch 36 mal 2 fl. 36 kr.

b) 36 Ellen sind 36 mal so viel als 1 Elle, folglich (also, mithin, daher, deßhalb, darum) kosten sie auch 36 mal so viel, nämlich 36 mal 2 fl. 36 kr.

c) 1 Elle kostet 2 fl. 36 kr.; mithin kosten 36 Ellen 36 mal 2 fl. 36 kr.

d) Wenn 1 Elle 2 fl. 36 kr. kostet, so kosten 36 Ellen 36 mal 2 fl. 36 kr.

e) Kostet 1 Elle 2 fl. 36 kr. so kosten 36 Ellen 36 mal 2 fl. 36 kr.

Wir empfehlen, die Schlußformel a. recht häufig zu gebrauchen.

Schriftlich.	2 fl.	36 kr.	5 Ball.
	180	180 ×	36
			180 Ellen.

Oder man macht die 2 fl. 36 kr. zu lauter Kreuzer, vervielfacht diese durch 180 und verwandelt die hierdurch sich ergebende Anzahl Kreuzer wieder in Gulden.

13) Wie hoch kommen 7 Einer, wenn die Maas 37 kr. 2 pf. gilt, den Eimer zu 64 Ms.? Antw. 280 fl.

14) Ein Loth zu 3 kr. 3 pf.; was kosten 15 Pfd 25 Loth?

3 kr. 3 pf.	15 Pfd. 25 Loth	505
4	32	15
15 pf.	30	2515
	45	505
	25	7575 pf. = 31 fl. 33 kr. 3 pf.
	505 Loth	

1 Loth kostet 15 pf.; also kosten 505 Lth. 505 mal 15 pf.; 505 mal 15 pf. = 15 mal 505 pf. = 7575 pf. = 1893 kr. 3 pf. = 31 fl. 33 kr. 3 pf.

15) 1 Pfd. für 3 Gr. 9 Pfg.; was kosten 3 Ctr. 51 Pfd.? Antw.: 43 Thlr. 26 Gr. 3 Pfg.

16) Wie hoch kommen 78 Eim. 27 Ms., wenn 1 Ms. 14 kr. kostet (den Eimer zu 72 Ms.)? Antw.: 1316 fl. 42 kr

17) 28 Krthlr., 45 bayer. Thlr. und 36 pr. Thlr., wie viel zusammen? Antw.: 246 fl. 36 kr.

18) Was kosten 4 Zuckerhüte, jeder zu 14 Pfd.

à Pfd. 22 kr. 2 pf.?	21 fl.	— kr.	— pf.
25 Pfd. Kaffee à 34 kr.?	14 fl.	10 kr.	— pf.
18 Pfd. Reis à 12 kr. 3 pf.?	3 fl.	49 kr.	2 pf.
23 Pfd. Sago à 13 kr.?	4 fl.	59 kr.	— pf.
14 Pfd. Kandis à 25 kr.?	5 fl.	50 kr.	— pf.
16 Loth Zimmt à 3 kr. 2 pf.	— fl.	56 kr.	— pf.
15 Loth Muskatnüsse à 3 kr. 1 pf.	— fl.	48 kr.	3 pf.
in Summa	51 fl.	33 kr.	1 pf.

19) Der Bogen Papier zu 3 pf.; wie hoch kommt das Ries? 6 fl.

a) Man berechnet zuerst, was 1 Buch kostet; dann, wie hoch das Ries kommt. b) Man verwandelt das Ries in Bogen.

20) 1 Qt. zu 10 kr. 2 pf.; wie hoch kommen 4 Pfd.? 89 fl. 36 kr.

21) Wie theuer sind 12 Schff., 1 Sechszehntel zu 1 fl. 15 kr.? Antwort: 1440 fl.

22) Für 5 kr. 3 pf. erhalte ich 1 Qt.; was kosten 12 Pfd. 18 Lth. 3 Qt.? Antw.: 154 fl. 23 kr. 1 pf.

Mündlich. Man berechnet zuerst die 12 Pfd., dann die 18 Loth, und addirt beide Produkte; hierauf berechnet man auch die 3 Qt. und zählt dieß Ergebniß mit dem vorigen zusammen.

Schriftlich. Man verwandelt die 12 Pfd. 18 Lth. 3 Qt. in lauter Qt.

23) Die Maas zu 2 fl. 13 kr. 1 pf.; wie theuer sind 3 Fdr. 7 Eim. 9 Ms.; den Eimer zu 64 Ms. gerechnet?

Antw.: 6131 fl. 43 kr. 1 pf.

24) Was verdienen 13 Arb. in 17 Tg., wenn Einer des Tags 24 kr. bekommt? Antw.: 88 fl. 24 kr.

Ich suche zuerst, was 1 Arb. in 17 Tg. verdient. Da 1 Arb. in einem Tag 24 kr. bekommt, so verdient er in 17 Tg. 17 mal 24 kr. = 6 fl. 48 kr. Nun berechne ich, was 13 Arb. in dieser Zeit erhalten. Da 1 Arb. 6 fl. 48 kr. bekommt, so verdienen 13 Arb. 13 mal 6 fl. 48 kr.; 13 mal 6 fl. 48 kr. = 78 fl. + 10 fl. 24 kr. = 88 fl. 24 kr. Also 2c.

Oder ich suche zuerst, was 13 Arb. in 1 Tag verdienen, und dann, wie viel sie in 17 Tagen erhalten.

25) Wenn die bayr. Maas Brunnenwasser 1 Pfd. 28 Loth 3 Qt. und die Maas braunes Bier 1 Pfd. 24 Loth 2 Qt. wiegt; um wie viel ist 1 Eimer Wasser schwerer als 1 Eim. Bier? Antw.: 8 Pfd. 16 Lth.

26) Wenn das Tgw. Ackerland 3 Schff. 4 Mtz. 12 Ms. erträgt, wie viel macht das von 24 Tgw.? Antw.: 91 Schff.

27) Ein Bauherr zahlt seinen 18 Arbeitsleuten täglich 12 fl. 48 kr. 2 pf.; wie viel in 135 Tg.? 1729 fl. 7 kr. 2 pf.

Dividiren mit ungleich benannten Zahlen.

Wie bekannt, heißt dividiren sowohl: einen bestimmten Theil von einer gegebenen Zahl suchen; als auch: suchen, wie oft eine gegebene Zahl in einer andern gegebenen Zahl enthalten ist.

Ist ein bestimmter Theil von einer benannten Zahl zu suchen, so sagt der Divisor, in wie viele gleiche Theile dieselbe zu theilen sei, und die Aufgabe ist, zu finden, wie viel ein Theil davon betrage. Darum ist der Divisor hier eine reine Zahl, der Quotient dagegen, als ein Theil des Dividenden, gleicher Art und gleiches Namens mit dem Dividenden, mithin eine benannte Zahl.

Anders verhält es sich, wenn gesucht werden soll, wie oft eine Zahl in einer anderen Zahl enthalten sei. Eine Zahl ist in einer andern so oft enthalten, als sie von derselben weggenommen werden kann. Von einer Anzahl Dinge kann ich aber nichts Anderes nehmen, als was sie enthält. Mithin muß, wie der Subtrahend dem dem Minuenden, so hier der Divisor dem Dividenden nicht nur gleichartig, sondern auch gleichnamig sein. Der Quotient dagegen, welcher sagt, wie oft der Divisor vom Dividenden weggenommen werden kann, oder wie oft er in demselben enthalten ist, ist eben darum nur eine reine oder unbenannte Zahl. —

A. Das Theilen.

1) Die zu theilenden benannten Zahlen sind, von ihrer Benennung abgesehen, reine Vielfache des Theilers.

a) Mündlich.

Dergleichen Aufgaben bieten nichts Besonderes. Sie werden ohne Schwierigkeit gelöst.

1) Wie viel beträgt der halbe Theil von 6 fl. 32 kr.?
2) Wie viel kommt von 12 Thlr. 18 Gr. auf $1/3$?
3) Wie groß ist der 4te Theil von 36 Pfd. 24 Loth?
4) Welches ist der 6te Theil von 72 Eim. 54 Ms.?

5) Wie heißt der 8te Theil von 96 Ctr. 40 Pfd. 16 Loth?
6) Was kostet 1 Schff., wenn 5 Schff. 45 fl. 30 kr. kosten?
7) 7 Taglöhner verdienen 56 fl. 42 kr.; wie viel verdient einer?
8) Für 9 Thlr. erhalte ich 72 Pfd. 27 Loth, wie v. für 1 Thlr.?
9) 6 Tagw. ertragen 84 Metz. 12 Ms. Korn, wie viel 1 Tgw.?

b) Schriftlich.

$^1/_7$ von 861 fl. = ?

7 | 861 fl. | 123 fl.
7
16
14
21
21
—

$^1/_8$ von 1256 fl. 56 kr. = ?

8 | 1256 fl. 56 kr. | 157 fl. 7 kr.
8 56
45 —
40
56
56
—

1) $^1/_4$ von 472 fl. = ? $^1/_2$ von 318 fl. 48 kr. = ?
$^1/_8$ von 856 Ellen = ? $^1/_4$ von 5678 Thlr. 28 Gr. = ?
$^1/_5$ von 1760 Pfd. = ? $^1/_6$ von 3576 Ctr. 90 Pfd. = ?
$^1/_6$ von 7848 Thlr. = ? $^1/_7$ von 9345 Eim. 42 Ms. = ?

2) Die Zahl der höheren Sorte des Dividenden ist (als reine Zahl betrachtet) kleiner als der Theiler.

a) Mündlich.

Aufgaben dieser Art nehmen die volle Aufmerksamkeit in Anspruch. Hier ist Einsicht und viel Uebung nöthig.

Beispiel 1. $^1/_8$ von 7 Pfd., wie viel?

Der 8te Theil von 7 Pfd. ist kein ganzes Pfund. Was ist zu thun? Kommt auf den 8. Theil kein ganzes Pfund, so kommen doch wohl Lothe darauf.

a) Ich mache daher 7 Pfd. zu Loth. 1 Pfd. = 32 Loth; 7 Pfd. = 7 mal 32 Loth; 7 mal 32 Lth. = 210 + 14 = 224 Loth. Davon ist nun der 8. Theil zu suchen. 224 Loth = 160 + 64 Loth; $^1/_8$ von 160 Loth = 20 Loth, und $^1/_8$ von 64 Loth = 8 Loth. Also ist der 8. Theil von 7 Pfd. oder 224 Loth = 20 + 8 = 28 Loth.

b) Ich suche, wie viele Loth auf den 8. Theil von einem Pfunde kommen. Da 1 Pfd. = 32 Loth; so ist der 8. Theil von 1 Pfd. = 4 Loth; der 8. Theil von 7 mal 1 Pfd. ist also 7 mal 4 Loth; 7 mal 4 Loth = 28 Loth.

Welche von dieser doppelten Berechnungsweise ist die einfachere?

Beispiel 2. $^1/_9$ von 7 Pfd., wie viel?

a) $^1/_9$ von 7 Pfd. ist nicht 1 ganzes Pfund. 7 Pfd. = 224 Loth; 224 Loth = 180 + 44 Loth; $^1/_9$ von 180 + 44 Loth = 20 + $4^8/_9$ oder $24^8/_9$ Loth.

b) $^1/_9$ von 1 Pfd. = $3^5/_9$ Loth; $^1/_9$ von 7 Pfd. = 7 mal $3^5/_9$ Loth; 7 mal 3 Loth = 21 Loth; 7 mal $^5/_9$ Loth = $^{35}/_9$ Loth; $^{35}/_9$ Loth = $3^8/_9$ Loth; 21 + $3^8/_9$ Loth = $24^8/_9$ Loth.

Diejenige Berechnungsweise, welche vorhin die leichtere war, war hier die schwierigere. Warum? Weil 8 in 32 aufgeht, 9 aber nicht. Bei Aufgaben dieser Art hat man daher vorzüglich darauf zu achten, ob die Reduktions- (oder Währungs-) Zahl eine durch den Divisor ohne Rest theilbare Zahl ist, oder nicht. Ist die Reduktionszahl durch den Divisor ohne Rest theilbar, dann sucht man den verlangten Theil zuerst von einem Ganzen der höhern Sorte; wenn nicht, dann verwandelt man die ganze höhere Sorte in die nächste niedere.

Dieß ist nun an den Münzen, Maßen und Gewichten so lange zu üben, bis der Schüler augenblicklich erkennt, wie er bei jedem gegebenen Falle am einfachsten zum Resultat gelange, und bis er im Stande ist, dergleichen Aufgaben gleichsam mit einem Schlage zu berechnen.

In welcher Weise das geschehen könne, wollen wir noch an den Gulden zeigen.

Wie heißt die Währungszahl zwischen Gulden und Kreuzern? (60.) Durch welche Zahlen läßt 60 ohne Rest sich theilen? (durch 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.)

Wie suche ich am besten den dritten Theil von 2 fl.? den vierten Theil von 2, 3 fl.? den 5ten Theil von 2, 3, 4 fl.? den 6ten Theil von 2, 3, 4, 5 fl.? u. s. f.

Durch welche Zahlen ist 60 nicht ohne Rest theilbar? (7, 8, 9, 11 2c.) Wie thue ich am besten, um den 7. Theil von 3, 5, 6 fl. zu finden? Wie, um den 9ten Theil von 2, 4, 6, 8 fl. zu erhalten? 2c.

Anm. Da die Schüler schon mit 8tel-Gulden gerechnet haben, so kann der 8te Theil von einer Anzahl Gulden folgendermaßen gesucht werden:

$^1/_8$ von 2 fl. = $^1/_4$ fl. = 15 kr.; $^1/_8$ von 3 fl. = $^3/_8$ fl. = $22^1/_2$ kr.
$^1/_8$ von 4 fl. = $^1/_2$ fl. = 30 kr.; $^1/_8$ von 5 fl = $^5/_8$ fl. = $37^1/_2$ kr. 2c.

Auch haben wir schon häufig die Erfahrung gemacht, daß fähige Schüler auf dieser Stufe z. B. den 9ten Theil von 6 fl. kurz also fanden:

der 9te Theil von 3 fl. oder 9 mal 20 kr. = 20 kr.
der 9te Theil von 6 oder 3 + 3 fl. = 20 + 20 oder 40 kr.

Ebenso: der 32te Theil von 8 fl. oder 32 mal 15 kr. = 15 kr.
der 32te Theil von 24 oder 3 mal 8 fl. = 3 mal 15 oder 45 kr. 2c.

Beispiel 3. Wie viel beträgt $^1/_4$ von 2 Pfd. 25 Lth.?

1 Pfd. = 32 Loth; der 4. Theil von 1 Pfd. = 8 Loth, von 2 Pfd. = 2 mal 8 oder 16 Loth; der 4. Theil von 25 Loth = 6 Loth 1 Qt.; 16 Loth + 6 Loth 1 Qt. = 22 Loth 1 Qt. Also rc.

Beispiel 4. Wie groß ist $^1/_3$ von 2 Pfd. 25 Loth?

32 ist nicht durch 3 theilbar; ich mache daher die 2 Pfd. auch zu Loth. 2 Pfd. = 64 Loth; 64 + 25 Loth = 89 Loth = 60 + 29 Loth; $^1/_3$ von 60 + 29 Loth = 20 + 9 oder 29 Loth, Rest 2 Loth; 2 Loth = 8 Qt.; $^1/_3$ von 8 Qt. = $2^2/_3$ Qt. Also ist $^1/_3$ von 2 Pfd. 25 Loth = 29 Loth $2^2/_3$ Qt.

Aufgaben.

1) Wie viel beträgt von 3 fl. 36 kr. $^1/_4$? $^1/_5$? $^1/_6$?
2) Wie groß ist von 6 fl. 57 kr. $^1/_7$? $^1/_8$, $^1/_9$?
3) Wie heißt das 4tel (6tel, 8tel) von 3 Pfd. 30 Loth?
4) Wie viel kommt von 3 Eim. 45 Ms. auf $^1/_4$? auf $^1/_8$?
5) Welches ist der 9te Theil von 8 Schff. 5 Mtz.?
6) Wie suchst du $^1/_4$ von 3 Ctr. 75 Pfd. 24 Loth.?
7) A verdient in 3 Tagen 2 fl. 30 kr., wie viel in 1 Tg.?
8) Das Pfund zu 3 fl. 28 kr.; wie theuer ist $^1/_4$ Pfd.?
9) 12 Ellen kosten 8 fl. 42 kr.; wie hoch kommt 1 Elle?
10) Auf 5 Mrg. Feld werden 4 Mtz. 12 Ms. gesäet, wie viel auf 1 Morg.?
11) Wie viel für 1 Thlr., wenn 3 Pfd. 30 Loth 6 Thlr. kosten?
12) 6 Mrg. Weinberg ertragen 5 Fdr. 9 Eim. Most, w. v. 1 M.?
13) 15 Rth. Graben zu machen, kostet 9 fl. 48 kr., wie v. 1 Rth.?

b) Schriftlich.

$^1/_{24}$ von 21 fl. = ?

```
24 | 21 fl. | — fl.
     60
    ————
    1260 kr. | 52 kr.
    120
    ————
     60
     48
     12
    × 4
    ————
24 | 48 pf. | 2 pf.
     48
    ————
```

$^1/_{36}$ von 31 fl. 16 Loth = ?

```
36 | 31 Pfd. 16 Lth. | — Pfd.
     32
    ————
     62
     93
   + 16
36 | 1008 Loth | 28 Lth.
     72
     288
     288
    ————
```

2) $\frac{1}{18}$ von 7 fl. = $23\frac{16}{18}$ kr.	$\frac{1}{16}$ von 12 fl. 48 kr. = 48 kr.
$\frac{1}{12}$ von 10 Thlr. = 25 Gr.	$\frac{1}{21}$ von 18 Pfd. 12 Loth = 28 Lth.
$\frac{1}{25}$ von 14 Ctr. = 56 Pfd.	$\frac{1}{28}$ von 22 Eim. 48 Ms. = 52 Ms.
$\frac{1}{32}$ von 24 Pfd. = 24 Lth.	$\frac{1}{45}$ von 37 Rth. 6 Fß. = 10 Fß.

3) Die Zahl der höheren Sorte des Dividenden ist (als reine Zahl betrachtet) ein vermischtes Vielfaches vom Theiler.

a) Mündlich.

Ist das Bisherige gehörig geübt, so hat das Folgende keine Schwierigkeit. Man hat die zu theilende Zahl nur entsprechend zu zerlegen und dann von den erhaltenen Posten den verlangten Theil zu suchen.

Beispiel 1.

$\frac{1}{2}$ von 11 fl. = ? 11 fl. = 10 + 1 fl.; $\frac{1}{2}$ von 10 + 1 fl. = 5 fl. 30 kr.
$\frac{1}{3}$ von 11 fl. = ? 11 fl. = 9 + 2 fl.; $\frac{1}{3}$ von 9 + 2 fl. = 3 fl. 40 kr.
$\frac{1}{4}$ von 11 fl. = ? 11 fl. = 8 + 3 fl.; $\frac{1}{4}$ von 8 + 3 fl. = 2 fl. 45 kr.
$\frac{1}{6}$ von 11 fl. = ? 11 fl. = 6 + 5 fl.; $\frac{1}{6}$ von 6 + 5 fl. = 1 fl. 50 kr.

Beispiel 2. $\frac{1}{5}$ von 168 fl. = ?

168 fl. = 150 + 18 fl.; 18 fl. = 15 + 3 fl.; $\frac{1}{5}$ von 150 fl. = 30 fl.; $\frac{1}{5}$ von 15 fl. = 3 fl.; 30 + 3 fl. = 33 fl.; $\frac{1}{5}$ von 3 fl. = 36 kr.; zusammen: 33 fl. 36 kr.

Aufgaben:

$\frac{1}{2}$ von 3, 5, 7, 9, 15, 27, 51, 75 fl.? (Thlr.? Pfd.?)
$\frac{1}{3}$ von 4, 8, 10, 17, 22, 32, 40, 100 fl.? (Thlr.? Schff.?)
$\frac{1}{4}$ von 5, 10, 15, 21, 34, 47, 175 fl.? (Thlr.? Ctr.?)
$\frac{1}{5}$ von 6, 12, 18, 24, 31, 87, 163 fl.? (Thlr.? Rs.?)
$\frac{1}{6}$ von 7, 14, 21, 28, 35, 75, 278 fl.? (Thlr.? Rth.?)

Dergleichen Aufgaben bis zur möglichst großen Fertigkeit.

Beispiel 3. $\frac{1}{4}$ von 43 fl. 27 kr. = ?

$\frac{1}{4}$ von 43 fl. = 10 fl. 45 kr.; $\frac{1}{4}$ von 27 kr. = 6 kr. 3 pf.; 10 fl. 45 kr. + 6 kr. 3 pf. = 10 fl. 51 kr. 3 pf.

Beispiel 4. $\frac{1}{9}$ von 43 fl. 27 kr. = ?

43 fl. 27 kr. = 36 fl. + 7 fl. 27 kr.; $\frac{1}{9}$ von 36 fl. = 4 fl.; 7 fl. 27 kr. = 420 + 27 = 447 kr.; 447 kr. = 360 + 87 kr.; $\frac{1}{9}$ von 360 + 87 kr. = 40 + $9\frac{6}{9}$ oder $49\frac{6}{9}$ kr.; zusammen 4 fl. $49\frac{6}{9}$ kr.

Oder: 43 fl. 27 kr. = 36 fl. + 6 fl. + 1 fl. 27 kr.; $\frac{1}{9}$ von 36 fl. = 4 fl.; $\frac{1}{9}$ von 6 fl. = 40 kr.; zusammen 4 fl. 40 kr.; 1 fl. 27 kr. = 87 kr.; $\frac{1}{9}$ von 87 kr. = $9\frac{6}{9}$ kr.; 4 fl. 40 kr. + $9\frac{6}{9}$ kr. = 4 fl. $49\frac{6}{9}$ kr.

Aufgaben.

1) $^1/_2$ von 13 fl. 15 kr. = ?
2) $^1/_3$ von 20 fl. 16 kr. = ?
3) $^1/_4$ von 15 Pfd. 30 Lth. = ?
4) $^1/_7$ von 52 Woch. 1 Tg. = ?
5) $^1/_3$ von 50 fl. 20 kr. = ?
6) $^1/_6$ von 81 Eim. 25 Ms. = ?
7) $^1/_{12}$ von 75 Pfd. 30 Lth. = ?
8) $^1/_{15}$ von 100 Thlr. 25 Gr. = ?
9) 1 Eimer zu 53 fl. 18 kr.; wie theuer ist $^1/_4$ Eimer?
10) 1 Schff. Mohn gibt 81 Pfd. 24 Loth Oel, wie v. gibt 1 Mtz.?
11) A zahlt von 10 Tgw. 68 fl. 45 kr. Pachtgeld, wie v. von 1 Tgw.?
12) Für 8 Thlr. erhält man 23 Mtz. 6 Ms., wie viel für 1 Thlr.?
13) N verschrieb in 5 Jahren 19 Rs. 15 Buch Papier, wie viel in 1 Jahr?
14) Für 17 fl. 37 kr. 2 pf. erhält man 10 Pfd.; wie viel kostet 1 Pfd.?
15) Das Loth zu 13 kr. 2 pf.; wie hoch kommt das Qt.?
16) Für 1 Sechser 15 Loth 3 Qt., wie viel für 1 Kreuzer?
17) A verdient in 2 Woch. 3 Tg. 13 fl. 40 kr., wie v. in 1 Tg.?
18) 2 Loth 2 Qt. zu 3 fl. 15 kr.; wie theuer ist 1 Quint?
19) 1 Pfd. 10 Lth. zu 1 fl. 45 kr.; wie viel kostet 1 Loth?
20) B kauft 75 Ellen um 125 fl., wie theuer muß er die Elle verkaufen, um 27 kr. zu gewinnen?

Die Elle kostet ihn $^1/_{75}$ von 125 (= 75 + 50) fl., d. i. $1^2/_3$ fl. = 1 fl. 40 kr.; also muß er sie um 1 fl. 40 kr. + 27 kr. = 2 fl. 7 kr. wieder verkaufen.

b) Schriftlich.

$^1/_{18}$ von 859 fl. = ?

```
18 | 859 fl. | 47 fl.
     72
     ---
     139
     126
     ---
      13
      60
18 | 780 kr. | 43 kr.
     72
     ---
      60
      54
     ---
       6
       4
18 | 24 pf. | 1 6/18 pf.
     18
     ---
      6
```

$^1/_{25}$ von 837 fl. 48 kr. 3 pf. = ?

```
25 | 837 fl. 48 kr. 3 pf. | 33 fl.
     75
     ---
     87
     75
     ---
     12
     60
25 | 768 kr. | 30 kr.
     75
     ---
     18
      4
25 | 75 pf. | 3 pf.
     75
     ---
```

Aufgaben:

3) $^1/_8$ von 1539 fl. = ? Antw.: 192 fl. 22 kr. 2 pf.
$^1/_6$ von 8345 Pfd. = ? Antw.: 1390 Pfd. 26 Lth. $2^4/_6$ Qt.
$^1/_8$ von 2175 Schff. = ? Antw.: 271 Schff. 5 Mtz. 4 Ms.
$^1/_{12}$ von 879 Thlr. = ? Antw.: 73 Thlr. 7 Gr. 6 Pfg.
$^1/_{15}$ von 3456 fl. 34 kr. 3 pf. = 230 fl. 26 kr. $1^3/_{15}$ pf
$^1/_{16}$ von 771 Rth. 5 Fß. 7 Zoll. = 128 Rth. 6 Fß. $11^1/_6$ Zll.
$^1/_{23}$ von 465 Ctr. 58 Pfd. 24 Lth. = 20 Ctr. 24 Pfd. 9 Lth. $1^{13}/_{23}$ Qt.
$^1/_{96}$ von 8765 Pfd. 30 Lth. 3 Qt. = 91 Pfd. 9 Lth. $3^{91}/_{96}$ Qt.

Mündlich (soweit es angeht) und schriftlich.

4) 24 Personen haben 13 fl. unter sich zu theilen; wie viel kommt auf eine derselben? Antwort: 32 kr. 2 pf.
5) 1 Ctr. Samen zu 70 fl.; wie hoch k. 1 Pfd.? Antw.: 42 kr.
6) 16 Schützen gewinnen 28 fl.; was erhält Einer? (1 fl. 45 kr.)
7) 20 Ctr. kosten 1571 Thlr.; was kostet 1 Ctr.? ($78^{11}/_{20}$ Thlr.)
8) 6 Personen theilen sich in 135 Pfd. 24 Lth.; wie viel erhält jede? Antwort: 22 Pfd. 20 Lth.
9) In 9 Jahren erspart sich A 158 fl. 24 kr., wie viel jährlich? Antw.: 17 fl. 36 kr.
10) Ich kaufe 15 Morgen Wiesen um 2158 fl. 48 kr.; was kostet 1 Morg.? Antw.: 143 fl. $55^1/_5$ kr.
11) Ein Kaufmann setzt in 13 Wochen 35 Ctr. 84 Pfd. 24 Loth Waare ab, wie viel in 1 Woche? Antw.: 2 Ctr. 75 Pfd. 24 Lth.
12) Für 375 fl. 48 kr. 3 pf. erhalte ich 17 Ctr.; was kostet 1 Ctr.? Antwort: 22 fl. 6 kr. $1^{10}/_{17}$ pf.
13) Ein Gastwirth schenkt in 30 Wochen 13 Fdr. 8 Eim. 48 Ms. aus; wie viel in einer Woche? Antw.: 5 Eim. $31^7/_{15}$ Ms.
14) Das Pfund zu 20 fl.; wie hoch kommt 1 Loth? ($37^1/_2$ kr.)
15) Der Centner zu 17 fl. 42 kr. 3 pf.; wie kommt das Pfd.? Antwort: 10 kr. $2^{51}/_{100}$ pf.
16) Ein Eimer Wein zu 64 Ms. kostet 9 fl. 54 kr.; was kostet 1 Ms.? Antw.: 9 kr. $1^1/_8$ pf.
17) In 4 Wochen werden 19 Pfd. Kaffee verbraucht; wie viel in 1 Tg.? Antwort $21^5/_7$ Loth.

Mündlich. Ich suche zuerst, wie viel Kaffee in einer Woche verbraucht wird, und dann, wie viel in 1 Tg. Da in 4 Wochen 19 Pfd. Kaffee

aufgehen, so macht das auf 1 Woche den 4ten Theil von 19 Pfd.; der 4te Theil von 19 Pfd. = 4 Pfd. 24 Lth. Mithin kommt auf 1 Tg. $^1/_7$ von 4 Pfd. 24 Loth. 4 Pfd. 24 Loth = 3 Pfd. 16 Loth und (16 + 24 =) 40 Loth. $^1/_7$ von 3 Pfd. 16 Loth ($3^1/_2$ Pfd. = $^7/_2$ Pfd.) = 16 Loth; und $^1/_7$ von 40 Loth = $5^5/_7$ Loth; 16 + $5^5/_7$ Loth. = $21^5/_7$ Lth. Also rc.

Schriftlich. 4 Wch. 28 | 19 Pfd. |
7
28 Tg.

18) 8 Rth. Mauer zu 92 fl.; wie hoch kommt 1 Fuß?
Antwort: 57 kr. 2 pf.

19) 6 Pfd. 18 Lth. zu 12 Thlr. 18 Gr.; wie theuer ist 1 Loth?
Antwort: 1 Gr. $9^3/_5$ Pfg.

6 Pfd. 18 Lth. 12 Thlr. 18 Gr.
32 30
192 210 | 378 Gr. |
18
210 Lth.

20) 3 Fdr. 4 Eimer zu 480 fl.; was kostet 1 Eim.? (12 fl.)

21) 1 Pfd. Saffran zu 37 fl. 20 kr.; w. theuer ist 1 Qt.? (17 kr. 2 pf.)

22) 3 Ries Papier zu 24 fl. 30 kr.; was k. Bg.? (1 kr. $^2/_{24}$ pf.)

23) 5 Schff. zu 225 fl.; wie hoch kommt die Ms.? (28 kr. $^1/_2$ pf.)

24) Für 3 Fdr. 5 Eim. 36 Ms. zahlt man 1000 fl.; wie hoch kommt 1 Ms.? Antw.: 22 kr. $2^{600}/_{2660}$ pf.

25) Wie hoch kommt 1 Qt., wenn 12 Lth. 3 Qt. 35 fl. 48 kr. kosten? Antw.: 42 kr. $^8/_{17}$ pf.

26) In einer Handlung werden in einem Jahre 14 Ctr. 38 Pfd. 25 Loth, im andern Jahre 18 Ctr. 15 Pfd. 30 Loth, im dritten Jahre 23 Ctr. 41 Pfd. 15 Loth, und im vierten Jahre 25 Ctr. 20 Pfd. 28 Loth verkauft. Wie viel beträgt der Absatz durchschnittlich in 1 Jahre? Antw.: 20 Ctr. 29 Pfd. $8^1/_2$ Lth.

27) Der Scheffel Weizen kostet an einem Orte 20 fl. 25 kr., an einem andern Orte 21 fl. 45 kr. und an einem dritten Orte 23 fl. 30 kr. Was ist der Durchschnittspreis?
Antwort: 21 fl. 53 kr. $1^1/_3$ pf.

28) Es hat Jemand 575 fl. 40 kr. zu bezahlen und soll diese Summe in 4 Terminen abtragen. Wie viel kommt auf 1 Termin?
Antwort: 143 fl. 55 kr.

29) Ein Beamter nimmt jährlich 1200 fl. ein. Wie viel kommt auf 1 Tag? Antwort: 3 fl. 17 kr. $1^{15}/_{365}$ pf.

30) Ein Vater hinterläßt seinen 6 Söhnen und den 4 Kindern seiner verstorbenen Tochter 27850 fl. 12 kr.; wie viel erbt jedes seiner Kinder und jeder seiner Enkel?
Antw.: Jedes Kind 3978 fl. 36 kr., jeder Enkel 994 fl. 39 kr.

31) Die jährlichen Einkünfte des bayer. Staates betragen 32 Mill. Gulden. Wie viel kommt auf 1 Tag?
Antwort: 87671 fl. 13 kr. $3^{325}/_{365}$ pf.

32) Acht Männer verdienen in 6 Tagen 40 fl. 48 kr.; wie viel verdient 1 Mann in 1 Tag? Antwort: 51 kr.

B. Das Enthaltensein.

Es wurde früher bemerkt, beim Dividiren mit benannten Zahlen nach dem Begriffe des Enthaltenseins müßten Divisor und Dividend gleicher Art und gleiches Namens sein. In der Aufgabe: wie oft sind 12 Loth in 3 Pfd. enthalten? sind Divisor und Dividend nun zwar gleichartig, aber nicht gleichnamig. Und dessenungeachtet ist die Ausrechnung möglich. Da man nämlich 12 Loth von 3 Pfd. wiederholt abziehen kann; so muß man auch finden können, wie oft 12 Loth in 3 Pfd. enthalten sind. Sowie man aber, um 12 Loth von 3 Pfd. wiederholt wegnehmen zu können, die Pfunde in Loth auflösen muß: so muß man auch, um finden zu können, wie oft 12 Loth in 3 Pfd. enthalten sind, Divisor und Dividend (12 Loth und 3 Pfd.) auf gleiche Namen bringen. Die gegebenen gleichartig benannten Zahlen können also zwar ungleichnamig sein; sie müssen aber vor der Division in gleichbenannte Zahlen verwandelt werden.

a) Mündlich.

1) Wie oft sind enthalten 8 kr. in 48 kr.? 12 Pfd. in 96 Pfd.?

8 kr. sind in 48 kr. so oft enthalten, als sie sich davon wegnehmen lassen. 8 kr. lassen sich aber von 48 kr. so oft wegnehmen, als 8 von 48 abgezogen werden kann. 8 kr. sind daher in 48 kr. so oft enthalten als 8 in 48, nämlich 6 mal.

2) Wie oft können 6 Thlr. von 150 Thlr. weggenommen werden?

3) Wie oft muß ich 15 Gr. zusammen legen, um 300 Gr. zu erhalten?

4) Wie oft sind 12 kr. in 7 fl. enthalten? rc.

a) 12 kr. in 7 fl. = 12 kr. in 420 kr. = 12 in 420; 420 = 360 + 60; 12 in 360 + 60 = 30 + 5 = 35; also sind 12 kr. in 7 fl. 35 mal.

b) 12 kr. in 7 fl. = 2 Sechser in 70 Sechsern = 2 in 70 = 35 mal.
c) 12 kr. in 7 fl. = 1 Zwölfer in 35 Zwölfern = 1 in 35 = 35 mal.
d) 12 kr. sind in 1 fl. oder 60 kr. 5 mal, in 7 fl. also 7 mal 5 oder 35 mal.

5) Eine Anzahl Arbeiter hat zusammen 25 fl. verdient; jeder bekommt 48 kr.; wie viele sind ihrer gewesen?
6) 3 Ctr. Waare sind in Paquete von je 20 Pfd. zu verpacken; wie viele Paquete werden es?
7) A hat 36 Thlr. und gibt täglich 24 Gr. davon aus; wie lange wird er mit dem Gelde reichen?
8) Wie oft kann man 3 kr. 3 pf. von 15 kr. nehmen?

3 kr. 3 pf. = 15 pf.; 15 kr. = 60 pf.; 3 kr. 3 pf. sind in 15 kr. so oft enthalten als 15 pf. in 60 pf.; 15 pf. sind in 60 pf. 4 mal. Also sind auch 3 kr. 3 pf. in 15 kr. 4 mal enthalten.

9) Wie oft können 1 Loth 2 Qt. von 21 Loth genommen werden?
10) A besitzt 5 fl. 24 kr.; wie oft kann er 36 kr. davon nehmen?
11) Wie oft muß man 2 fl. 24 kr. zusammen legen, um 36 fl. zu erhalten?
12) Wie oft sind 6 kr. 1 pf. in 56 kr. 1 pf. enthalten?
13) Wie oft lassen sich 5 Loth 2 Qt. von 27 Loth 2 Qt. wegnehmen?
14) B kauft für 22 fl. 30 kr. Tuch, die Elle zu 1 fl. 30 kr.; wie viele Ellen hat er genommen?

b) Schriftlich.

Beispiel. Wie oft sind 5 fl. 36 kr. in 240 fl. 48 kr. enthalten?

```
   5 fl. 36 kr.  |  240 fl. 48 kr.
   60            |   60
  -----------    | -------------
   336 kr.       |  14448 kr. | 43
                    1344
                   ------
                    1008
                    1008
                   ------
```

5 fl. 36 kr. sind in 240 fl. 48 kr. so oft enthalten, als 336 kr. in 14448 kr. = 336 in 14448 = 43 mal.

Aufgaben:

1) 8 fl. in 1200 fl. = 150. 4 Thlr. in 1280 Thlr. = 320.
5 Ell. in 1750 E. = 350. 52 Wch. in 1000 Wch. = $19^{12}/_{52}$.

75 Pfd. in 3720 Pfd. = $49\frac{45}{75}$. 144 Zll. in 24000 Zoll = $166\frac{96}{144}$.
24 Bg. in 7500 Bg. = $312\frac{12}{24}$. 128 Qt. in 96000 Qt. = 750.
365 Tg. in 10000 Tg. = $27\frac{145}{365}$.

2) 45 kr. in 25 fl. = $33\frac{15}{45}$.
28 Lth. in 20 Pfd. = $22\frac{24}{28}$.
40 Ms. in 16 Eim. = $25\frac{24}{40}$.
18 pf. in 24 Thlr. = 480.
32 Bg. in 12 Rs. = 180.
48 Ms. in 15 Fdr. = 240.
21 Qt. in 2 Ctr. = $1219\frac{1}{21}$.
36 Lin. in 5 Rth. = 240.
75 Min. in 4 Woch. = $537\frac{45}{75}$.

3) 48 kr. in 5 fl. 24 kr. = $6\frac{36}{48}$.
24 Gr. in 7 Thlr. 18 Gr. = $9\frac{12}{24}$.
35 Wch. in 9 J. 18 W. = $13\frac{31}{35}$.
1 fl. 45 kr. in 100 fl. = $57\frac{15}{105}$.
2 Pfd. 12 Lth. in 75 Pfd. = $31\frac{44}{76}$.
3 Eim. 48 Ms. in 25 E. = $6\frac{160}{240}$.
30 Lth. 2 Qt. in 16 Pfd. = $16\frac{96}{122}$.
8 Fß. 6 Zll. in 12 Rth. = $16\frac{96}{102}$.
5 Bch. 15 Bg. in 18 Rs. = $69\frac{15}{125}$.

4) 2 fl. 42 kr. in 99 fl. 54 kr. = 37.
2 fl. 20 kr. in 100 fl. 20 kr. = 43.
2 fl. 24 kr. in 295 fl. 12 kr. = 123.
3 Schff. 3 Mtz. in 24 Schff. 4 Mtz. = $7\frac{1}{21}$.
4 Eim. 36 Ms. in 30 Eim. 48 Ms. = $6\frac{216}{292}$.
12 Lth. 3 Qt. in 4 Pfd. 24 Lth. = $11\frac{47}{51}$.

5) Der Umkreis der Erde beträgt 5400 Meilen. In wie viele Theile (Grade) ist derselbe eingetheilt, da auf jeden Grad 15 Meilen kommen? Antwort: In 360.

6) Das Königreich Bayern enthält 1393 Quadratmeilen; Würtemberg enthält 350, Baden 278, Kurhessen 176, K. Sachsen 272, Hannover 698. Wie viel mal so groß ist Bayern als jeder dieser Staaten?

Antwort: Bayern ist $3\frac{343}{350}$ mal so groß als Würtemb., $5\frac{3}{258}$ mal so groß als Baden, $7\frac{161}{176}$ mal so groß als Kurhessen, $5\frac{33}{272}$ mal so groß als das Königr. Sachsen und $1\frac{695}{698}$ (also fast 2 mal) so groß als Hannover.

7) Ein Dienstknecht will sich 150 Thlr. ersparen und legt deßhalb nach jedem Monat 25 Gr. zurück. Wie lange braucht er dazu? Antwort: 180 Monate = 15 Jahre.

8) Wie oft können 75 Pfd. von 18 Ctr. weggenommen werden? Antwort: 24 mal.

9) Ein Kaufmann hat 48 Pfd. Gewürz und verkauft durchschnittlich jede Woche 20 Lth. davon, wobei noch 2 Loth eingewogen werden. Wie lange wird sein Vorrath ausreichen? ($69\frac{18}{22}$ Wch.)

10) Es hat Jemand 100 fl. und gibt täglich 2 fl. 45 kr. davon aus. Nach welcher Zeit wird seine Baarschaft zu Ende sein? Antwort: Nach $36\,^{60}/_{165}$ Tg.

11) Eine wohlthätige Frau will 87 fl. an mehrere arme Familien so vertheilen, daß jede 5 fl. 26 kr. 1 pf. erhält. Wie viele Familien werden hiervon bekommen? Antw.: 16 Familien.

12) Wie viele Kronenthaler geben 1000 fl.? Antw.: $370\,^{60}/_{162}$ Krthl.

13) Deßgleichen wie viele bayerische Thaler (2 fl. 24 kr.)? Fünffrankenthaler (2 fl. 20 kr.)? Preußenthaler (1 fl. 45 kr.)? Antw.: $416\,^{96}/_{144}$ bayer. Thlr.; $428\,^{4}/_{7}$ Fünffrankenthlr. und $571\,^{45}/_{105}$ prß. Thlr.

14) A will 240 fl. 48 kr. mit Ducaten zahlen und rechnet das Stück zu 5 fl. 30 kr. Wie viele hat er dazu nöthig? Antwort: $43\,^{250}/_{330}$ Duk.

15) Wie viele Fässer Wein á 2 Eimer 32 Ms. lassen sich aus einem Fasse füllen, das 3 Fdr. 2 Eimer 48 Ms. enthält? Antwort: $15\,^{80}/_{160}$ Fässer.

16) Ein Landwirth säet auf jedes Tagw. Ackerland 2 Mtz. 12 Ms. Korn und braucht zur Aussaat 8 Schff. 5 Mtz. 8 Ms. Wie viele Tagw. hat er besamt? Antw.: $19\,^{20}/_{44}$ Tgw.

17) In einer Papierniederlage befinden sich 5 Ballen 8 Rs. 15 Bch.; die Woche hindurch gehen gewöhnlich 6 Rs. 4 Bch. 20 Bg. ab. Auf welche Zeit wird der Vorrath ausreichen? ($9\,^{1416}/_{2976}$ Wch.)

18) Von einer Hinterlassenschaft im Betrage zu 8643 fl. 41 kr. 1 pf. bekommt jeder Erbe 1234 fl. 48 kr. 3 pf. Wie viele sind es der Erben? Antwort: 7.

Das Messen der Zahlen.

(Zahlenverhältniß.)

Eine Zahl durch eine andere messen, heißt bestimmen, was für ein Vielfaches, oder was für ein Theil eine Zahl von einer andern sei. Das geschieht, indem man sucht, wie oft die als Maß gesetzte Zahl in der zu bestimmenden Zahl enthalten ist.

Beispiel 1. Wie verhält sich 8 zu 2?

Aufl. 8 ist ein Vielfaches von 2. Was für ein Vielfaches 8 von 2 ist, ergibt sich, wenn ich suche, wie oft 2 von 8 genommen (weggemessen) werden

kann oder wie oft 2 in 8 enthalten ist. 2 ist in 8 viermal. Also ist 8 das 4fache von 2.

Beispiel 2. Wie verhält sich 2 zu 8?

Aufl. Hier ist es die 2, welche näher zu bestimmen ist. 8 ist in 2 nur mit 2 Achttheilen oder mit 1 Viertheile enthalten. Also ist 2 nur 2mal der 8te oder einmal der 4te Theil von 8.

Oder wir suchen, wie oft 2 in 8 enthalten ist. 2 ist in 8 viermal. 8 ist das 4fache von 2. Folglich ist 2 der 4te Theil von 8.

Anm. Letzteres Verfahren führt nur dann bequem zum Ziele, wenn die zu messende kleinere Zahl in der größeren ohne Rest enthalten ist.

Beispiel 3. In welchem Verhältnisse steht 9 zu 12?

Aufl. Um dieß zu finden, suche ich, welche Theile von 12 in 9 einmal enthalten sind. 12 ist in 9 mit 9 Zwölftheilen oder mit 3 Viertheilen enthalten. 9 ist daher 9mal der 12te, oder 3mal der 4te Theil von 12.

Beispiel 4. In welchem Verhältnisse steht 48 zu 18?

Aufl. Die zu bestimmende Zahl ist 48; 48 ist ein Vielfaches von 18, aber kein reines. Ich denke mir daher 48 als 36 + 12. 18 liegt in 36 2mal und in 12 (= 6 + 6) $^2/_3$ mal; 18 ist also in 48 $2^2/_3$ mal enthalten. Folglich ist 48 $2^2/_3$ mal so groß als 18.

Eine kleinere Zahl ist in einer größeren entweder ohne Rest enthalten, oder nicht.

a) Ist die kleinere Zahl in der größeren ohne Rest enthalten, so ist die größere Zahl ein reines Vielfaches der kleineren, und die kleinere Zahl ist ein einfacher Theil der größeren.

b) Ist aber die kleinere Zahl in der größeren nicht ohne Rest enthalten, so ist die größere Zahl ein vermischtes Vielfaches der kleineren, und die kleinere ist ein mehrfacher Theil der größeren.

Eine Zahl, gegen eine kleinere gehalten, ist also entweder ein reines, oder ein gemischtes Vielfaches derselben, und gegen eine größere gehalten, entweder ein einfacher, oder ein mehrfacher Theil davon.

Fragen und Aufgaben:

1) Von welchen Zahlen ist 12 a) ein reines Vielfaches? (von 1, 2, 3, 4, 6); b) ein gemischtes Vielfaches? (von 5, 7, 8, 9, 10, 11); c) ein einfacher Theil? (von 24, 36, 48 2c.); d) ein mehrfacher Theil? (von 13, 14 2c.)

Dergleichen Fragen gebe man recht viele! Sehr gut ist es, alle Zahlen von 2 an etwa bis 20 oder 50 in dieser Weise bestimmen zu lassen. Z. B. 2 ist das Doppelte von 1, $^2/_3$ von 3, die Hälfte von 4, $^2/_5$ von 5, $^1/_3$ von 6 2c.; 3 ist dreimal so groß als 1, $1^1/_2$ mal so groß als 2, 1mal so groß als 3, $^3/_4$

von 4, $^3/_5$ von 5, $^1/_2$ von 6 ꝛc. Wir halten diese Uebung für die Spitze, d. i. für das Höchste im Rechnen mit reinen ganzen Zahlen.

2) Gebt Zahlenpaare an, wovon die größere Zahl das 2fache der kleineren ist! (1 und 2, 2 und 4, 3 und 6 ꝛc.)

Nennt Zahlenpaare, wovon die größere Zahl das 3fache (das 4fache, das 5fache ꝛc.) der kleineren ist!

3) Gebt zwei Zahlen an, wovon die kleinere Zahl genau die Hälfte ($^1/_3$, $^1/_4$ ꝛc.) von der größeren beträgt!

4) Nennt mehrere Zahlenpaare, wovon die kleinere in der größeren gerade 2 mal (3 mal, 4 mal ꝛc.) enthalten ist!

Anm. Hier bietet sich Gelegenheit, die Schüler zur Erkenntniß der wichtigen (mathematischen) Wahrheit gelangen zu lassen, daß eine Zahl in einer andern Zahl genau so oft enthalten sei, als die Hälfte der einen Zahl in der Hälfte der andern, als $^1/_3$ der einen Zahl in $^1/_3$ der andern ꝛc., als das 2fache der einen Zahl in dem 2fachen der andern ꝛc. Z. B:

48 liegt in 120 so oft als 24 + 24 in 60 + 60. Die eine 24 ist aber in der einen 60 eben so oft enthalten, als die andere 24 in der andern 60. So oft also die eine Hälfte von 48 in der einen Hälfte von 120 liegt, so oft sind beide Hälften von 48 in beiden Hälften von 120, so oft ist also auch die ganze 48 in der ganzen 120 enthalten. Um daher zu finden, wie oft 48 in 120 liegt, darf ich nur suchen, wie oft die eine Hälfte von 48 in der einen Hälfte von 120 enthalten ist. — Aus demselben Grunde finde ich dieß auch, wenn ich suche, wie oft $^1/_3$ von 48 in $^1/_3$ von 120, d. i. 16 in 40 liegt ꝛc.

5) Wie verhält sich

1 zu 4?	24 zu 72?	3 zu 2?	30 zu 18?
4 zu 1?	96 zu 24?	2 zu 3?	18 zu 30?
3 zu 15?	150 zu 30?	8 zu 3?	120 zu 80?
15 zu 3?	50 zu 150?	3 zu 8?	80 zu 120?
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

6) In welchem Verhältnisse stehen zu einander:

4 Loth u. 16 Loth?	1 Loth u. 1 Pfd.?	3 Qt. u. 3 Lth. 3 Qt.?
12 Pfd. u. 72 Pfd.?	2 Loth u. 1 Pfd.?	36 kr. u. 3 fl. 24 kr.?
9 fl. u. 45 fl.?	4 Loth u. 1 Pfd.?	20 Gr. u. 4 Thlr. 10 Gr.?
6 Thlr. u. 84 Thlr.?	8 Loth u. 1 Pfd.?	25 Pfd. u. 1 Ctr. 50 Pfd.?
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

Eine Zahl, welche in einer größeren Zahl ohne Rest enthalten ist, von derselben also zwei- oder mehreremal, ohne daß ein Rest bleibt, weggenommen (weggemessen) werden kann, nennt man das **Maß** derselben.

Fragen:

1) Durch welche Zahlen (außer 1) läßt sich 12 aufmessen? (durch 2, 3 ꝛc.) Durch welche 18? 21? 24? 28? 32? 36? ꝛc.

2) Nennt Zahlen, welche sich durch 2 aufmessen lassen! Zahlen, welche 6 (8; 12; 7; 15 ꝛc.) zum Maße haben!

Jede Zahl, worin z. B. 6 ohne Rest enthalten ist, läßt sich auch ohne Rest in 6 gleiche Theile zerlegen, ist also durch 6 (ohne Rest) theilbar.

1) Nennt Zahlen, welche theilbar sind durch 2! 3! 4! ꝛc.

2) Durch welche Zahlen läßt sich 48 (54, 64 ꝛc.) auftheilen?

Regeldetri-Aufgaben.

(Multipliciren und Dividiren; Enthaltensein und Theilen; Zahlenmessen.)

Mündlich.

1) 2 Arb. verdienen 36 kr.; wie viel verdienen 12 Arbeiter?

Die Aufgabe verlangt, daß berechnet werde, wie viel 12 Arbeiter verdienen. Was 12 Arb. verdienen, läßt sich leicht berechnen,

1) wenn man weiß, was 1 Arb. verdient; 12 Arb. = 12 mal 1 Arb.; also verdienen sie auch 12 mal so viel als 1 Arb.;
2) wenn man weiß, was 2 Arb. verdienen; 12 Arb. = 6 mal 2 Arb., also verdienen sie auch 6 mal so viel als 2 Arb.;
3) wenn man weiß, was 3 Arb. verdienen; 12 Arb. = 4 mal 3 Arb., also verdienen sie auch 4 mal so viel als 3 Arb;
4) wenn man weiß, was 4 Arb. verdienen; 12 Arb. = 3 mal 4 Arb., also verdienen sie auch 3 mal so viel als 4 Arb.;
5) wenn man weiß, was 6 Arb. verdienen; 12 Arb. = 2 mal 6 Arb., also verdienen sie auch 2 mal so viel als 6 Arb.;
6) wenn man weiß, was 24 Arb. verdienen; 12 Arb. = $\frac{1}{2}$ mal 24 Arb., also verdienen sie auch nur halb so viel als 24 Arbeiter.

ꝛc.

Die Aufgabe sagt uns, was 2 Arbeiter verdienen. 2 Arbeiter verdienen 36 kr.; also verdienen 12 oder 6 mal 2 Arbeiter 6 mal 36 kr.; 6 mal 36 kr. = 6 mal $\frac{1}{2}$ fl. + 6 mal 6 kr. = 3 fl. 36 kr.

Oder: Was 12 Arbeiter verdienen, läßt sich auch finden, wenn ich weiß, wie viel einer bekommt. Das kann ich leicht berechnen, weil ich weiß, wie viel zwei erhalten. 2 Arbeiter verdienen 36 kr.; 1 Arbeiter verdient die Hälfte von 36 kr., d. i. 18 kr.; mithin verdienen 12 Arbeiter 12 mal 18 kr.; 12 mal 3 Sechser = 36 S. = 3 fl. 36 kr.

Anm. Auch hier ist es Hauptsache, daß zuerst einige Aufgaben recht ausführlich und durchsichtig behandelt werden. Das Schnellrechnen gibt sich dann von selbst. Erst das Verständniß, dann die Uebung; erst die Einsicht, dann die Fertigkeit.

2) 3 Ellen kosten 2 fl. 32 kr.; wie theuer sind 36 (45) Ellen?
3) Mit 8 fl. kauft man 37 Pfd. 24 Lth., wie viel für 56 (72 fl.)?
4) Jemand verdient in 4 Tg. 1 fl. 36 kr.; wie viel in 32 (64) Tg.)?
5) Wie hoch kommt der Metzen, wenn man für 25 kr. 4 Ms. kauft?
6) Wie viel für 1 fl., wenn 28 Lth. 12 (15, 20) kr. kosten?
7) Was kostet 1 Ctr., wenn 25 (10, 5) Pfd. 15 fl. 30 kr. kosten?
8) 12 Mann verdienen 17 fl. 30 kr.; wie viel kommt auf 4 Mann?
9) 18 Ellen kosten 63 fl. 48 kr.; wie theuer sind 3 Ellen?
10) In 48 Tagen braucht man 75 Pfd. Oel, wie viel in 6 (4) Tg.?
11) Das Buch Papier zu 15 kr.; wie theuer sind 6 (8) Bg.?
12) Für 1 Thlr. 18 Lth. 2 Qt., wie viel für 6 Gr.?
13) Das Pfd. zu 35 kr. 2 pf.; wie kommen 8 (4) Loth?
14) 12 Ellen Band zu 18 Gr.; wie hoch kommen 180 Ellen?
15) Ich kaufe 24 Pfd. Flachs um 7 Thlr. und gebe 6 Pfd. davon weg. Wie viel muß ich dafür erhalten?
16) Ich liefere 42 Scheffel Dinkel für 250 fl.; 7 Scheffel gibt mein Freund dazu. Wie viel beträgt sein Antheil am Erlös?
17) 30 Pfd. kommen auf 17 fl. 24 kr.; wie theuer sind 120 Pfd.?

Schriftlich.

18) 24 Ellen zu 31 fl. 42 kr.; was kosten 360 Ellen?

So oft 24 Ellen, so viel mal 31 fl. 42 kr. Ich suche darum zuerst, wie oft 24 Ellen in 360 Ellen enthalten sind.

24 E. | 360 E. | 15 mal
24
120
120

24 Ellen sind in 360 Ellen 15 mal enthalten. Also sind 360 Ellen 15 mal 24 Ellen, und darum kosten sie auch 15 mal 31 fl. 42 kr.

31 fl.	42 kr.
15	15
155	210
32	42
10	60 | 630 | 10 fl. 30 kr.
475 fl.	

Als Probe:

360 Ellen kommen auf 475 fl. 30 kr.; was kosten 24 Ellen?

Um finden zu können, was 24 Ellen kosten, muß ich erst wissen, was sie für ein Theil von 360 Ellen sind. Dieß ergibt sich, wenn ich weiß, wie oft sie in 360 Ellen enthalten sind.

```
24 | 360 | 15
     24
     ---
     120
     120
     ---
```

Da 24 Ellen in 360 Ellen gerade 15mal enthalten sind, so sind sie $^1/_{15}$ von 360 Ellen. Folglich kosten sie den 15ten Theil von 475 fl. 30 kr.

```
15 | 475 fl. 30 kr. | 31 fl.
     45
     --
     25
     15
     --
     10
     60
15 | 630 kr. | 42 kr.
     60
     --
     30
     30
     --
```

Für 38 fl. 45 kr. erhält man 7 Pfd.; wie hoch kommen 84 Pfd.?

Wie theuer sind 8 Ellen, wenn man für 360 Ellen 765 fl. zahlt?

Um den Schüler in den Stand zu setzen, sogleich zu erkennen, ob die niedere Zahl auch in einer entfernt höheren Zahl ohne Rest enthalten sei, so ist nöthig, ihn auf die Kennzeichen der Theilbarkeit der Zahlen aufmerksam zu machen.

I. Durch 2 sind alle Zahlen ohne Rest theilbar, in deren Einerstelle 2 aufgeht. Z. B. 42, 74, 596, 718.

Grund: 2 geht auf in 10 oder in einem Zehner, also auch in mehreren Zehnern und in einem Hunderter, folglich auch in mehreren Hundertern und in einem Tausender ꝛc. Besteht also eine Zahl bloß aus Zehnern, Hundertern, Tausendern (40, 700, 890, 3780) u. s. f.; so ist sie ohnehin durch 2 theilbar. Daher hat man bei einer Zahl, welche auch Einer enthält, bloß auf diese zu sehen. Sind die Einer durch 2 theilbar, so ist es die ganze Zahl.

Anm. Bei Gelegenheit des Halbirens der Zehnerzahlen (Seite 83) haben sich die Schüler diejenigen Zehnerzahlen einzuprägen gehabt, deren Hälften wieder reine Zehnerzahlen sind. So ist es dort zu nehmen.

1) Wie theuer sind 178 Ellen, 2 Ellen zu 5 fl. 37 kr. 2 pf.? Antwort: 500 fl. 37 kr. 2 pf.

2) Für 96 Pfd. 23 Loth sind 156 fl. zu bezahlen; wie viel erhalte ich für 2 fl.? Antwort: 1 Pfd. 7 Lth. $2^{56}/_{78}$ Qt.

II. Durch 4 ist jede Zahl theilbar, deren Einer und Zehner — als eine Summe von Einern betrachtet — durch 4 theilbar sind. Z. B.: 236, 784, 9328, 19032, 37860, 75408.

Grund: 4 geht auf in 100 oder in einem Hunderter, also auch in mehreren Hundertern und in 1 Tausender, folglich auch in mehreren Tausendern und in 1 Zehntausender rc. Besteht also eine Zahl bloß aus Hundertern, Tausendern u. s. f. (400, 8000, 7900 rc.), so ist sie jedenfalls durch 4 theilbar. Darum hat man bei einer Zahl, die auch Zehner und Einer enthält, bloß auf diese zu achten: sind sie durch 4 theilbar, so ist's die ganze Zahl.

3) 4 Pfd. zu 17 fl. 46 kr.; wie hoch kommen 168 Pfd.? Antw.: 746 fl. 12 kr.

4) Für 1234 fl. erhalte ich 236 Ellen; was kosten 4 Ellen? Antwort: 20 fl. 54 kr. $3^{39}/_{59}$ pf.

III. Durch 8 ist jede Zahl theilbar, deren Einer, Zehner und Hunderter durch 8 aufgehen. Z. B.:

3,248; 50,728; 84,064; 93,720; 7,800.

Grund: 1000 und folglich alle höheren Einheiten (3000; 50000; 74000; 800000; 123000) sind immer durch 8 theilbar, die Hunderter, Zehner und Einer aber nicht immer. Mithin hat man auch bloß auf letztere Rücksicht zu nehmen. Geht 8 in diesen auf, so ist die ganze Zahl durch 8 theilbar.

5) Was kosten 1968 Pfd.; für 7 fl. 52 kr. 2 pf. erhalte ich 8 Pfd.? Antwort: 1937 fl 15 kr.

6) A kauft 25 Eimer 40 Ms. zu 375 fl.; wie hoch kommen 8 Ms.? Antwort: 1 fl. 49 kr. $3^{5}/_{205}$ pf.

IV. Durch 5 ist jede Zahl theilbar, welche am Ende 0 oder 5 hat. Z. B.: 10; 65; 170; 285; 3700; 7845.

Grund: Alle Zehner, Hunderter, Tausender rc. sind durch 5 theilbar Sind nun auch gerade 5 Einer da (nicht mehr und nicht weniger), so muß die ganze Zahl durch 5 theilbar sein.

7) In 5 Tagen werden 12 fl. 48 kr. verdient, was in 365 Tg.? Antwort: 934 fl. 24 kr.

8) Auf 130 Tage kommen 48 Pfd. 24 Loth Brennöl; wie viel auf 5 Tg.? Antwort: 1 Pfd. 28 Lth.

V. Durch 10 ist jede Zahl theilbar, welche am Ende eine oder mehrere Nullen hat. Z. B.: 20, 450; 900; 7400.

Durch 100 ist jede Zahl theilbar, welche am Ende zwei oder noch mehr Nullen hat. Z. B.: 800, 9000, 7800 ꝛc.

Grund!

9) 100 fl. Kpt. werfen 5 fl. Zins ab; was kommt auf 1000 fl. Kpt.? Antw.: 50 fl.

10) 100 fl. tragen 4 fl. 30 kr. Zins; wie viel Zins tragen 10 fl.? Antwort: 27 kr.

11) 10 Pfd. werden mit 2 fl. 42 kr. bezahlt; wie hoch kommt der Ctr.? Antw.: 27 fl.

VI. Durch 3 ist eine Zahl theilbar, deren Quersumme durch 3 aufgeht. Z. B. 7542. Man betrachtet nämlich die 7 Tausender, 5 H. und 4 Z. auch als Einer und zählt sie mit den 2 Einern zusammen, als: 7 + 5 + 4 + 2 = 18; 18 ist durch 3 theilbar, also geht auch 3 in 7542 auf.

Grund: Theilt man mit 3, so bleibt von jedem Zehner (= 9 + 1), von jedem Hunderter (= 99 + 1), von jedem Tausender (= 999 + 1) 1 Einer als Rest. Von 7 Tausf. bleiben also 7 Einer;
von 5 Hund. „ „ 5 „ ;
von 4 Zehn. „ „ 4 „ ;
Fügt man hiezu auch die schon vorhandenen 2 „ ; so ergibt sich,
daß von 7542 die Summe aller Reste = 18 Einer ist.

In dem, was die Zahl 7542 mehr beträgt als 18 Einer, geht 3 ohnehin auf. Ist nun 3 (wie hier) auch in der Summe aller Reste, als welche die Quersumme zu betrachten ist, ohne Rest enthalten; so ist die ganze Zahl durch 3 theilbar.

12) Für 3 fl. erhalte ich 18 Pfd. 27 Loth, wie viel für 123 fl.? Antw.: 7 Ctr. 72 Pfd. 19 Lth.

13) 234 Stücke zu 175 fl. 20 kr.; was kosten 3 Stücke? Antw.: 2 fl. 14 kr. $3^{38}/_{78}$ pf.

VII. Durch 9 ist jede Zahl theilbar, deren Quersumme durch 9 aufgeht. Z. B.: 87642.

8 + 7 + 6 + 4 + 2 = 27; 27 ist durch 9 theilbar, also geht auch 9 in 87642 auf.

Grund, wie bei 3.

14) 9 Ellen zu 5 fl. 18 kr.; wie theuer sind 342 Ellen? Antw.: 201 fl. 24 kr.

15) 153 Pfd. zu 72 fl. 48 kr.; wie hoch kommen 9 Pfd.?
Antw.: 4 fl. 16 kr. $3\frac{13}{17}$ pf.

VIII. Durch 6 ist jede gerade Zahl theilbar, in deren Quersumme 3 aufgeht. Z. B.: 9624.

Die Zahl 9624 ist eine gerade Zahl. Auch ist ihre Quersumme (= 21) durch 3 theilbar. Folglich ist 6 in 9624 ohne Rest enthalten.

Grund: Wenn eine Zahl durch 2 und 3 ohne Rest sich theilen läßt, so ist ihre Hälfte und ihr Drittel eine ganze Zahl. Der Unterschied zweier ganzer Zahlen ist wieder eine ganze Zahl. Der Unterschied von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ $(= \frac{3}{6} - \frac{2}{6})$ $= \frac{1}{6}$ der Zahl. Da nun $\frac{1}{6}$ der ganzen Zahl eine ganze Zahl ist, so läßt sie auch durch 6 ohne Rest sich theilen.

2 in 9642 = 4821
3 in 9642 = 3214
6 in 9642 = 1607

16) In 6 Tg. geht A 75 Std. weit, wie weit in 234 Tg.?
Antw.: 2925 Std.

17) Auf 132 Mann kommen 48 fl. 40; wie viel auf 6 Mann?
Antw.: 2 fl. $12\frac{16}{22}$ kr.

IX. Durch 11 sind dreistellige Zahlen ohne Rest theilbar, wenn ihre mittlere Stelle als die Summe der beiden äußeren erscheint. Z. B.: 253; 297; 572.

Grund!

18) 11 Ellen zu 29 fl. 8 kr.; wie hoch kommen 198 Ellen?
Antw.: 524 fl. 24 kr.

19) 242 Pfd. zu 170 fl. 54 kr.; wie theuer sind 11 Pfd.?
Antw.: 7 fl. $46\frac{2}{22}$ kr.

X. Durch 12 ist jede Zahl theilbar, welche durch 3 und 4 aufgeht. Z. B.: 5784.

Die Einer und Zehner 84 sind durch 4, die Quersumme 5 + 7 + 8 + 4 = 24 ist durch 3 theilbar; folglich geht 5784 durch 4 mal 3 d. i. durch 12 auf.

Grund wie bei 6.

20) In 12 Tagen braucht man 18 fl. 45 kr.; wie viel in 360 Tg.?
Antw.: 562 fl. 30 kr.

21) 144 Personen verzehren jährlich 195 Scheffel Korn; wie viel 12 Personen? Antw.: 16 Schff. 1 Mtz. 8 Ms.

XI. Durch 7, 11 und 13 ist jede 4= bis 6stellige Zahl theilbar, welche eben so viele Tausender zählt, als auf der Einer=, Zehner= und Hunderterstelle zusammengenommen Einer vorkommen; z. B.: 8008; 13013; 87087; 158158; 367367 ꝛc.

Grund:

1001 ist eine Zahl, die sowohl durch 7, als auch durch 11 und 13 ohne Rest theilbar ist.

7 in 1001 = 143
11 in 1001 = 91
13 in 1001 = 77

Auf Tausend fehlt mithin 1, um durch jede dieser 3 Zahlen theilbar zu sein. Ist nun den Tausendern eine gleich große Anzahl von Einern angehängt, so muß eine solche Zahl nothwendig durch 7, 11 oder 13 theilbar sein.

Fragen:

a) Welche Zahlen sind durch 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 und 13 theilbar?

b) Durch welche Zahlen sind folgende Zahlen theilbar: 256; 243; 486; 216; 252; 125; 1575; 3572; 3264; 1780; 8700; 9009; 3750; 792; 792792; 42042; 871871?

(Einige vermischte Aufgaben.)

22) 26 Schff. 4 Mtz. zu 150 fl. 40 kr.; was kosten 3 Schff. 2 Mtz.? Antwort: 18 fl. 50 kr.

Man sucht, wie oft 3 Schff. 2 Mtz. in 26 Schff. 4 Mtz. enthalten sind. Hieraus ergibt sich, was für einen Theil die 3 Schff. 2 Mtz. von 26 Schff. 4 Mtz. bilden. Diesen Theil nehme man dann von 150 fl. 40 kr.

23) Für 24 fl. 36 kr. 3 Pfd. 24 Loth; wie theuer sind 67 Pfd. 16 Loth? Antwort: 442 fl. 48 kr.

24) In 30 Wochen 2 Tg. macht A 5 Dutzend 10 Stück; wie viel in 4 Wochen 2 Tg.? Antwort: 10 Stück.

25) 5 Fdr. 9 Eimer zu 1000 fl.; wie hoch kommen 5 Eim. 48 Ms.? Antwort: 83 fl. 20 kr.

26) B reicht mit 3 Rs. 15 Bch. Papier 9 Monat, wie lange mit 2 Bll. 2 Rs. 10 Bch.? Antwort: $4\frac{1}{2}$ Jahre.

Fünfter Cursus.

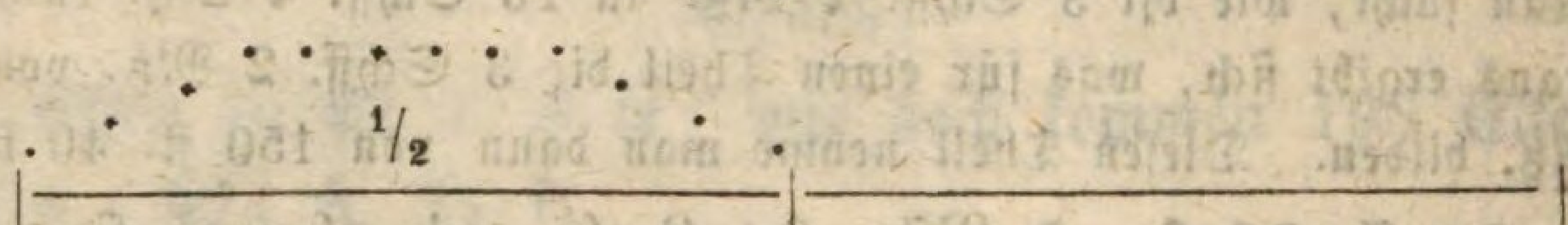
Von den gemeinen Brüchen.

Als Vorbereitung.

Wie beim ersten Unterrichte in der ganzen Zahl, so behandeln wir jetzt auch bei den Brüchen eine gewisse Anzahl derselben einzeln und zwar gleich nach verschiedenen Seiten hin. Dort schaute und verglich der Schüler die aus der Eins erzeugten ganzen Zahlen, hier schaut und vergleicht er die aus der Eins erhaltenen Theile. Wie dort, so ist uns auch hier die Veranschaulichung der Zahl wieder das Erste, und auch hier wird sie mehr durch die Schüler als durch den Lehrer ausgeführt.

Zu diesem Zwecke lassen wir einzelne derselben an die Wandtafel treten. Sie stellen einen Begriff oder eine Operation durch die Linie anschaulich dar. Die anderen sehen Anfangs zu, dann führen sie das Nämliche auf ihren Schiefertafeln aus. Dabei wird streng darauf gehalten, daß die Darstellung nett sei und genau. So wird das Geschäft der Anschaulichmachung zugleich auch eine Uebung für das Auge und für die Hand des Schülers.

1) Halbe.



1) Ein Ganzes, in zwei gleiche Theile getheilt, gibt 2 Halbe. Nimmt man einen Theil davon, so hat man ein Halbes $= \frac{1}{2}$. Ein Halbes oder ein Halb ist also die Hälfte von einem Ganzen.

Wie viel beträgt $\frac{1}{2}$ fl.? $\frac{1}{2}$ Thlr.? $\frac{1}{2}$ Ctr.?

2) $1 = \frac{2}{2}$; $2 = \frac{4}{2}$; $3 = \frac{6}{2}$ rc.; $\frac{2}{2} = 1$; $\frac{4}{2} = 2$; $\frac{6}{2} = 3$ rc.

3) Wie viel ist $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$? $+ \frac{1}{2}$? $+ \frac{1}{2}$? $+ \frac{1}{2}$? $+ \frac{1}{2}$ rc.?

4) $1 - \frac{1}{2} =$? $1 = \frac{2}{2}$; $1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2}$; $\frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Wie viel ist $8 - \frac{1}{2}$? $- \frac{1}{2}$? $- \frac{1}{2}$? $- \frac{1}{2}$? $- \frac{1}{2}$? $- \frac{1}{2}$?

5) Zu $\frac{1}{2}$ fehlt auf 1 Ganzes noch $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$ ist also um $\frac{1}{2}$ kleiner als 1 Ganzes.

$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$; 1 Ganzes ist also um $\frac{1}{2}$ größer als $\frac{1}{2}$.

Der Unterschied zwischen $\frac{1}{2}$ und 1 Ganzen ist demnach $\frac{1}{2}$.

6) $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$ kann von 1 Ganzen zweimal weggenommen werden; $\frac{1}{2}$ ist in 1 zweimal enthalten.

7) 1 Ganzes ist (also) das Doppelte von 1 Halben und 1 Halbes ist die Hälfte von 1 Ganzen.

2) Viertel.



1) Theilt man ein Ganzes in 4 gleiche Theile, so erhält man Viertheile oder Viertel; $1 = \frac{4}{4}$. Ein Theil davon ist $\frac{1}{4}$; 2 Theile davon $= \frac{2}{4}$; 3 Theile davon $= \frac{3}{4}$.

Suche von 1 fl. (Thlr., Pfd. ꝛc.) 1 Viertel! 2 Vrtl.! 3 Vrtl.!

2) $1 = \frac{4}{4}$; $2 = \frac{8}{4}$; $3 = \frac{12}{4}$ ꝛc.; $\frac{4}{4} = 1$; $\frac{8}{4} = 2$; $\frac{12}{4} = 3$ ꝛc.

3) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{2}{4}$ ꝛc.

4) $1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$; $1 - \frac{2}{4} = \frac{2}{4}$; $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.
$8 - \frac{3}{4} - \frac{2}{4} - \frac{1}{4} - \frac{2}{4} - \frac{3}{4} - \frac{2}{4} - \frac{3}{4}$ ꝛc.

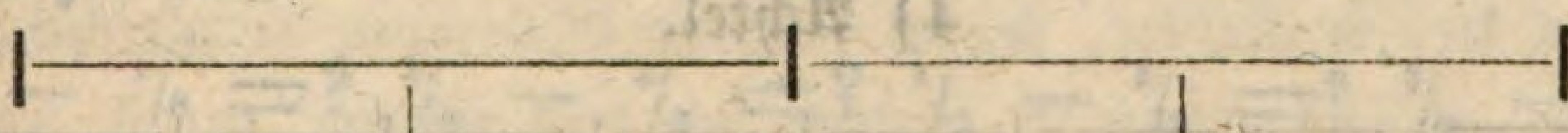
($8 - \frac{3}{4} = 7\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = 7\frac{1}{4}$; $7\frac{1}{4} - \frac{2}{4} = 7\frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 6\frac{3}{4}$ ꝛc.)

5) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen
$\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{4}$? $\frac{2}{4}$ und $\frac{3}{4}$? $\frac{2}{4}$ und 1?
$\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$? $\frac{3}{4}$ und 1? $\frac{1}{4}$ und 1?

6) $\frac{1}{4}$ läßt sich von $\frac{2}{4}$ 2 mal nehmen; $\frac{1}{4}$ ist in $\frac{2}{4}$ 2 mal.
$\frac{1}{4}$ läßt sich von $\frac{3}{4}$ 3 mal nehmen; $\frac{1}{4}$ ist in $\frac{3}{4}$ 3 mal.
$\frac{1}{4}$ läßt sich von $\frac{4}{4}$ 4 mal nehmen; $\frac{1}{4}$ ist in 1 4 mal.

7) $\frac{2}{4}$ sind das Doppelte von $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$ ist die Hälfte von $\frac{2}{4}$.
$\frac{3}{4}$ sind das 3fache von $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$ ist der 3. Thl. von $\frac{3}{4}$.
$\frac{4}{4}$ sind das 4fache von $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$ ist der 4. Thl. von 1 G.
$\frac{4}{4}$ sind das 2fache von $\frac{2}{4}$; $\frac{2}{4}$ sind die Hälfte von 1 G.

3) Halbe und Viertel.



1) Viertel entstehen, wenn ich das Ganze in 4 gleiche Theile theile. Dieß geschieht, indem ich das Ganze zuerst halbire und dann jede Hälfte wieder in 2 gleiche Theile zerlege. Also ist

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{4}{4};\quad \frac{4}{4} = \frac{2}{2} = 1.$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4};\quad \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

2) Vereinige $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ in eine Zahl! (Ebenso $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{2}$!)

Will ich 1 Groschen und 4 kr. zusammenzählen, so muß ich mir den Groschen auch als **Kreuzer** denken; ich muß beide also erst **gleichnamig** machen. Dem ähnlich muß ich thun, wenn ich $^1/_4$ und $^1/_2$ zusammenzählen will. $^1/_2 = ^2/_4$; anstatt $^1/_4$ und $^1/_2$ habe ich jetzt $^1/_4 + ^2/_4$, was eben so viel ist. $^1/_4 + ^2/_4 = ^3/_4$. Also ist $^1/_4 + ^1/_2$ in eine Zahl vereinigt $= ^3/_4$.

Wie viel ist $^1/_2 + ^1/_4 + ^1/_2 + ^3/_4 + ^1/_2 + ^3/_4 + ^1/_2$ 2c.
(Möglichst rasch.)

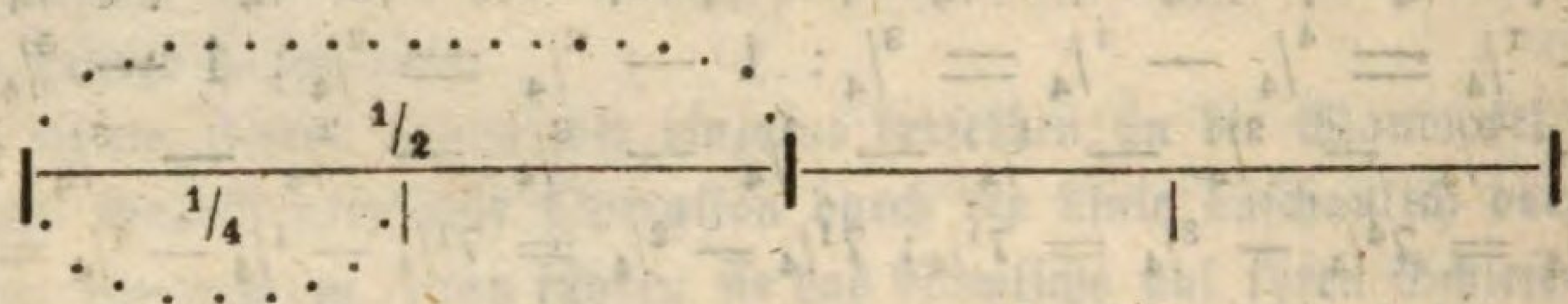
3) $^1/_2 - ^1/_4 = ?$ $^1/_2 = ^2/_4$; $^2/_4 - ^1/_4 = ^1/_4$; also ist $^1/_2 - ^1/_4 = ^1/_4$.

$^3/_4 - ^1/_2 = ?$ $^3/_4 - ^1/_2 = ^3/_4 - ^2/_4$; $^3/_4 - ^2/_4 = ^1/_4$; also ist $^3/_4 - ^1/_2 = ^1/_4$.

Wie viel ist $8 - ^1/_2 - ^3/_4 - ^1/_2 - ^3/_4 - ^1/_4 - ^1/_2$ 2c.

4) Wie groß ist der Unterschied zwischen $^1/_2$ u. $^1/_4$? $^1/_2$ u. $^3/_4$?

5) Wie viel ist $^1/_2$ **mal** $^1/_2$, d. i. der halbe Theil **von** $^1/_2$?



Eine Größe (1 Linie, 1 fl., 1 Apfel) wird **einhalbmal** genommen, wenn ich sie in 2 gleiche Theile theile und 1 Theil davon nehme. Hier ist es die Größe $^1/_2$, welche **einhalbmal** genommen werden soll. Mithin muß ich $^1/_2$ in 2 gleiche Theile zerlegen und 1 Theil davon wegnehmen. $^1/_2$ in 2 gleiche Theile getheilt $= ^2/_4$; 1 Theil davon genommen $= ^1/_4$. Also ist $^1/_2$mal $^1/_2 = ^1/_4$.

6) Wie oft liegt $^1/_4$ in $^1/_2$?

Wie oft liegt $^1/_4$ in $^1/_2$ = wie oft kann ich $^1/_4$ von $^1/_2$ wegnehmen? 4tel kann man nur von 4teln nehmen. Daher muß ich das Halbe auch zu 4tel machen. $^1/_2 = ^2/_4$; $^1/_4$ in $^1/_2 = ^1/_4$ in $^2/_4$; $^1/_4$ ist in $^2/_4$ 2mal enthalten. Also liegt $^1/_4$ in $^1/_2$ 2mal.

7) $^1/_2$ ist das Doppelte von $^1/_4$; $^1/_4$ ist die Hälfte von $^1/_2$.

4) Achtel.



1) Theilt man 1 Ganzes in 8 gleiche Theile, so entstehen **Achttheile** oder **Achtel**; $1 = ^8/_8$. Ein Theil davon ist $^1/_8$; 2 Theile davon $= ^2/_8$ 2c.

Suche von 1 Pfd. (1 fl., 1 Eim.) $^1/_8$! $^3/_8$! $^5/_8$! $^7/_8$!

2) $1 = ^8/_8$; $2 = ^{16}/_8$; $3 = ^{24}/_8$ 2c.; $^8/_8 = 1$; $^{16}/_8 = 2$; $^{24}/_8 = 3$ 2c.

3) Wie viel ist 3/8 + 4/8? + 7/8? + 5/8? + 2/8? + 6/8? ꝛc.

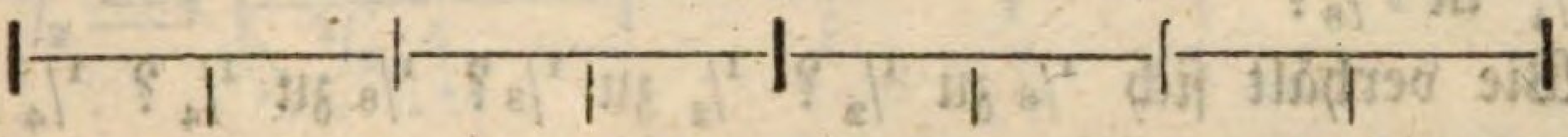
4) Wie viel ist 5/8 — 3/8? 7/3 — 4/8? 1 — 5/8? 1 — 7/8?
Wie viel ist 8 — 1/8? — 3/8? — 5/8? — 7/8? — 6/8 — 4/8? ꝛc.

5) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen
1/8 u. 3/8? 3/8 u. 5/8? 5/8 u. 7/8? 3/8 u. 1?
2/8 u. 5/8? 4/3 u. 6/8? 6/8 u. 7/8? 5/8 u. 1?

6) Wie oft liegt 1/8 in 3/8? in 5/8? in 7/8?
2/8 in 4/8? in 6/8? in 1?
3/8 in 3/8? in 6/8? in 1 1/8? ꝛc.

7) Wie verhalten sich 3/8 zu 1/8? 5/8 zu 1/8? 7/8 zu 1/8?
4/8 zu 2/8? 6/8 zu 2/8? 6/8 zu 3/8? 8/8 zu 4/8?
und umgekehrt.

5) Halbe, Viertel und Achtel.



1) Achtel entstehen, wenn ich das Ganze in 8 gleiche Theile zerlege. Dieß geschieht, indem ich das Ganze zuerst halbire, dann jedes Halbe wieder in 2 gleiche Theile zerfälle, wodurch 4tel entstehen, und dann jedes Viertel abermal halbire. Also ist

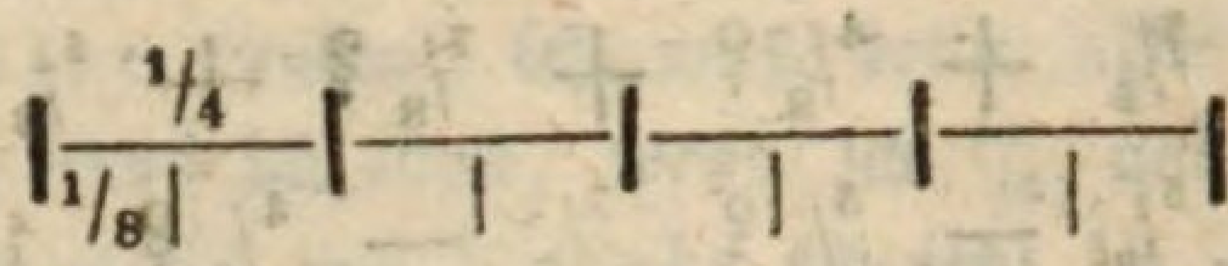
1 = 2/2 = 4/4 = 8/8; 8/8 = 4/4 = 2/2 = 1.
1/2 = 2/4 = 4/8; 4/8 = 2/4 = 1/2.
1/4 = 2/8; 2/8 = 1/4.
3/4 = 6/8; 6/8 = 3/4.

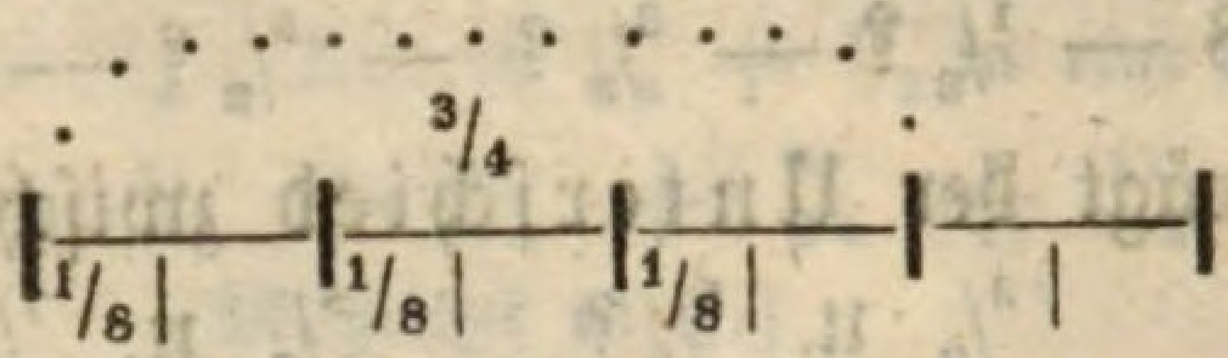
2) 1/2 + 3/8 =? 1/4 + 5/8 =? 3/4 + 7/8 =? 1/2 + 1/4 + 1/8 =?
Wie viel ist 1/2 + 1/4? + 3/8? + 3/4? + 5/8? + 1/2? + 1/4? ꝛc.

3) 1/2 — 1/8 =? 1/4 — 1/8 =? 1/2 — 3/8 =? 3/4 — 5/8 =?
3/8 — 1/4 =? 5/8 — 1/2 =? 7/8 — 3/4 =? 1 — 7/8 =?
Wie viel ist 10 — 1/2? — 1/4? — 1/8? — 3/4? — 7/8? — 1/2? ꝛc.

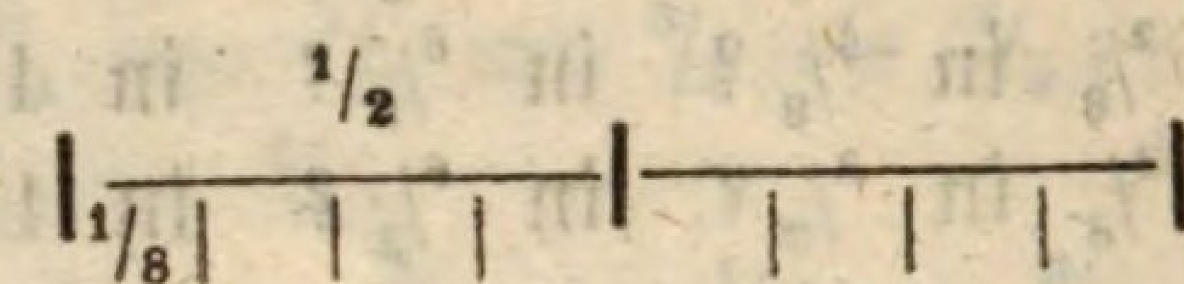
4) Suche den Unterschied zwischen 1/2 und 1/8! zw. 1/2 u. 7/8! zw. 1/4 und 1/8! zw. 3/4 u. 5/8! zw. 7/8 u. 3/4!

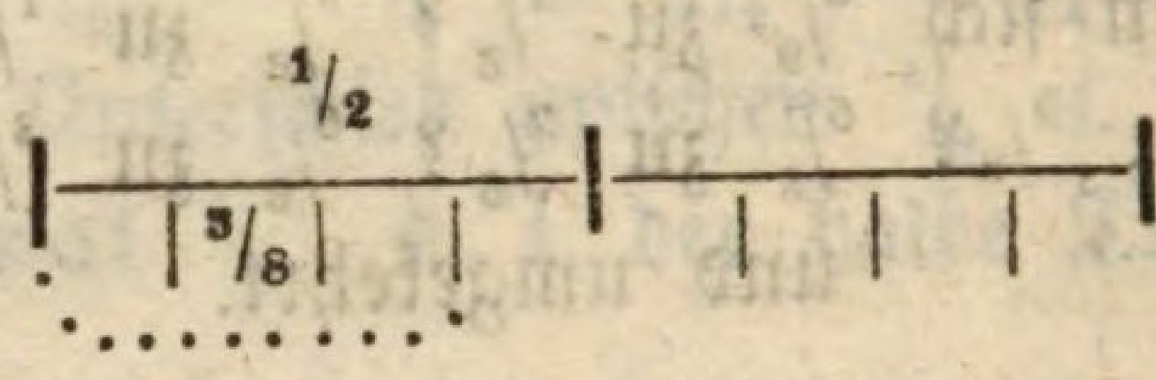
5) Wie nehme ich Etwas 1/2 mal? 1/4 mal? 3/4 mal?

$^1/_2$ mal $^1/_4$ = ?  $^1/_2$ mal $^1/_4 = {}^1/_8$.

$^1/_2$ mal $^3/_4$ = ?  $^1/_2$ mal $^3/_4 = {}^3/_8$.

($^1/_2$ mal $^3/_4$ = ($^1/_2$ mal $^1/_4$) + ($^1/_2$ mal $^1/_4$) + ($^1/_2$ mal $^1/_4$)
= $^1/_8$ + $^1/_8$ + $^1/_8$ = $^3/_8$.)

$^1/_4$ mal $^1/_2$ = ?  $^1/_4$ mal $^1/_2 = {}^1/_8$.

$^3/_4$ mal $^1/_2$ = ?  $^3/_4$ mal $^1/_2 = {}^3/_8$.

6) Wie oft liegt $^1/_8$ in $^1/_4$? $^1/_8$ in $^1/_2$? $^2/_8$ in $^1/_2$? $^3/_8$ in $^3/_4$? $^1/_4$ in $^6/_8$?

7) Wie verhält sich $^1/_8$ zu $^1/_2$? $^1/_2$ zu $^1/_8$? $^1/_8$ zu $^1/_4$? $^1/_4$ zu $^1/_8$? rc.

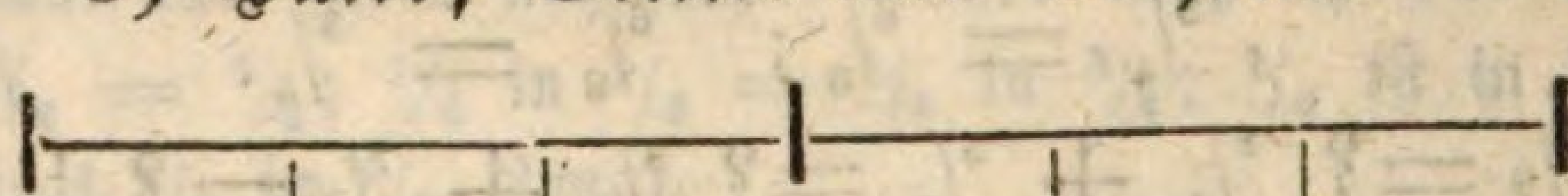
6) Drittel.

Ganz in der Weise wie bei den Halben.

7) Sechstel.

Wie bei den Vierteln.

8) Halbe, Drittel und Sechstel.

a) 

b) 

1) Sechstel entstehen, wenn ich das Ganze in 6 gleiche Theile zerlege. Dieß geschieht, indem ich das Ganze zuerst halbire und dann jedes Halbe in 3 Theile theile; oder indem ich das Ganze zuerst drittheile und dann jedes Drittel nochmal halbire. Also ist

a) $1 = {}^2/_2 = {}^6/_6$; ${}^6/_6 = {}^2/_2 = 1$. b) $1 = {}^3/_3 = {}^6/_6$; ${}^6/_6 = {}^3/_3 = 1$.
${}^1/_2 = {}^3/_6$; ${}^3/_6 = {}^1/_2$. ${}^1/_3 = {}^2/_6$; ${}^2/_6 = {}^1/_3$.
${}^2/_3 = {}^4/_6$; ${}^4/_6 = {}^2/_3$.

2) Wie viel ist $^1/_2$ + $^1/_6$? $^1/_3$ + $^1/_6$? $^5/_6$ + $^1/_2$? $^2/_3$ + $^5/_6$?

$1/3 + 1/2 = ?$

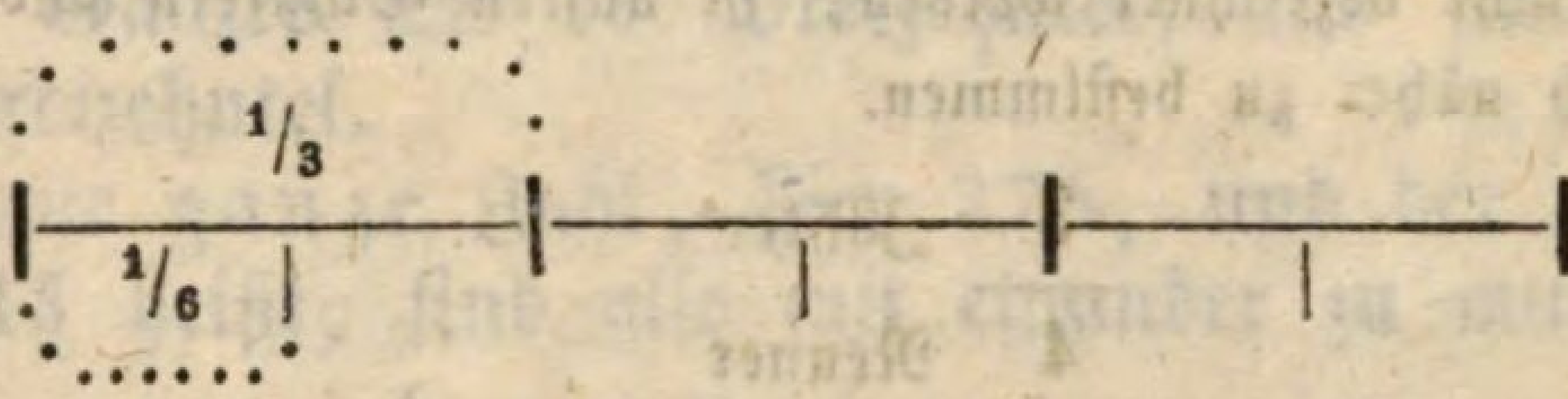
Habe ich 1 Groschen und 1 Batzen zusammen zu zählen, so verwandle ich beide erst in Kreuzer; dann zähle ich sie zusammen. Aehnlich verfahre ich, wenn ich $1/3$ und $1/2$ addiren soll. $1/3$ kann ich nicht in Halbe verwandeln, und $1/2$ nicht in Drittel. Beide lassen sich aber zu Sechsteln machen. $1/3 = 2/6$; $1/2 = 3/6$. Anstatt $1/3 + 1/2$ habe ich jetzt $2/6 + 3/6$, was eben so viel ist. $2/6 + 3/6 = 5/6$. Also ist $1/3 + 1/2 = 5/6$.

$1/2 + 2/3 = ?$ $1/2 + 1/3 + 1/6 = ?$ $1/2 + 2/3 + 5/6 = ?$ Wie viel ist $1/2 + 2/3$? $+ 3/6$? $+ 1/3$? $+ 5/6$? $+ 1/2$? $+ 2/3$? rc.

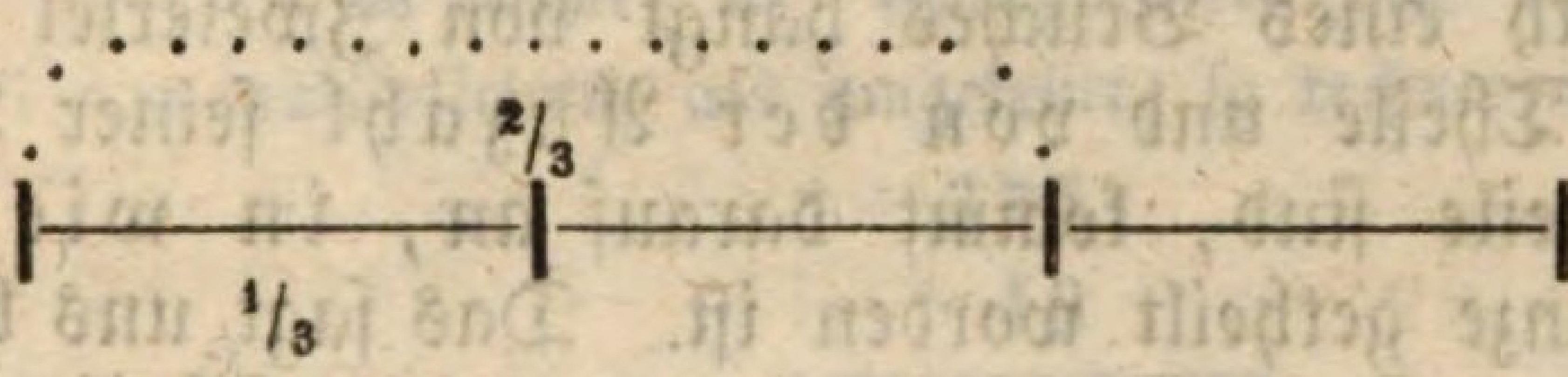
3) $1/2 - 1/6 = ?$ $1/3 - 1/6 = ?$ $5/6 - 1/2 = ?$ $5/6 - 2/3 = ?$ $1/2 - 1/3 = ?$ $2/3 - 1/2 = ?$

4) Um wie viel unterscheidet sich $1/2$ von $1/3$? $2/3$ von $1/2$?

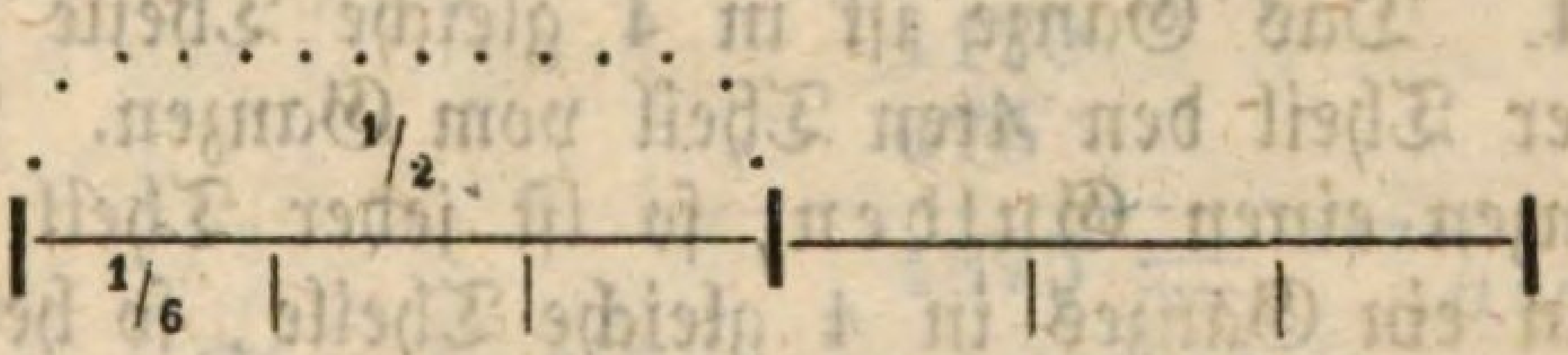
5) Wie nimmt man Etwas $1/2$ mal? $1/3$ mal? $2/3$ mal?

$1/2$ mal $1/3 = ?$ 

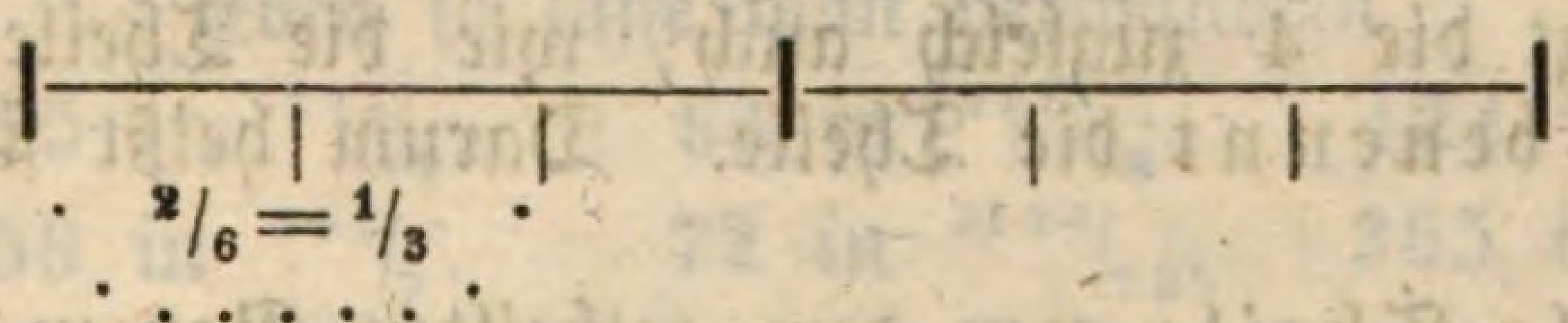
$1/2$ mal $1/3 = 1/6$.

$1/2$ mal $2/3 = ?$ 

$1/2$ mal $2/3 = 1/3$.

$1/3$ mal $1/2 = ?$ 

$1/3$ mal $1/2 = 1/6$.

$2/3$ mal $1/2 = ?$ 

$2/3$ mal $1/2 = 2/6 = 1/3$.

6) Wie oft liegt $1/6$ in $1/2$? $1/6$ in $1/3$? $1/3$ in $5/6$? $1/3$ in $1/2$?

7) Wie verhält sich $1/2$ zu $1/6$? $1/6$ zu $1/2$? $1/3$ zu $1/6$? $1/6$ zu $1/3$?

Aufgaben.

1) $1/2$ Pfd. kostet 1 fl. 36 kr.; wie hoch kommt 1 ganzes Pfd.?
2) Für 2 fl. 18 kr. kauft man 1 Elle; wie theuer ist $1/4$ Elle?
3) Wie viel kostet $1/2$ Eimer, wenn $1/4$ Eimer 3 fl. 50 kr. kostet?
4) $1/6$ Fuder zu 40 Thlr., wie viel kosten $1/2 + 1/3$ Fdr.?
5) Um wie viel unterscheidet sich $1/3$ von $1/6$? $1/6$ von $1/2$?
6) Wie verhält sich $1/6$ zu 1? $1/6$ zu $1/2$? $1/6$ zu $1/3$?

Die eigentliche Lehre von den Brüchen.

A. Begriff, Bezeichnung und Formveränderung der Brüche.

1) Begriff der Brüche.

Theilt man ein Ganzes z. B. in 4 gleiche Theile und denkt sich einen Theil davon hinweg genommen oder weggebrochen, so wird derselbe ein Bruch genannt; hier heißt also der Bruch ein Viertel. Denkt man sich zwei Theile weggebrochen, so geben sie den Bruch zwei Viertel. Nimmt man drei Theile weg, so bilden sie den Bruch drei Viertel. Unter einem Bruche versteht man also einen oder mehrere gleiche Theile von irgend einem Ganzen.

Gebt Brüche an mit einem Theile! Brüche mit mehreren Theilen!

2) Bezeichnung der Brüche.

Wie die Brüche bezeichnet werden, ist unsern Schülern schon bekannt. Die Sache ist nur noch näher zu bestimmen.

$\frac{3}{4}$ 3 Zähler, 4 Nenner

Der Werth eines Bruches hängt von Zweierlei ab: von der Größe seiner Theile und von der Anzahl seiner Theile. Wie groß seine Theile sind, kommt darauf an, in wie viele gleiche Theile das Ganze getheilt worden ist. Das sagt uns bei dem Bruche $^3/_4$ die Ziffer 4. Das Ganze ist in 4 gleiche Theile zerlegt. Folglich beträgt jeder Theil den 4ten Theil vom Ganzen. Denkt man sich unter dem Ganzen einen Gulden, so ist jeder Theil = 15 kr.

Theilt man ein Ganzes in 4 gleiche Theile, so heißen die Theile 4tel. Also sagt die 4 zugleich auch, wie die Theile des Bruches heißen. Sie benennt die Theile. Darum heißt sie des Bruches Nenner.

Wie viele Theile von dem getheilten Ganzen weggenommen worden sind, um den Bruch drei Viertel zu erhalten, bezeichnet uns die Ziffer 3. Sie zählt also die Theile, die der Bruch enthält. Deßhalb heißt sie der Zähler.

Der Nenner zeigt demnach an, in wie viele gleiche Theile das Ganze getheilt ist, und hierdurch zugleich, wie groß die Theile sind und wie sie heißen. Der Zähler aber sagt, wie viele Theile davon der Bruch enthält.

In ähnlicher Weise werden folgende Brüche bestimmt:

$^2/_3$, $^3/_5$, $^5/_6$, $^4/_7$, $^7/_8$, $^5/_9$, $^{11}/_{12}$, $^{17}/_{24}$.

Wie heißen Zähler und Nenner von $^{11}/_{16}$ und $^{13}/_{16}$? Welcher von beiden Brüchen ist der größere? Warum? — Eben so:

$^1/_3$ u. $^2/_3$; $^3/_4$ u. $^1/_4$; $^3/_5$ u. $^4/_5$; $^3/_8$ u. $^7/_8$; $^7/_{12}$ u. $^{11}/_{12}$;
$^1/_3$ u. $^1/_4$; $^2/_3$ u. $^2/_4$; $^1/_4$ u. $^2/_5$; $^3/_4$ u. $^3/_5$; $^5/_7$ u. $^5/_9$.

3) Ganze Zahlen in Bruchform darzustellen.

a) Mündlich.

Beispiel: 5 Ganze, wie viele 4tel?

Aufl. 1 Ganzes = 4 Viertel; 5 mal 1 Ganzes = 5 mal 4 Viertel; 5 mal 4 Viertel = 20 Viertel. Also sind 5 Ganze = 20 Viertel.

Kurz: 5 Ganze = 5 mal 4 oder 20 Viertel.

3 Ganze, wie viele Halbe? 6tel? 9tel? 7tel? 10tel?
8 Ganze, wie viele Drittel? 5tel? 8tel? 12tel? 18tel?
ꝛc.

b) Schriftlich.

Beispiel: 375 Ganze, wie viel 13tel?

Aufl. 1 Ganzes = 13 Dreizehntel; also sind 375 G. = 375 mal 13 Dreizehntel.

Die gegebene ganze Zahl, hier 375, und der gegebene Nenner, der hier 13 heißt, sind also mit einander zu multipliciren.

```
  13
 375
----
  65
 91
39
----
4875
----
  13
```

Da es leichter ist, eine größere Zahl durch eine kleinere zu multipliciren, als umgekehrt, so rechnen wir:

```
 375
  13
----
1125
375
----
4875 = 4875/13.
```

Eben so lasse man verwandeln

8 in $^{192}/_{24}$. 25 in $^{225}/_9$. 63 in $^{756}/_{12}$. 124 in $^{15376}/_{124}$.
5 in $^{190}/_{38}$. 56 in $^{392}/_7$. 72 in $^{5184}/_{72}$. 365 in $^{87600}/_{240}$.
9 in $^{432}/_{48}$. 84 in $^{252}/_3$. 96 in $^{7776}/_{81}$. 720 in $^{259560}/_{360}$.

4) Gemischte Zahlen in Bruchform zu bringen (einzurichten).

a) Mündlich.

$3^3/_4$, wie viele 4tel.

Aufl. 1 Ganzes = $^4/_4$; 3 Ganze = 3 mal 4 oder 12 Viertel; 12 Viertel + 3 Viertel = 15 Viertel. $3^3/_4$ = 15 Viertel.

Kurz: $3^3/_4$ = 3 mal 4 + 3 = (12 + 3 =) 15 Viertel.

Aufg. $1^7/_8$ =? $2^1/_2$ =? $3^2/_5$ =? $4^5/_6$ =? $5^7/_8$ =? ꝛc.

b) Schriftlich.

Aufg. $563^5/_6$ und $8457^{43}/_{48}$ einzurichten.

Ausrechnung:

$$\begin{array}{r} 563\,^5/_6 \\ 6 \\ \hline 3378 \\ +\ 5 \\ \hline 3383 = {}^{3383}/_6. \end{array} \quad \text{kürzer:} \quad \begin{array}{r} 563\,^5/_6 \\ \hline 3383 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8457\,^{43}/_{48} \\ 48 \\ \hline 67656 \\ 33828 \\ +\ 43 \\ \hline 405979 = {}^{405979}/_{48}. \end{array}$$

Eben so werden verwandelt

$12\,^5/_6$ in $^{77}/_6$. $142\,^{14}/_{15}$ in $^{2144}/_{15}$. $793\,^9/_{10}$ in $^{7939}/_{10}$.
$23\,^6/_7$ in $^{167}/_7$. $253\,^{15}/_{16}$ in $^{4063}/_{16}$. $1357\,^9/_{16}$ in $^{21721}/_{16}$.
$46\,^{13}/_{18}$ in $^{881}/_{18}$. $472\,^{23}/_{24}$ in $^{11351}/_{24}$. $2468\,^5/_9$ in $^{22217}/_9$.
$75\,^{11}/_{12}$ in $^{911}/_{12}$. $567\,^{31}/_{36}$ in $^{20443}/_{36}$. $3786\,^{125}/_{247}$ in $^{935267}/_{247}$.

5) Unächte Brüche auf ganze oder gemischte Zahlen zurückzuführen.

Enthält ein Bruch nur einen oder mehrere Theile von dem Ganzen, ist also sein Zähler kleiner als sein Nenner ($^3/_4$, $^7/_9$); so ist er ein wirklicher, ein ächter Bruch. Gilt er aber eben so viel, oder mehr noch als ein Ganzes, ist also sein Zähler entweder dem Nenner gleich, oder größer als derselbe ($^4/_4$, $^7/_4$); so ist er nicht ein wirklicher, sondern ein unächter Bruch. — Jeder unächte Bruch kann in eine reine ganze, oder in eine gemischte Zahl verwandelt werden.

a) Mündlich.

Beispiel. $^{18}/_3$, wie viele Ganze?

Man gestatte hier nicht, zu sagen: 1 Ganzes = $^3/_3$. Denn hier sind nicht Ganze gegeben, sondern Drittel. Darum ist zu sprechen: $^3/_3$ = 1 G.; $^{18}/_3$ = 6 mal $^3/_3$; 6 mal $^3/_3$ = 6 mal 1 G.; 6 mal 1 G. = 6 Ganze.

Kurz: $^{18}/_3$ = 6 mal $^3/_3$ oder 6 Ganze.

$^{12}/_2$ = ?	$^{17}/_2$ = ?	$^{23}/_6$ = ?	$^{48}/_8$ = ?	$^{175}/_{20}$ = ?
$^{12}/_3$ = ?	$^{17}/_3$ = ?	$^{23}/_7$ = ?	$^{48}/_9$ = ?	$^{175}/_{30}$ = ?
$^{12}/_4$ = ?	$^{17}/_4$ = ?	$^{23}/_8$ = ?	$^{48}/_{10}$ = ?	$^{175}/_{40}$ = ?
2c.	2c.	2c.	2c.	2c.

b) Schriftlich.

Beispiel 1. $^{356}/_4$, wie viel Ganze?

Der Nenner 4 zeigt an, daß der gegebene Bruch aus 4teln besteht. 4 Theile dieser Art zusammen genommen geben 1 Ganzes. Der Zähler sagt, daß der Bruch 356 solcher Theile enthält. Mithin lassen sich aus demselben so viele Ganze bilden, als der Nenner 4 in dem Zähler 356 enthalten ist.

4 | 356 | 89 oder: $\frac{356}{4} = 89.$
  32
  ——
  36 4 liegt in 356 89 mal; $^{356}/_{4}$ sind 89 mal $^{4}/_{4}$,
  36 also auch 89 mal 1 Ganzes.
  ——
  —

Beispiel 2. $^{789}/_{37}$, wie viele Ganze?

Berechnung:

37 | 789 | $21^{12}/_{37}$.
  74
  ——
  49 Also sind $^{789}/_{37} = 21^{12}/_{37}$.
  37
  ——
  12

$^{480}/_{4} = 120.$	$^{4728}/_{12} = 394.$	$^{63758}/_{45} = 1416^{38}/_{45}.$
$^{765}/_{5} = 153.$	$^{5792}/_{16} = 362.$	$^{96423}/_{172} = 560^{103}/_{172}.$
$^{1548}/_{6} = 258.$	$^{7285}/_{24} = 303^{13}/_{24}.$	$^{100000}/_{360} = 277^{280}/_{360}.$
$^{2579}/_{7} = 368^{3}/_{7}.$	$^{36842}/_{36} = 1023^{14}/_{36}.$	$^{367581}/_{564} = 651^{417}/_{564}.$

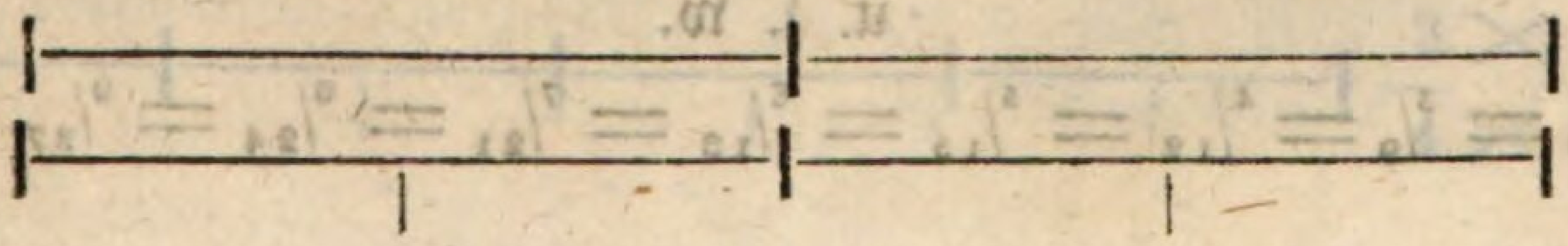
6) Brüche zu erweitern.

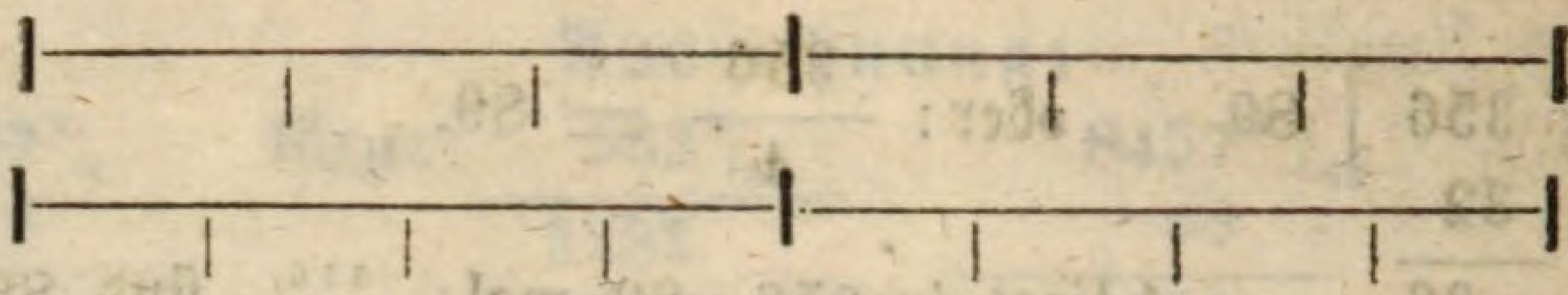
Um Brüche addiren und subtrahiren (unterscheiden) zu können, müssen sie **gleichnamig** sein. Sind sie es nicht, so müssen sie es werden. Brüche werden gleichnamig, indem man sie **erweitert**. Will man es daher zu einiger Fertigkeit im Gleichnamigmachen und dadurch zugleich im Zusammenzählen und Unterscheiden der Brüche bringen, so muß der Schüler befähigt werden, denselben innerhalb eines gewissen Zahlenkreises augenblicklich jede mögliche Form zu geben. Dieß Ziel wird leicht erreicht, wenn man die Sache anschaulich, klar und mit einiger Energie behandelt.

a) Mündlich.

Sowie ein Ganzes in jede beliebige Anzahl gleicher Theile sich zerlegen läßt, so auch **jeder einzelne Theil** desselben.

Zieht 10 Linien von gleicher Länge unter einander und theilt jede in 2 gleiche Theile! — Nun zerfällt jedes Halbe vom zweiten Ganzen wieder in 2 gleiche Theile, jedes Halbe vom dritten Ganzen wieder in 3 gleiche Theile rc. und seht zu, **wie viele Theile** dadurch aus dem **Ganzen** und was für **Theile** aus 1 **Halben** werden!





ꝛc. ꝛc.

Theilt man ein Halbes wieder

in 2 gl. Thl., so werden aus dem G. 2mal 2 od. 4 Th. $= \frac{4}{4}$, aus $\frac{1}{2}$ also $\frac{2}{4}$;
in 3 „ „ „ „ „ „ „ 2mal 3 od. 6 „ $= \frac{6}{6}$, aus $\frac{1}{2}$ also $\frac{3}{6}$;
in 4 „ „ „ „ „ „ „ 2mal 4 od. 8 „ $= \frac{8}{8}$, aus $\frac{1}{2}$ also $\frac{4}{8}$;
u. s. w.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \frac{8}{16} = \frac{9}{18} = \frac{10}{20}$ ꝛc.

Halbe lassen sich also verwandeln in 4tel, 6tel, 8tel ꝛc., überhaupt in solche Theile, deren Nenner ein Zweifaches von irgend einer ganzen Zahl, mithin eine durch 2 theilbare Zahl ist.

Fragen:

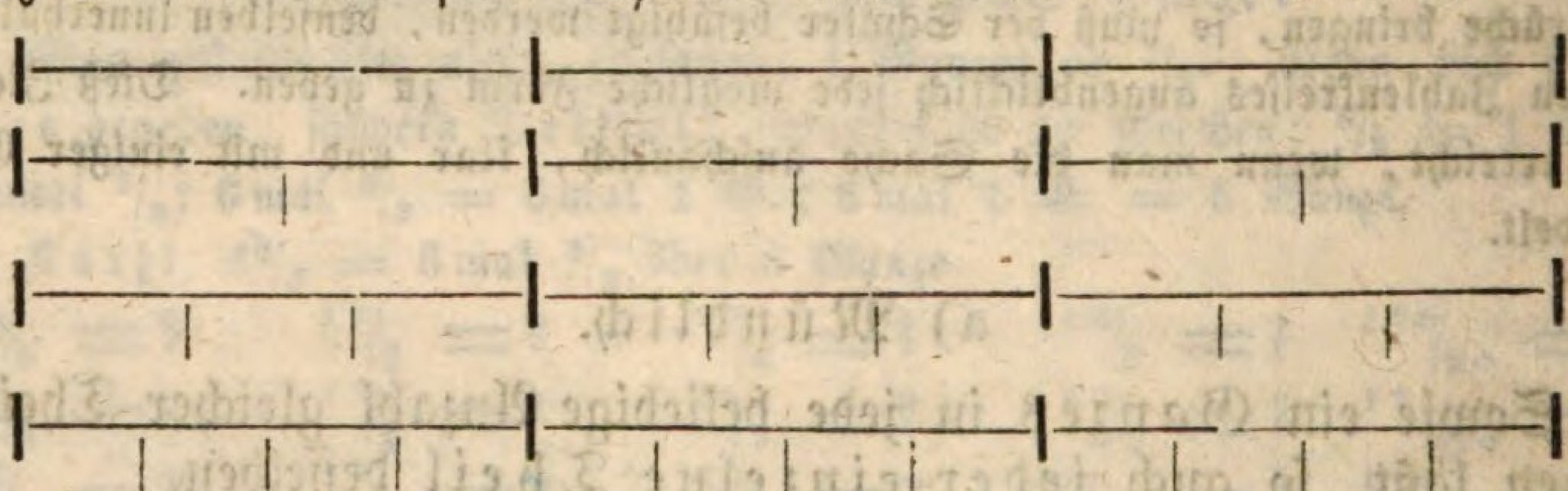
1) In wie viele Theile muß man $\frac{1}{2}$ zerlegen, um 42stel zu erhalten?

Um 42stel zu erhalten, muß man das Ganze in 42 Theile theilen. Mithin muß man aus 1 Halben die Hälfte von 42 Theilen bilden. Die Hälfte von 42 Th. = 21 Th.; also ist $\frac{1}{2} = \frac{21}{42}$.

2) $\frac{1}{2}$, wie viele 8tel? 14tel? 24stel? 32stel? 50 stel? ꝛc.

(Bis zur größten Fertigkeit!)

Nun machen wir wieder 10 Linien von gleicher Größe. Dießmal aber zerfällen wir jede derselben in 3 gleiche Theile oder Drittel. Dann zerlegen wir nacheinander ein Drittel einmal in 2, einmal 3, dann in 4 ꝛc. Theile und sehen zu, wie viele Theile aus dem Ganzen und was für Theile aus 1 Drittel werden.



ꝛc. ꝛc.

Theilt man jedes der 3 Drittel wieder

in 2 gl. Th., so werden aus dem G. 3mal 2 od. 6 Thl. $= \frac{6}{6}$, aus $\frac{1}{3}$ also $\frac{2}{6}$;
in 3 „ „ „ „ „ „ „ 3mal 3 od. 9 „ $= \frac{9}{9}$, aus $\frac{1}{3}$ also $\frac{3}{9}$;
in 4 „ „ „ „ „ „ „ 3mal 4 od. 12 „ $= \frac{12}{12}$, aus $\frac{1}{3}$ also $\frac{4}{12}$;
u. s. w.

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \frac{7}{21} = \frac{8}{24} = \frac{9}{27} = \frac{10}{30}$.

Drittel lassen sich demnach zerfällen in 6tel, 9tel, 12tel rc., überhaupt in solche Theile, deren Nenner ein Dreifaches von einer andern Zahl, folglich eine durch 3 theilbare Zahl ist.

Aufg. $^1/_3$, wie viele 42stel?

Aufl. Sollen aus dem Ganzen 42 Theile werden, so muß ich aus $^1/_3$ den 3ten Theil von 42 Theilen bilden. Der 3te Theil von 42 Th. = 14 Th.; also ist $^1/_3 = {}^{14}/_{42}$.

Aufg. $^2/_3$, wie viele 48stel?

Aufl. 1 oder $^3/_3 = {}^{48}/_{48}$; $^1/_3 = {}^{16}/_{48}$; $^2/_3$ = 2mal 16 oder $^{32}/_{48}$.

Aufg. $^2/_3$, wie viel 18tel? 24stel? 36stel? 45stel? rc.

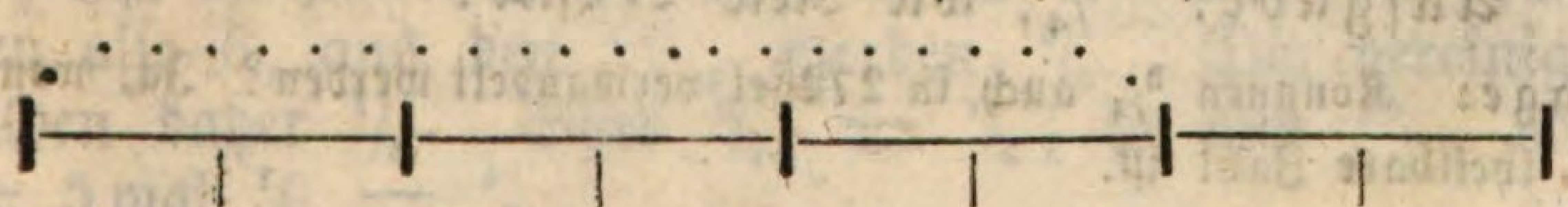
In was für Theile können Halbe und Drittel zugleich verwandelt werden? (In 6tel, 12tel, 18tel, 24stel rc.)

Wie die Halben und Drittel behandle man auch die 4tel, 5tel, (und wenigstens zum Theil) die 6tel, 7tel, 8tel, 9tel, 10tel.

Fragen und Aufgaben.

1) In was für Theile lassen sich Halbe (Drittel, 4tel rc.) verwandeln?
2) Welche kleineren Theile lassen sich aus 12teln (15teln rc.) machen?
3) In wie viele Theile muß man
   Halbe zerlegen, um 12tel (28stel, 50stel rc.) zu erhalten?
   Drittel, um 12tel (21stel, 45stel, 72stel rc.) zu bekommen?
   Viertel, damit 24stel (32stel, 56stel, 80stel rc.) entstehen?
   rc. rc.
   Zwanzigstel, wenn 40stel (100tel, 160stel rc.) sich bilden sollen?
4) In wie viele Theile muß ich $^1/_3$ theilen, um 100tel zu erhalten?
   (In wie viele Theile muß ich $^1/_3$ theilen, um 100tel zu erhalten = in wie viele Theile muß ich $^1/_3$ theilen, damit aus den $^3/_3$ des Ganzen 100 Theile werden? Soll das Ganze 100 Theile erhalten, so muß ich aus $^1/_3$ den dritten Theil von 100 Th. bilden. Der dritte Theil von 100 Th. = 33 Th., Rest 1. Theile ich $^1/_3$ in 33 Theile, so entstehen aus dem Ganzen 3mal 33 oder 99 Thl., also 99stel. Theile ich aber $^1/_3$ in 34 Theile, so entstehen aus dem Ganzen 3mal 34 oder 102 Th., also gleich 102tel. $^1/_3$ läßt sich demnach nicht in 100tel verwandeln, und zwar darum, weil 100 kein 3faches von einer andern Zahl, keine durch 3 theilbare Zahl ist.)
5) Wie viele 24stel geben $^2/_3$? $^3/_4$? ($^4/_5$?) $^5/_6$? $^7/_8$? $^{11}/_{12}$?
   Wie viele 60stel geben ($^7/_8$)? $^9/_{10}$? $^{11}/_{12}$? $^{13}/_{15}$? $^{17}/_{20}$? $^{29}/_{30}$?
6) $^{15}/_{16}$ betragen wie viele 48stel? 64stel? 80stel?
   $^{17}/_{18}$ geben wie viele 36stel? 90stel? 180stel?
   $^{13}/_{25}$, wie viele 75stel? 150stel? 300tel?

b) Schriftlich.



$$\frac{3 \times 2 = 6}{4 \times 2 = 8}$$

Das Ganze ist in 4 gleiche Theile getheilt, und 3 Theile sind davon genommen; der Bruch $= \frac{3}{4}$. Zerfälle ich jedes Viertel wieder in 2 gleiche Theile, so werden aus den 3 Theilen des Bruches, welche der Zähler 3 bezeichnet,

$$3 \times 2 = 6$$

und aus den 4 Theilen des Ganzen, die der Nenner 4 anzeigt,

$$4 \times 2 = 8$$

kleinere Theile. Aus dem Bruche $\frac{3}{4}$ entsteht also der Bruch $\frac{6}{8}$, ohne daß Etwas hinzu oder hinweg gekommen ist; $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

Ich denke mir ein Ganzes in 5 gleiche Theile getheilt und 4 Theile davon genommen; der entstandene Bruch $= \frac{4}{5}$. Theile ich jedes 5tel wieder in 3 gleiche Theile, so werden aus den 4 Theilen des Bruches 4×3, und aus den 5 Theilen des Ganzen 5×3; also sind $\frac{4}{5}$, jedes wieder in 3 gleiche Theile getheilt =

$$\frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$$

Dieß Verfahren mit gegebenen Brüchen heißt **Erweitern**. Dasselbe besteht demnach darin, daß man

a) in der Vorstellung sowohl die Theile des Bruches als auch die übrigen zum Ganzen gehörigen Theile wieder in eine gleiche Anzahl kleinerer Theile zerfällt;

b) in der Ausführung mit Ziffern Zähler und Nenner eines Bruches mit einer und derselben ganzen Zahl multiplicirt.

Anm. Meine Vorstellung von einem Bruche ist nur dann eine deutliche, wenn ich mir mit demselben zugleich das Ganze denke. Thue ich dieß und ich zerfälle dann jeden Theil z. B. wieder in 8 gleiche Theile, so wird dadurch nicht nur die Anzahl der Theile von dem Bruche, sondern auch die von dem Ganzen 8mal so groß. Da nun die Anzahl der Bruchtheile durch den Zähler und die Anzahl der Theile des Ganzen durch den Nenner bezeichnet wird; so folgt nothwendig, daß durch die Erweiterung eines Bruches Zähler und Nenner desselben in gleichem Verhältniß sich vergrößern.

Erweitert, veranschaulicht an der Linie und mit Ziffern

$\frac{1}{2}$ durch 3; $\frac{1}{2}$ durch 4; $\frac{2}{3}$ durch 4; $\frac{4}{5}$ durch 2; $\frac{2}{3}$ durch 3; $\frac{2}{3}$ durch 2; $\frac{3}{4}$ durch 2; $\frac{3}{4}$ durch 3; $\frac{1}{2}$ durch 5; $\frac{5}{7}$ durch 2.

Die Zahl, durch welche ein Bruch zu erweitern ist, die Erweiterungszahl, zeigt an, in wie viele kleineren Theile jeder der Theile wieder getheilt werden soll.

Aufgabe: $\frac{3}{4}$, wie viele 272stel?

Erste Frage: Könnnen $\frac{3}{4}$ auch in 272stel verwandelt werden? Ja, wenn 272 eine durch 4 theilbare Zahl ist.

Zweite Frage: Wie viele 272stel beträgt in diesem Fall $^1/_4$? Da 1 oder $^4/_4 = {}^{272}/_{272}$, so kommt auf $^1/_4$ der 4te Theil von den 272 Theilen. Um den zu finden, muß ich mit (dem Nenner) 4 in 272 theilen.

4 | 272 | 68

272 ist durch 4 ohne Rest theilbar; daraus folgt, daß 4tel in 272stel verwandelt werden können. Der 4te Theil von 272 = 68; also ist jedes 4tel wieder in 68 Theile zu zerlegen: der Bruch $^3/_4$ ist durch 68 zu erweitern.

$$\frac{3 \times 68}{4 \times 68} = \frac{204}{272}.$$

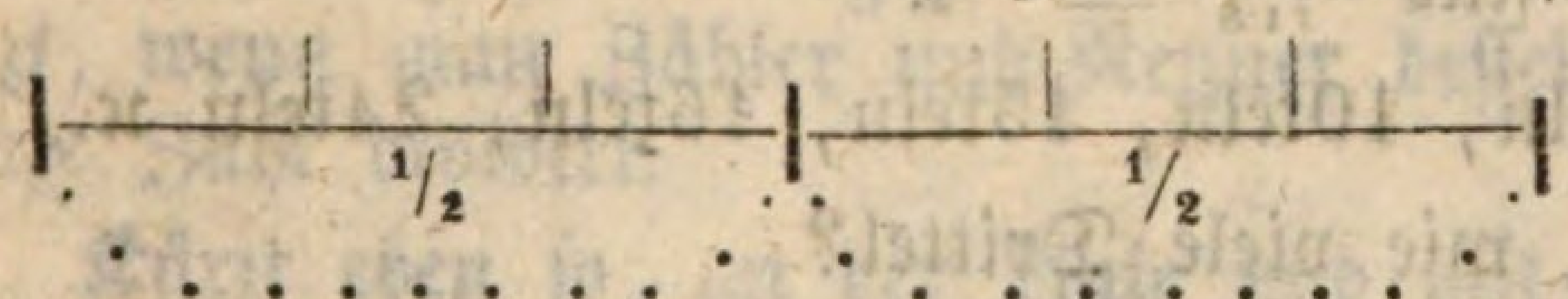
Auf dieselbe Weise werden verwandelt

$^3/_4$ in $^{18}/_{24}$. $^4/_5$ in $^{60}/_{75}$. $^5/_6$ in $^{45}/_{54}$. $^{11}/_{12}$ in $^{341}/_{372}$.
in $^{27}/_{36}$. in $^{96}/_{120}$. $^6/_7$ in $^{84}/_{98}$. $^{13}/_{15}$ in $^{663}/_{765}$.
in $^{51}/_{68}$. in $^{300}/_{375}$. $^7/_8$ in $^{119}/_{136}$. $^{13}/_{16}$ in $^{793}/_{976}$.
in $^{72}/_{96}$. in $^{672}/_{840}$. $^5/_9$ in $^{160}/_{288}$. $^7/_{18}$ in $^{567}/_{1458}$.
in $^{99}/_{132}$. in $^{768}/_{960}$. $^3/_{10}$ in $^{96}/_{320}$. $^{23}/_{24}$ in $^{8280}/_{8640}$.

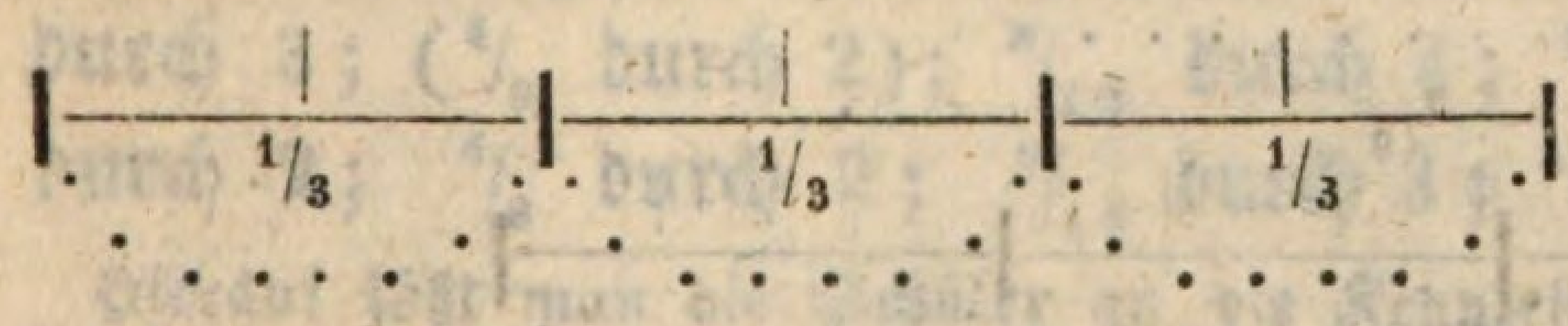
7) Brüche zu kürzen oder zu heben.

Das Kürzen der Brüche ist das Entgegengesetzte vom Erweitern derselben. Beim Erweitern wird ein Theil wieder in 2 oder mehrere gleiche Theile zerlegt; beim Kürzen werden immer 2 oder mehrere gleiche Theile in einen Theil vereinigt. Dort findet eine Verkleinerung der Theile und darum eine Vermehrung der Anzahl der Theile Statt; hier ist es eine Vergrößerung der Theile, mithin eine Verminderung der Anzahl der Theile.

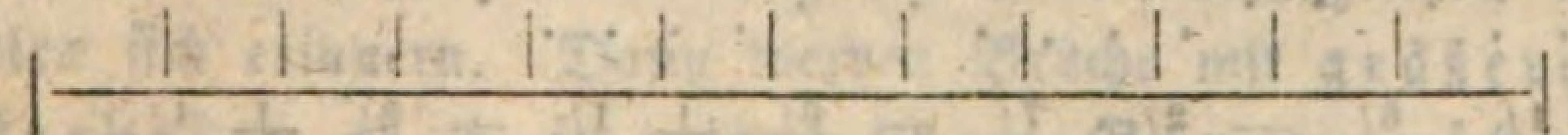
a) Mündlich.



$^6/_6 = {}^2/_2$; $^3/_6 = {}^1/_2$.



$^6/_6 = {}^3/_3$; $^2/_6 = {}^1/_3$; $^4/_6 = {}^2/_3$.



$= {}^{12}/_{12}$.

Hier ist das Ganze in 12 Theile getheilt. Von diesen Theilen kann ich, ohne daß ein Rest bleibt, immer 2 Theile in 1 Theil zusammen fassen. Thue ich es, so erhalte ich für die 12 Theile so vielmal 1 größeren Theil, als 2 der gegebenen Theile in den 12 Theilen enthalten sind. 12 : 2 = 6. Aus den 12 Theilen werden also 6, aus den $^{12}/_{12}$ werden $^6/_6$. Die vereinigten 2 Theile bilden daher $^1/_6$. Sind $^2/_{12} = {}^1/_6$, so sind $^{10}/_{12}$ oder 5 mal $^2/_{12}$ = 5 mal $^1/_6 = {}^5/_6$.

Vereinige ich immer 3 Theile in einen Theil, so werden aus den 12 Th. so viele größere Theile, als 3 der gegebenen Theile in den 12 Th. enthalten sind. $12 : 3 = 4$. Aus den 12 Theilen bilden sich also 4; aus den $^{12}/_{12}$ bilden sich $^{4}/_{4}$. Die 3 vereinigten Theile machen daher $^{1}/_{4}$. Sind aber $^{3}/_{12} = {}^{1}/_{4}$, so sind $^{9}/_{12}$ oder 3 mal $^{3}/_{12}$ = 3 mal $^{1}/_{4} = {}^{3}/_{4}$.

Fasse ich immer 4 Theile zusammen, so werden aus den 12 gegebenen Theilen ($12 : 4 =$) 3 größere Theile. Aus den $^{12}/_{12}$ bilden sich $^{3}/_{3}$. Also sind $^{4}/_{12} = {}^{1}/_{3}$, und 2 mal 4 oder $^{8}/_{12} = {}^{2}/_{3}$.

Nehme ich immer 6 Theile zusammen, so bilden sich $^{2}/_{2}$; also sind $^{6}/_{12} = {}^{1}/_{2}$.

Vereinigt auch immer 5 Th. in 1 Theil! — Der Erfolg zeigt, daß dieß unausführbar ist, weil zuletzt 2 Theile übrig bleiben. Also darf man immer nur eine solche Anzahl von Theilen zusammenfassen, welche in den 12 Th. ohne Rest enthalten ist, nämlich 2, 3, 4, 6.

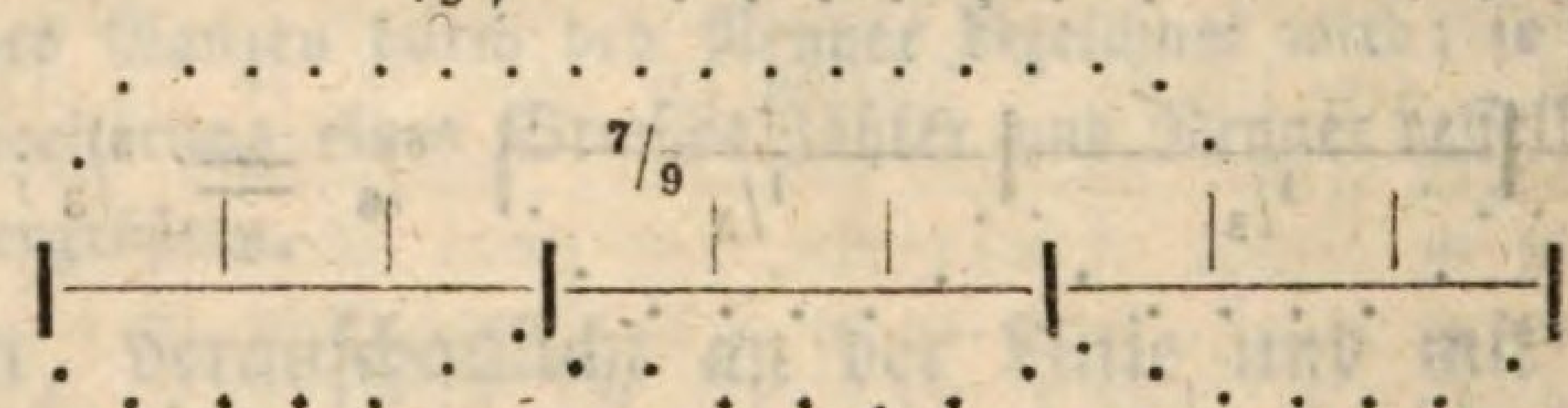
Das Zusammenfassen zweier oder mehrerer gleicher Theile in einen Theil heißt Kürzen oder Heben. Und die Zahl, welche anzeigt, wie viele der gegebenen Theile in einen Theil vereinigt werden können, nennt man Hebe- oder Kürzungszahl.

Ein Ganzes ist in 18 gleiche Theile getheilt. Wie viele dieser Theile können immer in einen Theil zusammen gezogen werden?

2; $^{18}/_{18} = {}^{9}/_{9}$; also sind $^{2}/_{18} = {}^{1}/_{9}$, $^{4}/_{13} = {}^{2}/_{9}$ 2c.
3; $^{18}/_{18} = {}^{6}/_{6}$; also sind $^{3}/_{18} = {}^{1}/_{6}$, $^{15}/_{18} = {}^{5}/_{6}$.
6; $^{18}/_{18} = {}^{3}/_{3}$; also sind $^{6}/_{18} = {}^{1}/_{3}$, $^{12}/_{18} = {}^{2}/_{3}$.
9; $^{18}/_{18} = {}^{2}/_{2}$; also sind $^{9}/_{18} = {}^{1}/_{2}$.

Eben so mit 8teln, 9teln, 10teln, 15teln, 16teln, 24teln 2c.

$^{7}/_{9}$, wie viele Drittel?



$^{9}/_{9} = {}^{3}/_{3}$; $^{3}/_{9} = {}^{1}/_{3}$; $^{6}/_{9} = {}^{2}/_{3}$; $^{7}/_{9} = {}^{6}/_{9} + {}^{1}/_{9} = {}^{2}/_{3} + {}^{1}/_{9}$.

$^{7}/_{9}$ können also nicht in lauter Drittel verwandelt werden. Denn von den 7 Theilen des Bruches bleibt 1 Theil im Rest.

Die Anzahl der Theile, welche in einen Theil verwandelt werden soll, die Hebezahl, muß also ohne Rest enthalten sein nicht nur in der Anzahl der Theile des Ganzen, sondern auch in der Anzahl der Theile des Bruches, nicht nur im Nenner, sondern auch im Zähler.

In welche größeren Theile lassen sich demnach verwandeln:

a) $^{2}/_{4}$; $^{3}/_{6}$; $^{4}/_{8}$; $^{5}/_{10}$; $^{6}/_{12}$; $^{8}/_{16}$; $^{10}/_{20}$; $^{12}/_{24}$; $^{15}/_{30}$; $^{20}/_{40}$ ꝛc.?

b) $^{2}/_{6}$, $^{4}/_{6}$; $^{2}/_{8}$, $^{6}/_{8}$; $^{3}/_{9}$, $^{6}/_{9}$; $^{2}/_{10}$, $^{4}/_{10}$, $^{6}/_{10}$, $^{8}/_{10}$; $^{4}/_{12}$, $^{8}/_{12}$; $^{3}/_{12}$, $^{9}/_{12}$; $^{3}/_{15}$, $^{9}/_{15}$; $^{5}/_{15}$, $^{10}/_{15}$; $^{6}/_{18}$, $^{12}/_{18}$; $^{8}/_{24}$, $^{16}/_{24}$ ꝛc.?

c) $^{2}/_{4}$; $^{4}/_{6}$; $^{6}/_{8}$; $^{8}/_{10}$; $^{6}/_{9}$; $^{8}/_{12}$; $^{9}/_{12}$; $^{10}/_{12}$; $^{10}/_{15}$; $^{12}/_{16}$; $^{15}/_{18}$; $^{12}/_{18}$; $^{15}/_{20}$; $^{16}/_{20}$; $^{14}/_{21}$; $^{18}/_{24}$; $^{18}/_{27}$; $^{18}/_{30}$; $^{20}/_{30}$; $^{24}/_{36}$; $^{24}/_{30}$; $^{30}/_{40}$; $^{30}/_{45}$; $^{36}/_{48}$; $^{45}/_{75}$; $^{40}/_{90}$; $^{40}/_{100}$?

b) Schriftlich.

$$\frac{12 \;:\; 3}{15 \;:\; 3} = \frac{4}{5};\quad \frac{12}{15} = {}^{4}/_{5}.$$

Das Ganze ist in 15 Theile getheilt, und 12 Theile sind davon genommen. Der Bruch $= {}^{12}/_{15}$. Die Zahl, welche in 12 und 15 zugleich aufgeht, heißt 3. Darum kann ich immer 3 der gegebenen Theile in einen Theil zusammenfassen, ohne daß Theile übrig bleiben. Von den 12 Theilen des Bruches je 3 in einen Theil vereinigt, gibt

$$12 : 3 = 4.$$

Und von den 15 Theilen des Ganzen je 3 in einen Theil vereinigt, gibt

$$15 : 3 = 5.$$

Dadurch haben sich die $^{12}/_{15}$ in $^{4}/_{5}$ umgebildet, ohne daß Etwas hinzu, oder weggekommen ist. $^{12}/_{15} = {}^{4}/_{5}$.

Ein in Ziffern dargestellter Bruch wird also gehoben oder gekürzt, wenn man Zähler und Nenner desselben durch eine und dieselbe ganze Zahl dividirt.

Kürzt eben so, an der Linie und mit Ziffern dargestellt:

$^{3}/_{6}$ durch 3; ($^{5}/_{8}$ durch 2); $^{8}/_{12}$ durch 4; $^{8}/_{10}$ durch 2; $^{9}/_{15}$ durch 3.
$^{4}/_{6}$ durch 2; $^{6}/_{8}$ durch 2; $^{9}/_{12}$ durch 3; $^{10}/_{15}$ durch 5; $^{12}/_{16}$ durch 4.

Hierauf läßt man die Schüler an die Kennzeichen über die Theilbarkeit der Zahlen sich erinnern. Dann werden Brüche mit größeren Zählern und Nennern aufgehoben (d. i. in größere, dem Ganzen näher stehende Theile verwandelt).

$$\text{a)}\quad \frac{18}{24}\overset{6}{\Big|}\frac{3}{4};\quad \frac{27}{42}\overset{3}{\Big|}\frac{9}{14};\quad \frac{36}{56}\overset{4}{\Big|}\frac{9}{14};\quad \frac{49}{56}\overset{7}{\Big|}\frac{7}{8};\quad \frac{85}{90}\overset{5}{\Big|}\frac{17}{18};\quad \frac{24}{60}\overset{12}{\Big|}\frac{2}{5}.$$

$$\text{b)}\quad \frac{99}{120}\overset{3}{\Big|}\frac{33}{40};\quad \frac{81}{120}\overset{3}{\Big|}\frac{27}{40};\quad \frac{96}{132}\overset{12}{\Big|}\frac{8}{11};\quad \frac{120}{144}\overset{12}{\Big|}\frac{10}{12}\overset{2}{\Big|}\frac{5}{6};\quad \frac{100}{175}\overset{25}{\Big|}\frac{4}{7};\quad \frac{24(0}{36(0}\overset{12}{\Big|}\frac{2}{3}.$$

c) $\frac{121}{231}\overset{11}{\Big|}\frac{11}{21}$; $\frac{242}{363}\overset{11}{\Big|}\frac{22}{33}\overset{11}{\Big|}\frac{2}{3}$; $\frac{48(0}{64(0}\overset{16}{\Big|}\frac{3}{4}$; $\frac{135}{140}\overset{5}{\Big|}\frac{27}{28}$;

$\frac{142}{434}\overset{2}{\Big|}\frac{71}{217}$; $\frac{84}{111}\overset{3}{\Big|}\frac{28}{37}$.

d) $\frac{12(0}{54(0}\overset{6}{\Big|}\frac{2}{9}$; $\frac{781}{891}\overset{11}{\Big|}\frac{71}{81}$; $\frac{144}{960}\overset{24}{\Big|}\frac{6}{40}\overset{2}{\Big|}\frac{3}{20}$; $\frac{18(0}{90(0}\overset{18}{\Big|}\frac{1}{5}$;

$\frac{56(0}{84(0}\overset{7}{\Big|}\frac{8}{12}\overset{4}{\Big|}\frac{2}{3}$; $\frac{96(0}{100(0}\overset{4}{\Big|}\frac{24}{25}$.

e) $\frac{868}{1284}\overset{4}{\Big|}\frac{217}{321}$; $\frac{2055}{2590}\overset{5}{\Big|}\frac{411}{518}$; $\frac{3072}{3126}\overset{6}{\Big|}\frac{512}{521}$; $\frac{5024}{6056}\overset{8}{\Big|}\frac{628}{757}$; $\frac{4599}{5472}\overset{9}{\Big|}\frac{511}{608}$;

$\frac{37(0}{75(0} = \frac{37}{75}$.

f) $\frac{253}{473}\overset{11}{\Big|}\frac{23}{43}$; $\frac{1512}{1644}\overset{4}{\Big|}\frac{378}{411}\overset{3}{\Big|}\frac{126}{137}$; $\frac{192}{256}\overset{8}{\Big|}\frac{24}{32}\overset{8}{\Big|}\frac{3}{4}$; $\frac{216}{252}\overset{4}{\Big|}\frac{54}{63}\overset{9}{\Big|}\frac{6}{7}$;

$\frac{1575}{1800}\overset{5}{\Big|}\frac{315}{360}\overset{5}{\Big|}\frac{63}{72}\overset{9}{\Big|}\frac{7}{8}$; $\frac{36(00}{120(00}\overset{12}{\Big|}\frac{3}{5}$; $\frac{8008}{15015}\overset{13}{\Big|}\frac{616}{1155}$.

Nicht selten haben Zähler und Nenner eine Hebezahl, welche weder auf den ersten Anblick, noch mit Hilfe der bisher gegebenen Regeln gefunden werden kann. In solchen Fällen verfahre man auf folgende Weise:

Man theile mit dem Zähler in den Nenner. Geht es auf, so ist der Zähler selbst die verlangte Zahl. Bleibt ein Rest, so dividire man mit demselben in den Zähler. Geht es auf, so ist der als Theiler gebrauchte Rest die Zahl zum Heben. Bleibt aber wieder ein Rest, so theile man mit diesem Reste wieder in den vorigen Theiler, und so fort. Der Theiler, wodurch es endlich aufgeht, ist als Hebezahl zu nehmen. Z. B.: $^{111}/_{407} = ?$

```
111 | 407 | 3
      333
       74 | 111 | 1
             74
             37 | 74 | 2
                  74
```

$\frac{111}{407}\overset{37}{\Big|}\frac{3}{11}$.

Dieß Verfahren beruht zunächst auf den zwei Sätzen:

1) Wenn eine Zahl in zwei einzelnen Zahlen ohne Rest enthalten ist, so geht sie auch in deren Summe auf.

37 geht in sich selbst auf; 37 geht aber auch in 74 auf; also ist 37 auch in der Summe von 37 und 74, d. i. in 111 ohne Rest enthalten. (37 liegt in 111 genau so oft, als in 37 und 74 zusammen genommen.)

2) Wenn eine Zahl in einer andern Zahl aufgeht, so geht sie auch in jedem Vielfachen derselben auf.

37 geht auf in 111; also liegt 37 auch in 3mal 111, d. i. in 333 ohne Rest. (37 liegt in 333 gerade 3mal so oft als in 111.)

Wir haben bereits gefunden, daß 37 in 74 und in 333 ohne Rest enthalten ist; mithin geht 37 (nach dem ersten Satze) auch in der Summe von 74 und 333, d. i. in 407 auf.

37 geht also auf im Zähler 111, wie auch im Nenner 407. Mithin kann der Bruch $^{111}/_{407}$ durch 37 aufgehoben werden.

Ist der letzte Rest 1; so kann der Bruch, da 1 nicht theilt, nicht aufgehoben werden.

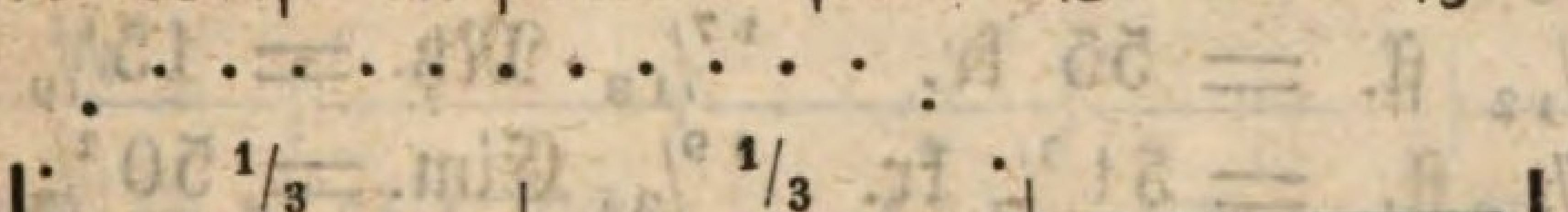
Aufgaben.

$\frac{89}{267} \;\overset{89}{\Big|}\; \frac{1}{3}$; $\frac{4063}{4541} \;\overset{239}{\Big|}\; \frac{17}{19}$; $\frac{7711}{9113} \;\overset{701}{\Big|}\; \frac{11}{13}$;

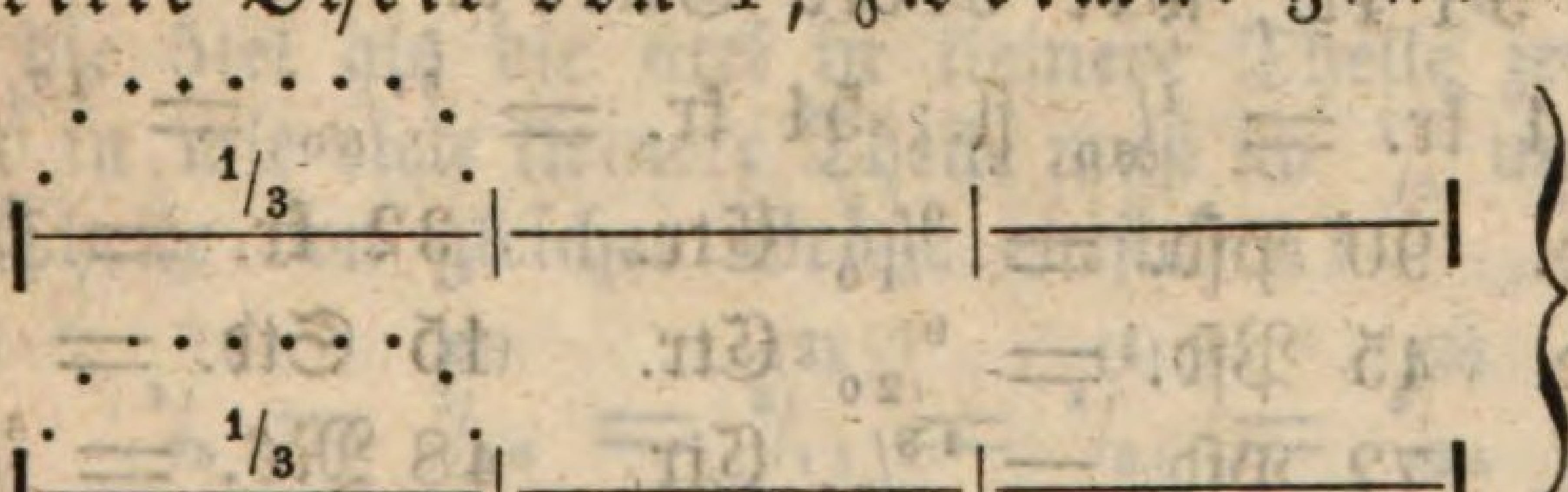
$\frac{1003}{2419} \;\overset{59}{\Big|}\; \frac{17}{41}$; $\frac{1679}{1932} \;\overset{23}{\Big|}\; \frac{73}{84}$; $\frac{533}{1189} \;\overset{41}{\Big|}\; \frac{13}{29}$.

8) Bruchtheile höherer Sorten in Ganze der niederen Sorten aufzulösen. (Brüche zu resolviren.)

Jeder Bruch, der mehr als einen Theil enthält, kann auf zweierlei Weise entstanden sein. Z. B.: $^2/_3$.

a)  $= {}^2/_3$.

Den Bruch $^2/_3$ erhalte ich hiernach, wenn ich ein Ganzes in 3 gleiche Theile zerlege und 2 Theile davon nehme. $^2/_3$ ist also der dritte Theil von 1, zweimal genommen.

b)  $= {}^2/_3$.

Hier erhalte ich $^2/_3$ von zweien Ganzen. Jedes derselben ist in 3 Theile getheilt und von jedem ist ein Theil genommen. $^2/_3$ ist demnach auch der dritte Theil von 2, einmal genommen.

Eben so mit $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$, $^3/_7$, $^6/_7$, $^3/_8$, $^7/_8$ 2c.

(Auf die Resolvirung angewendet.)

Beispiel. $^2/_3$ Pfd., wie viele Loth und Quint?

Mündlich. Ich denke mir $^2/_3$ Pfd. als den dritten Theil von 1 Pfd., zweimal genommen; ich suche also zuerst, wie viel $^1/_3$ Pfd. beträgt. 1 Pfd. = 32 Loth; $^1/_3$ Pfd. beträgt den dritten Theil von 32 Loth; der dritte Theil von 32 Loth = 10 Loth, Rest 2 Loth; 2 Loth = 8 Qt.; der dritte Theil von 8 Qt. = $2^2/_3$ Qt.; $^1/_3$ Pfd. = 10 Loth $2^2/_3$ Qt.; also sind $^2/_3$ Pfd. = 2mal 10 Loth $2^2/_3$ Qt = 21 Loth $1^1/_3$ Qt.

Oder ich betrachte $^2/_3$ Pfd. als den dritten Theil von 2 Pfd.; 2 Pfd. = 64 Lth.; der dritte Theil von 64 Loth = 21 Loth, Rest 1 Loth; 1 Lth. = 4 Qt.; der dritte Theil von 4 Qt. = $1^1/_3$ Qt. Also 2c.

Schriftlich.

```
      2 Pfd.
     32
3 | 64 Lth. | 21 Loth
     6
    ---
     4
     3
    ---
     1
     4
    ---
3 |  4 Qt. | 1 1/3 Qt.
     3
    ---
     1
```

Die **schriftliche** Berechnung ist gleich der zweiten mündlichen.

$^2/_3$ fl. = 40 kr. $^7/_8$ Pfd. = 28 Loth. $^8/_9$ fl. = $53^1/_3$ kr.
$^3/_4$ fl. = 45 kr. $^9/_{10}$ Ctr. = 90 Pfd. $^{13}/_{15}$ Schff. = 5 M. $3^1/_5$ Ms.
$^4/_5$ fl. = 48 kr. $^{11}/_{12}$ fl. = 55 kr. $^{17}/_{18}$ Mtz. = $15^1/_9$ Ms.
$^5/_6$ Bch. = 20 Bg. $^6/_7$ fl. = $51^3/_7$ kr. $^{19}/_{24}$ Eim. = $50^2/_3$ Ms.

9) **Niedere Sorten in Bruchtheile der höheren Sorten zu verwandeln** (reduciren).

a) 51 kr., wie viele Gulden?

(60 kr. = 1 fl.; 1 kr. = $^1/_{60}$ fl.; 51 kr. = $^{51}/_{60}$ = $^{17}/_{20}$ fl.)

16 Lth. = $^1/_2$ Pfd.	90 Pfd. = $^9/_{10}$ Ctr.	32 kr. = $^8/_{15}$ fl.
24 Lth. = $^3/_4$ Pfd.	45 Pfd. = $^9/_{20}$ Ctr.	15 Std. = $^5/_8$ Tg.
12 Lth. = $^3/_8$ Pfd.	72 Pfd. = $^{18}/_{25}$ Ctr.	48 Ms. = $^3/_4$ Eim.
28 Lth. = $^7/_8$ Pfd.	40 kr. = $^2/_3$ fl.	20 Bg. = $^5/_6$ Bch.
23 Lth. = $^{23}/_{32}$ Pfd.	36 kr. = $^3/_5$ fl.	18 Bch. = $^9/_{10}$ Rs.
75 Pfd. = $^3/_4$ Ctr.	42 kr. = $^7/_{10}$ fl.	54 Stck. = $^9/_{10}$ Sch.
40 Pfd. = $^2/_5$ Ctr.	55 kr. = $^{11}/_{12}$ fl.	

b) 5 kr. 2 pf., wie viele Gulden?

(5 kr. 2 pf. = 22 pf.; 1 pf. = $^1/_{240}$ fl.; 22 pf. = $^{22}/_{240}$ = $^{11}/_{120}$ fl.)

2 pf. = $^1/_{120}$ fl. 3 pf. = $^1/_{80}$ fl. 12 Lth. 2 Qt. = $^{25}/_{64}$ Pfd.
24 Lth. = $^3/_{400}$ Ctr. 15 pf. = $^1/_{16}$ fl. 28 Pfd. 12 Lth. = $^{227}/_{800}$ Ctr.
3 Qt = $^3/_{128}$ Pfd. 8 kr. 2 pf. = $^{17}/_{120}$ fl. 15 Bch. 18 Bg. = $^{63}/_{80}$ Rs.
30 Lth. = $^3/_{320}$ Ctr. 5 kr. 3 pf. = $^{23}/_{240}$ fl. 32 kr. 2 pf. = $^{13}/_{24}$ fl.

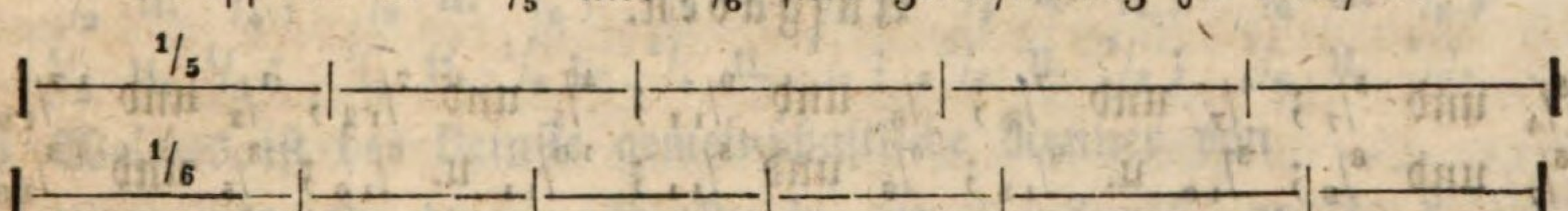
10) Ungleichnamige Brüche gleichnamig zu machen.

Mündlich.

Dinge sind gleichnamig, wenn sie gleiches Namens sind. Wie die Theile eines Bruches heißen, sagt uns der Nenner desselben. Brüche sind daher gleichnamig, wenn sie gleiche Nenner haben.

$^2/_3$ von einem kleineren Ganzen sind kleiner, als $^2/_3$ von einem größeren Ganzen. Beim Rechnen mit unbenannten Brüchen denkt man sich aber unter den Ganzen nur gleiche Größen. Gleiche Ganze, in gleichviel Theile abgetheilt, geben gleiche Theile. Darum bestehen Brüche mit gleichen Nennern aus Theilen von gleicher Größe, Brüche mit verschiedenen Nennern aus Theilen von verschiedener Größe. Ungleichnamige Brüche gleichnamig machen, heißt also: den Brüchen mit verschiedenen Nennern gleiche Nenner geben, die Theile von verschiedener Größe in Theile von gleicher Größe verwandeln.

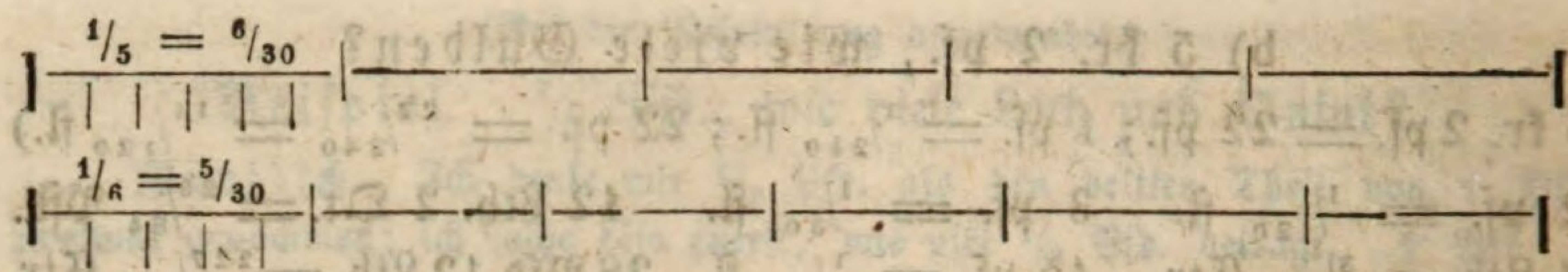
Beispiel 1. $^1/_5$ und $^1/_6$ sind gleichnamig zu machen.



5tel und 6tel sind ungleichnamig, weil sie von verschiedener Größe sind. Sollen sie gleichnamig werden, so muß ich sie auf gleiche Theile bringen. Daß ich die 5tel nicht in 6tel, und die 6tel nicht in 5tel verwandeln kann, springt in die Augen. Ich muß daher sowohl die 5tel als die 6tel in kleinere Theile zerfällen. Nur fragt es sich: in wie viele kleinere Theile muß ich $^1/_5$ und $^1/_6$ wieder theilen, damit Theile von gleicher Größe entstehen?

$$\frac{1}{5} = \overset{(2)}{\frac{2}{10}} = \overset{(3)}{\frac{3}{15}} = \overset{(4)}{\frac{4}{20}} = \overset{(5)}{\frac{5}{25}} = \overset{(6)}{\frac{6}{30}}$$
$$\frac{1}{6} = \frac{2}{12} = \frac{3}{18} = \frac{4}{24} = \frac{5}{30}$$

$^1/_5$ und $^1/_6$, in 2 gleiche Theile zerfällt, = $^2/_{10}$ und $^2/_{12}$, in 3 Theile = $^3/_{15}$ und $^3/_{18}$, in 4 Theile = $^4/_{20}$ und $^4/_{24}$, in 5 Theile = $^5/_{25}$ und $^5/_{30}$, in 6 Theile = $^6/_{30}$ —



Beide Brüche kommen also in 30stel zusammen; $\frac{1}{5} = \frac{6}{30}$, und $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$. Die gegebenen Brüche enthalten nun Theile von gleicher Größe; darum sind sie jetzt auch **gleichnamig**. Ihr gemeinsamer Name ist 30stel; ihr **gemeinschaftlicher** (oder **Haupt**-) Nenner = 30.

Frage: Warum lassen sich 5tel und 6tel in 30stel verwandeln?

Antwort: Weil 30 eine durch 5 und 6 zugleich theilbare Zahl ist. $1 = \frac{30}{30}$; $\frac{1}{5}$ beträgt den 5. Theil von $\frac{30}{30} = \frac{6}{30}$, und $\frac{1}{6}$ beträgt den 6. Theil von $\frac{30}{30} = \frac{5}{30}$.

Beispiel 2. $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{9}$ gleichnamig zu machen.

Das **weitläufigere Verfahren** ist, $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{9}$ so lange durch 2, 3, 4 2c. zu erweitern, bis ihre Nenner zusammen kommen. Das **kürzere** ist, sogleich die Zahl zu suchen, die zum gemeinschaftlichen Nenner für beide Brüche dienen kann. Dieselbe muß durch 8 und 9 zugleich ohne Rest getheilt werden können. Durch 8 theilbar ist jedes Produkt aus 8; durch 9 theilbar ist jedes Produkt aus 9; durch 8 und 9 zugleich theilbar ist also das Produkt aus 8 und 9; $8 \times 9 = 72$. Der gemeinschaftliche Nenner für 8tel und 9tel ist also 72.

$1 = \frac{72}{72}$; $\frac{1}{8}$ beträgt den 8. Theil von $\frac{72}{72} = \frac{9}{72}$; $\frac{1}{9}$ beträgt den 9. Theil von $\frac{72}{72} = \frac{8}{72}$. Also sind $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{9} = \frac{9}{72}$ und $\frac{8}{72}$.

Aufgaben.

$\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{7}$; $\frac{4}{7}$ und $\frac{7}{8}$; $\frac{5}{6}$ und $\frac{9}{11}$; $\frac{4}{5}$ und $\frac{7}{12}$; $\frac{1}{2}$ und $\frac{17}{19}$; $\frac{6}{7}$ und $\frac{8}{9}$; $\frac{3}{10}$ u. $\frac{9}{13}$; $\frac{5}{8}$ und $\frac{5}{11}$; $\frac{10}{11}$ u. $\frac{9}{10}$; $\frac{3}{5}$ und $\frac{13}{18}$.

Beispiel 3. $\frac{5}{6}$ und $\frac{17}{18}$ auf gleiche Namen zu bringen.

$\frac{5}{6}$ können in 12tel, 18tel 2c. verwandelt werden. Da der andere Bruch aus 18teln besteht, so brauche ich, um Brüche mit gleichen Nennern zu haben, die $\frac{5}{6}$ nur auch zu 18teln zu machen. $\frac{1}{6} = \frac{3}{18}$, $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$.

Frage: Warum können 6tel in 18tel verwandelt werden? Antwort: Weil 18 eine durch 6 theilbare Zahl ist, oder weil 6 in 18 aufgeht. **Geht also der kleinere Nenner in dem größeren Nenner auf, so kann dieser selbst zum gemeinschaftlichen Nenner dienen.**

Aufg. Gebt Brüche mit dergleichen Nennern an und macht sie gleichnamig!

($\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$ und $\frac{7}{9}$; $\frac{3}{4}$ und $\frac{11}{12}$ 2c.)

Beispiel 4. $\frac{9}{10}$ und $\frac{7}{15}$ gleichnamig zu machen.

10 ist in 15 nicht ohne Rest enthalten. Die $\frac{9}{10}$ können deßhalb nicht auch in 15tel verwandelt werden. Folglich muß ich **beide** Brüche erweitern. Eine zum gemeinschaftlichen Nenner taugliche Zahl erhalte ich, wenn ich 10 und 15 mit

einander multiplicire. $10 \times 15 = 150$. Es gibt jedoch eine viel kleinere Zahl, welche durch 10 und 15 theilbar ist. Diese Zahl ist 30. 30 ist genau 5mal so klein als 150. Daß hier eine 5mal so kleine Zahl als Hauptnenner möglich ist, als das Produkt der beiden Nenner, hat seinen Grund darin, weil 10 und 15 die Zahl 5 zum gemeinschaftlichen Maße haben. Ist nämlich 15 auch nicht durch 10 theilbar, so ist sie es doch durch das gemeinschaftliche Maß, durch 5. Um aber aus einer Zahl, die schon durch 5 theilbar ist, eine Zahl zu erzeugen, welche durch 10 oder 2mal 5 aufgeht, so genügt es, sie nur noch durch 2 zu multipliciren. $2 \times 15 = 30$. $30 = 10$mal 3, und $= 15$mal 2, mithin durch 15 und durch 10 zugleich theilbar. — $^9/_{10} = 9$mal 3 oder $^{27}/_{30}$, und $^7/_{15} = 7$mal 2 oder $^{14}/_{30}$; $^9/_{10}$ und $^7/_{15} = 27$ und 14 Dreißigstel.

Beispiel 6. $^{11}/_{18}$ und $^{19}/_{24}$ sind gleichnamig zu machen.

Die Nenner 18 und 24 haben mehrere gemeinschaftliche Maße (2, 3, 6). Das größte derselben ist 6. 24 ist also durch 6 theilbar. Um aus ihr eine Zahl zu erzeugen, welche durch 18 oder 3mal 6 aufgeht, so multiplicire ich sie bloß durch 3; 3mal $24 = 72$; $72 = 24$mal 3 und $= 18$mal 4, mithin durch 24 theilbar und durch 18; $^{11}/_{18}$ und $^{19}/_{24}$ lassen sich daher in 72stel verwandeln.

Aufg. Nennt Bruchpaare, welche Nenner mit einem gemeinschaftlichen Maße haben, und macht sie gleichnamig! ($^3/_4$ und $^5/_6$; $^5/_6$ und $^7/_9$ ꝛc.)

Vermischte Aufgaben.

1) Folgende Brüche lasse man gleichnamig machen und dann ihren Unterschied bestimmen:

$^1/_2$ u. $^1/_3$; $^1/_3$ u. $^1/_4$; $^1/_4$ u. $^1/_5$; $^1/_5$ u. $^1/_6$; $^1/_6$ u. $^1/_7$;
$^1/_2$ u. $^1/_4$; $^1/_3$ u. $^1/_5$; $^1/_4$ u. $^1/_6$; $^1/_5$ u. $^1/_7$; $^1/_6$ u. $^1/_8$;
$^1/_2$ u. $^1/_5$; $^1/_3$ u. $^1/_6$; $^1/_4$ u. $^1/_7$; $^1/_5$ u. $^1/_8$; $^1/_6$ u. $^1/_9$.

2) Welches ist der kleinste gemeinschaftliche Nenner von

$^1/_{12}$ u. $^1/_{15}$? $^1/_{14}$ u. $^1/_{21}$? $^1/_{18}$ u $^1/_{27}$? $^1/_{30}$ u. $^1/_{40}$?
$^1/_{12}$ u. $^1/_{16}$? $^1/_{15}$ u. $^1/_{20}$? $^1/_{20}$ u. $^1/_{30}$? $^1/_{32}$ u. $^1/_{48}$?
$^1/_{12}$ u. $^1/_{18}$? $^1/_{16}$ u. $^1/_{24}$? $^1/_{20}$ u. $^1/_{25}$? $^1/_{50}$ u. $^1/_{75}$?

3) Bringt auf gleiche Nenner:

$^5/_6$ u. $^9/_{10}$; $^3/_7$ u. $^7/_9$; $^5/_8$ u. $^9/_{20}$; $^1/_2$, $^2/_3$ u. $^3/_4$;
$^7/_9$ u. $^5/_{36}$; $^7/_{20}$ u. $^3/_{50}$; $^7/_8$ u. $^7/_{11}$; $^2/_3$, $^3/_4$ u. $^4/_5$;
$^{11}/_{12}$ u. $^7/_{30}$; $^{11}/_{20}$ u. $^{17}/_{60}$; $^7/_8$ u. $^7/_{24}$; $^3/_4$, $^4/_5$ u. $^5/_6$.

Schriftlich.

a) Die kleineren Nenner sind in dem größten Nenner der gegebenen Brüche ohne Rest enthalten.

Beispiel. $^{11}/_{12}$, $^7/_{15}$, $^{19}/_{20}$, $^{23}/_{30}$, $^{47}/_{60}$ = ?

Der größte Nenner dieser Brüche ist 60. Die Nenner 12, 15,

20 und 30 gehen darin auf. Die Brüche $^{11}/_{12}$, $^{7}/_{15}$, $^{19}/_{20}$ und $^{23}/_{30}$ lassen sich daher gleichfalls in 60stel verwandeln.

	60		1 Ganzes = $^{60}/_{60}$.
$^{11}/_{12}$	5	55	$^{1}/_{12} = {}^{5}/_{60}$; $^{11}/_{12}$ = 11 mal 5 = $^{55}/_{60}$.
$^{7}/_{15}$	4	28	$^{1}/_{15} = {}^{4}/_{60}$; $^{7}/_{15}$ = 7 mal 4 = $^{28}/_{60}$.
$^{9}/_{20}$	3	27	$^{1}/_{20} = {}^{3}/_{60}$; $^{9}/_{20}$ = 9 mal 3 = $^{27}/_{60}$.
$^{23}/_{30}$	2	46	$^{1}/_{30} = {}^{2}/_{60}$; $^{23}/_{30}$ = 23 mal 2 = $^{46}/_{60}$.
$^{47}/_{60}$	1	47	$^{47}/_{60} = {}^{47}/_{60}$.

Aufgaben.

1) $^{1}/_{2}$, $^{2}/_{3}$, $^{3}/_{4}$, $^{5}/_{6}$, $^{5}/_{12}$. — 2) $^{3}/_{4}$, $^{5}/_{6}$, $^{7}/_{8}$, $^{11}/_{12}$, $^{23}/_{24}$.
3) $^{5}/_{6}$, $^{8}/_{9}$, $^{7}/_{12}$, $^{17}/_{18}$, $^{11}/_{36}$. — 4) $^{7}/_{8}$, $^{11}/_{12}$. $^{11}/_{16}$, $^{13}/_{24}$, $^{43}/_{48}$.
5) $^{1}/_{2}$, $^{2}/_{3}$, $^{3}/_{4}$, $^{5}/_{6}$, $^{7}/_{8}$, $^{11}/_{12}$, $^{13}/_{16}$, $^{17}/_{24}$, $^{31}/_{32}$, $^{43}/_{48}$, $^{79}/_{96}$.
6) $^{5}/_{6}$, $^{18}/_{123}$, $^{67}/_{82}$, $^{19}/_{41}$, $^{2}/_{3}$, $^{1}/_{2}$, $^{176}/_{246}$.
7) $^{1}/_{2}$, $^{2}/_{3}$, $^{3}/_{4}$, $^{4}/_{5}$, $^{5}/_{6}$, $^{7}/_{30}$, $^{8}/_{9}$, $^{9}/_{10}$, $^{11}/_{12}$, $^{13}/_{15}$, $^{17}/_{18}$, $^{17}/_{20}$, $^{37}/_{180}$.
8) $^{23}/_{24}$, $^{23}/_{30}$, $^{31}/_{36}$, $^{37}/_{40}$, $^{43}/_{45}$, $^{53}/_{60}$, $^{67}/_{72}$, $^{89}/_{90}$, $^{117}/_{120}$, $^{153}/_{180}$, $^{273}/_{360}$.

b) Die Nenner der gegebenen Brüche sind Primzahlen unter sich.

Beispiel 1. $^{3}/_{4}$ und $^{4}/_{5}$ =?

Von 4 und 5 geht weder eine Zahl in der andern auf, noch haben sie ein gemeinschaftliches Maß. (Sie sind Primzahlen unter sich.) Der möglichst kleinste Hauptnenner = 4 × 5 = 20. Beide Brüche werden daher in 20stel verwandelt. Das kann auf zweierlei Weise geschehen.

Erstens. $^{3}/_{4}$ werden zu 20stel, wenn ich jedes 4tel wieder in 5 d. i. in so viel Theile zerfälle, als der Nenner von $^{4}/_{5}$ sagt. Und $^{4}/_{5}$ werden zu 20stel, wenn ich jedes 5tel wieder in 4 d. i. in so viel Theile zerlege, als der Nenner von $^{3}/_{4}$ sagt. Die gegebenen Brüche erhalten also gleiche Nenner, wenn man den einen Bruch durch den Nenner des andern Bruchs erweitert.

$$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20};\quad \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20};\quad \text{kurz: } \frac{\frac{3}{4} \quad \frac{4}{5}}{\frac{15}{20} \quad \frac{16}{20}}$$

Zweitens:

	20		$1 = \frac{20}{20}$.
$\frac{3}{4}$	5	15	$\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$, $\frac{3}{4} = 3 \times 5 = \frac{15}{20}$.
$\frac{4}{5}$	4	16	$\frac{1}{5} = \frac{4}{20}$, $\frac{4}{5} = 4 \times 4 = \frac{16}{20}$.

Aufgaben:

1) $\frac{4}{5}$ u. $\frac{7}{9}$; $\frac{7}{8}$ u. $\frac{5}{7}$; $\frac{7}{10}$ u. $\frac{3}{7}$; $\frac{11}{12}$ u. $\frac{2}{11}$.

Beispiel 2. $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{3}$ = ?

	84		Hauptn.: $4 \times 7 \times 3 = 84$.
$\frac{3}{4}$	21	63	$\frac{1}{4} = \frac{21}{84}$, $\frac{3}{4} = \frac{63}{84}$.
$\frac{5}{7}$	12	60	$\frac{1}{7} = \frac{12}{84}$, $\frac{5}{7} = \frac{60}{84}$.
$\frac{2}{3}$	28	56	$\frac{1}{3} = \frac{28}{84}$, $\frac{2}{3} = \frac{56}{84}$.

Aufgaben.

2) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$.
$\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$.
$\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{11}$.
$\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{11}{12}$.

3) $\frac{8}{9}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{5}$. (Hptn. 32760.)
$\frac{5}{6}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{9}{19}$, $\frac{11}{25}$. (407550.)
$\frac{13}{15}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{18}{53}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{5}{7}$. (244860.)
$\frac{3}{5}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{12}{23}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{13}$ (502320.)

c) Die Nenner der gegebenen Brüche haben ein gemeinschaftliches Maß.

Beispiel 1. $\frac{5}{21}$ und $\frac{13}{28}$.

Kein Nenner der gegebenen Brüche geht in dem andern auf. Also ist für beide ein gemeinschaftlicher Nenner zu suchen. $21 \times 28 = 588$ kann jedenfalls als solcher stehen. Da aber 21 und 28 ein gemeinschaftliches Maß haben, so ist ein kleinerer Hauptnenner möglich. Das gemeinschaftliche Maß ist hier 7; 28 ist durch 7 theilbar. Um aus 28 eine Zahl zu erzeugen, welche auch durch 21 oder 3 mal 7 aufgeht, multiplicire ich 28 bloß durch 3; 3 mal 28 = 84.

Da $28 = 4 \cdot 7$, so ist $3 \cdot 28 = 3 \cdot 4 \cdot 7$. Um also eine durch 21 und 28 zugleich theilbare Zahl zu finden, so bedarf man eigentlich nur der drei Faktoren 3, 4, 7. Diese erhalten wir auch auf folgende Weise:

$21 = 3 \cdot 7$	oder:	21	28
$28 = 4 \cdot \not{7}$		$3 \cdot 7$	$4 \cdot \not{7}$

Das ist, wir zerlegen die Nenner in ihre Faktoren und lassen den gemeinschaftlichen Faktor (7) nur einmal gelten. Ganz dasselbe geschieht bei dem gewöhnlichen Verfahren.

*

	84	
$^5/_{21}$	4	20
$^{13}/_{28}$	3	39

```
7 | 21 .          28 .
  :  3 .           4 .
  :  : . . . . . . . 3
  :                 12
  : . . . . . . . .  7
Hauptnenner:        84
```

Das gemeinschaftliche Maß (der Faktor 7) steht hier als Divisor. 7 in 21 ist 3 mal (21 = 7 . 3), und 7 in 28 ist 4 mal (28 = ~~7~~ . 4). Anstatt der vier Faktoren 7 . 3 . 7 . 4 stehen hier gleich nur **die** Faktoren, welche zur Erzeugung der kleinsten durch 21 und 28 zugleich theilbaren Zahl erforderlich sind, nämlich 7 . 3 . 4. Mit einander multiplicirt, geben sie 84.

Aufgaben:

1) $^{11}/_{12}$ u. $^{17}/_{18}$; $^9/_{14}$ u. $^{13}/_{21}$; $^{13}/_{24}$ u. $^{29}/_{36}$; $^{31}/_{32}$ u. $^{47}/_{48}$; $^{35}/_{48}$ u. $^{51}/_{60}$; $^{37}/_{48}$ u. $^{59}/_{64}$.

Beispiel 2. $^{11}/_{12}$, $^{14}/_{15}$ und $^{17}/_{18}$.

Die Nenner haben gemeinschaftliche Maße. Also ist ein kleinerer Hauptnenner möglich, als das Produkt aus ihnen. Um denselben zu finden, lösen wir die Nenner in ihre Grundfaktoren auf.

12 = (2 . 6 =) 2 . 2 . 3 .
15 = . . . ~~3~~ . 5 .
18 = (2 . 9 =) ~~2~~ . ~~3~~ . 3 .

Von 15 ist der Faktor 3 schon durch die 3 bei 12 vertreten; er wird daher gestrichen. Dasselbe ist bei 18 mit 2 und der **einen** 3 der Fall; sie werden also auch durchstrichen. Es bleiben demnach noch die Faktoren 2 . 2 . 3 . 5 . 3. Hierunter kommen die Grundfaktoren von jedem unserer Nenner vor. 12 ist vertreten durch 2 . 2 . 3; 15 durch 3 . 5, und 18 durch 2 . 3 . 3. Mithin muß die aus ihnen erzeugte Zahl nothwendig eine Produktzahl von jedem der gegebenen Nenner sein. Als solche aber geht sie jedenfalls durch 12, 15 und 18 auf.

Andere Darstellung:

```
12 .       15 .    18 .
 2 . 6 .   15 .    ~~2~~ . 9 .
 2 . 3 . 2 . ~~3~~ . 5    ~~3~~ . 3 .
```

	180	
$^{11}/_{12}$	15	165
$^{14}/_{15}$	12	168
$^{17}/_{18}$	10	170

Abgekürztes Verfahren:

```
2 | 12 .    15 .    18 .
3 |  6 .    15 .     9 .
  :  2 .     5 .     3
  :  :       : . . . 5
  :  :              15
  :  : . . . . . . . 2
  :                 30
  : . . . . . . . . . 6 (=2×3)
Hauptnenner:       180
```

Aufgaben.

2) 3/4, 5/6, 7/10. (60.) 7/10, 13/45, 24/25. (450.)
5/6, 4/27, 11/15. (270.) 5/12, 17/30, 35/42. (420.)
7/8, 11/12, 13/20. (120.) 3/16, 5/56, 9/40. (560.)

Beispiel 3. 7/9, 13/20, 11/18, 7/16, 5/12, 14/15, 19/24.

	720	
7/9	80	560
13/20	36	468
11/18	40	440
7/16	45	315
5/12	60	300
14/15	48	672
19/24	30	570

I.	2	~~9~~.	20.	18.	16.	~~12~~.	15.	24.
II.	2		10.	9.	8.		15.	12.
III.	3		~~5~~.	9.	4.		15.	6
IV.				3.	4.		5.	~~2~~

Zuerst suchen wir, ob unter den gegebenen Nennern auch solche sich befinden, welche in einem der größeren ohne Rest enthalten sind. Dieß ist bei 9 und 12 der Fall. 9 geht in 18, und 12 in 24 auf. Jede Zahl, welche theilbar ist durch 18, ist es auch durch 9, und jede Zahl, welche theilbar ist durch 24, ist es auch durch 12 (Nachweis!). 9 und 12 sind daher durch 18 und 24 vertreten. Darum werden sie durchstrichen.

Die andern Nenner zerlegen wir in ihre Grundfaktoren. Dieß geschieht, indem wir sie durch ihre gemeinschaftlichen Maße dividiren. Wir nehmen dazu immer die möglichst kleinste Zahl.

2 in 20 ist 10 mal (20 = 2 . 10); 2 in 18 ist 9 mal (18 = ~~2~~ . 9); 2 in 16 ist 8 mal (16 = ~~2~~ . 8); 2 in 15 geht nicht auf, 15 herunter; 2 in 24 ist 12 mal (24 = ~~2~~ . 12).

Der Divisor 2 vertritt (repräsentirt) also den Faktor 2 von 20, 18, 16 und 24. Und dieser steht daher anstatt viermal nur einmal. Dreimal ist er bereits als überflüssig weggeschafft.

Ganz so, wie mit den gegebenen Zahlen bei **I**, verfahren wir jetzt mit den Zahlen bei **II**, dann auch mit denen bei **III** u. **IV**. Die erste Frage, die wir stellen (und durch die Schüler selbst sich stellen lassen), ist immer die: Geht eine der Zahlen in der andern auf? Und die zweite: Haben zwei oder mehrere der Zahlen ein gemeinschaftliches Maß und welches?

Zuletzt bleiben die Zahlen: 2 . 2. 3 . 3. 4 . 5. Hierunter kommen die Faktoren von jedem der gegebenen Nenner vor.

9 ist vertreten durch 3 . 3; 20 durch 4 . 5; 18 durch 2 . 3. 3; 16 durch 2 . 2 . 4; 12 durch 2 . 2 . 3; 15 durch 3 . 5; 24 durch 2 . 3. 4.

Mithin muß die Zahl, die sich aus ihnen erzeugt, nothwendig eine Produktzahl von jedem einzelnen Nenner — eine durch jeden derselben ohne Rest theilbare Zahl sein. Sie heißt 720.

Aufgaben:

$^{8}/_{27}$, $^{13}/_{18}$, $^{17}/_{63}$, $^{23}/_{28}$, $^{20}/_{21}$, $^{7}/_{12}$. Hauptnenner = 756.
$^{7}/_{12}$, $^{23}/_{36}$, $^{17}/_{24}$, $^{5}/_{7}$, $^{19}/_{35}$, $^{17}/_{20}$. Hptn. = 2520.
$^{3}/_{16}$, $^{17}/_{24}$, $^{9}/_{14}$, $^{9}/_{10}$, $^{8}/_{9}$, $^{7}/_{8}$. " = 5040.
$^{3}/_{4}$, $^{7}/_{10}$, $^{11}/_{12}$, $^{5}/_{18}$, $^{2}/_{9}$, $^{1}/_{2}$. " = 180
$^{1}/_{6}$, $^{7}/_{8}$, $^{4}/_{15}$, $^{7}/_{24}$, $^{5}/_{18}$, $^{3}/_{4}$. " = 360.
$^{3}/_{10}$, $^{4}/_{25}$, $^{5}/_{18}$, $^{2}/_{3}$, $^{7}/_{30}$, $^{11}/_{40}$. " = 1800.

B. Die vier Grundrechnungsarten mit Brüchen.

Addiren der Brüche.

I. Brüche mit gleichen Nennern.

a) Mündlich.

1) $^{5}/_{8} + ^{7}/_{8} = ?$

Aufl. a) $^{5}/_{8} + ^{7}/_{8} = ^{12}/_{8}$; $^{12}/_{8} = 1^{4}/_{8}$ oder $1^{1}/_{2}$.

b) Zu $^{7}/_{8}$ fehlt noch $^{1}/_{8}$ auf 1 Ganzes. Dieß $^{1}/_{8}$ nehme ich von $^{5}/_{8}$. Ich rechne also: $^{7}/_{8} + ^{5}/_{8} = ^{7}/_{8} + ^{1}/_{8} + ^{4}/_{8} = 1 + ^{4}/_{8} = 1^{1}/_{2}$.

2) $^{7}/_{9} + ^{8}/_{9} = ?$ $^{8}/_{11} + ^{9}/_{11} = ?$ $^{12}/_{13} + ^{7}/_{13} = ?$ ꝛc.

3) Wie viel ist $^{3}/_{7} + ^{4}/_{7} + ^{5}/_{7} + ^{6}/_{7} + ^{4}/_{7} + ^{2}/_{7} + ^{5}/_{7}$ ꝛc.?
Aufgaben dieser Art gebe man auch in 8teln, 9teln ꝛc. Die Antwort muß nach jeder neu genannten Zahl augenblicklich erfolgen. Einmal lasse man die Theile erst am Ende in Ganze verwandeln, ein Andermal sogleich nach jeder einzelnen Addition. Auch wird der Unterricht an Lebendigkeit gewinnen, wenn man einmal einen Schüler längere Zeit, dann einzelne derselben schnell nacheinander, dann wieder alle Schüler im Chore sprechen läßt.

4) Wie viel beträgt die Summe von $^{1}/_{24}$ bis $^{20}/_{24}$? ꝛc.

5) $7^{8}/_{11} + 12^{9}/_{11} = ?$

Aufl. $7^{8}/_{11} + 12^{9}/_{11} = (7 + 12) + (^{8}/_{11} + ^{9}/_{11})$. $7 + 12 = 19$; $^{8}/_{11} + ^{9}/_{11} = ^{17}/_{11} = 1^{6}/_{11}$; $19 + 1^{6}/_{11} = 20^{6}/_{11}$. Also ist $7^{8}/_{11} + 12^{9}/_{11} = 20^{6}/_{11}$.

Man addirt also zuerst die Ganzen und dann die Brüche, und vereinigt dann die zwei Ergebnisse.

6) $3^{4}/_{5} + 12^{3}/_{5} = ?$ $17^{7}/_{10} + 25^{9}/_{10} = ?$ $41^{8}/_{13} + 13^{9}/_{13} = ?$

7) $1^{1}/_{25} + 2^{2}/_{25} + 3^{3}/_{25} + 4^{4}/_{25} + 5^{5}/_{25} + 6^{6}/_{25} + 4^{4}/_{25}$?

8) Addirt $1^{1}/_{10}$, $2^{2}/_{10}$, $3^{3}/_{10}$ bis $9^{9}/_{10}$!

Dergleichen Aufgaben gebe man so lange und lasse die Schüler selbst sich gegenseitig geben, bis die Ausrechnung sicher und fertig geht.

b) Schriftlich.

Beispiel 1. $\frac{9}{17} + \frac{12}{17} + \frac{8}{17} + \frac{15}{17} + \frac{4}{17} + \frac{16}{17} = ?$

Ansatz und Berechnung:

$\frac{9}{17}$	9	
$\frac{12}{17}$	12	
$\frac{8}{17}$	8	
$\frac{15}{17}$	15	
$\frac{4}{17}$	4	
$\frac{16}{17}$	16	
17	64	$3\frac{13}{17}$
	51	
	13	

Was zeigen die Nenner dieser Brüche an?

Antwort: Die Nenner zeigen an, daß jedes Ganze in 17 gleiche Theile getheilt worden ist und daß die Theile 17tel heißen.

Was sagen uns aber die Zähler dieser Brüche?

Antwort: Die Zähler sagen uns, wie viele 17tel jeder Bruch enthält.

Also muß ich, um zu finden, wie viele 17tel alle diese Brüche zusammen haben, die Zähler derselben zusammen zählen.

Die Summe aller gegebenen Brüche ist $\frac{64}{17} = 3\frac{13}{17}$.

Beispiel 2. $15\frac{11}{23} + 24\frac{17}{23} + 4 + 375\frac{22}{23} + \frac{6}{23} = ?$

Ansatz und Berechnung:

$15\frac{11}{23}$	11
$24\frac{17}{23}$	17
4	
$375\frac{22}{23}$	22
$\frac{6}{23}$	6
$420\frac{10}{23}$	$56 = 2\frac{10}{23}$.

6 + 22 + 17 + 11 Dreiundzwanzigstel = $\frac{56}{23} = 2\frac{10}{23}$. Die $\frac{10}{23}$ werden unter die Brüche geschrieben, die 2 Ganzen aber den übrigen Ganzen zugezählt.

Aufgaben.

1) $\frac{3}{7} + \frac{1}{7} + \frac{4}{7} + \frac{6}{7} + \frac{2}{7} + \frac{5}{7} = ?$ (= 3.)

2) Summire die Brüche von $\frac{1}{13}$ bis $\frac{12}{13}$! (= 6.)

3) Addire die Brüche von $\frac{15}{37}$ bis $\frac{25}{37}$! (= $5\frac{35}{37}$.)

4) $\frac{7}{23} + \frac{9}{23} + \frac{13}{23} + \frac{18}{23} + \frac{2}{23} + \frac{21}{23} + \frac{15}{23} + \frac{12}{23} = ?$ ($4\frac{5}{23}$.)

5) $4\frac{7}{24} + 9\frac{11}{24} + 12\frac{13}{24} + 1\frac{5}{24} + 18\frac{19}{24} + 36\frac{23}{24} = ?$ (= $83\frac{1}{4}$.)

6) $7\frac{2}{15} + 135\frac{7}{15} + \frac{13}{15} + 428 + 48\frac{8}{15} + 3\frac{13}{15} = ?$ (= $623\frac{13}{15}$.)

7) $32\frac{7}{36} + 5\frac{17}{36} + 175\frac{23}{36} + \frac{11}{36} + \frac{35}{36} + 234\frac{25}{36} = ?$ (= $449\frac{5}{18}$.)

8) $5\frac{9}{48} + 27\frac{35}{48} + 750\frac{15}{48} + 2\frac{31}{48} + 36\frac{41}{48} + 97\frac{23}{48} = ?$ (= $920\frac{5}{24}$.)

II. Brüche mit verschiedenen Nennern.

a) Mündlich.

Beispiel 1. $^1/_5 + ^1/_6 = ?$

Aufl. 5tel und 6tel lassen sich in 30stel verwandeln. $^1/_5 = ^6/_{30}$; $^1/_6 = ^5/_{30}$. Anstatt $^1/_5 + ^1/_6$ habe ich jetzt $^6/_{30} + ^5/_{30}$, was eben so viel ist. $^6/_{30} + ^5/_{30} = ^{11}/_{30}$. Also $^1/_5 + ^1/_6 = ^{11}/_{30}$.

Beispiel 2. $^5/_6 + ^7/_9 = ?$

Aufl. 6tel und 9tel kommen in 18stel zusammen. $^1/_6 = ^3/_{18}$, $^5/_6 =$ 5mal 3 oder $^{15}/_{18}$; $^1/_9 = ^2/_{18}$, $^7/_9 =$ 7mal 2 oder $^{14}/_{18}$; $^{15}/_{18} + ^{14}/_{18} = ^{29}/_{18} = 1^{11}/_{18}$. Also sind $^5/_6 + ^7/_9 = 1^{11}/_{18}$.

Aufgaben.

1) Wie viel ist $^1/_2 + ^1/_3$? $^1/_2 + ^1/_4$? $^1/_2 + ^1/_5$? . . . $^1/_2 + ^1/_{20}$?
2) Wie v. betragen $^2/_3 + ^3/_4$? $^2/_3 + ^4/_5$? $^2/_3 + ^5/_6$? $^2/_3 + ^{14}/_{15}$?
3) Addire $^3/_4 + ^4/_5$! $^3/_4 + ^5/_6$! $^3/_4 + ^6/_7$! $^3/_4 + ^7/_8$!
4) Suche die Summe von $^1/_5 + ^1/_6$! $^2/_5 + ^2/_7$! $^3/_5 + ^3/_8$! $^4/_5 + ^4/_9$!
5) $^1/_2 + ^1/_3 + ^1/_4 + ^1/_6 + ^1/_{12}$, wie viel zusammen?
6) Summire $^7/_8 + ^7/_{12}$! $^{11}/_{12} + ^{11}/_{18}$! $^{17}/_{18} + ^{17}/_{27}$!
7) $^{13}/_{15} + ^9/_{20} = ?$ $^{23}/_{24} + ^{17}/_{36} = ?$ $^{11}/_{60} + ^{23}/_{40} = ?$ ꝛc.

Beispiel 3. $3^1/_2 + 7^4/_5$.

Aufl. $3 + 7 = 10$; $^1/_2$ u. $^4/_5$ verwandle ich in 10tel; $^1/_2 + ^4/_5 = ^5/_{10} + ^8/_{10}$; $^5/_{10} + ^8/_{10} = ^{13}/_{10} = 1^3/_{10}$; $10 + 1^3/_{10} = 11^3/_{10}$; also ꝛc.

8) Addire $12^2/_3 + 9^5/_6$! $7^3/_4 + 13^7/_8$! $4^4/_5 + 8^{11}/_{15}$!
9) Wie groß ist die Summe von $40^5/_8 + 24^2/_5$? $48^6/_7 + 20^7/_9$?
10) Vereinige $60^3/_8 + 25^7/_{12}$! $75^9/_{40} + 50^7/_{30}$!
11) Welche Zahl ist um $15^{47}/_{60}$ größer als $32^{31}/_{40}$?
12) Vermehre die Zahl $150^{13}/_{15}$ um $48^{43}/_{45}$!

b) Schriftlich.

Beispiel 1. Wie viel betragen $^3/_4$, $^2/_3$, $^1/_2$, $^4/_5$?

Berechnung:

	60	
$^3/_4$	15	45
$^2/_3$	20	40
$^1/_2$	30	30
$^4/_5$	12	48
$2^{43}/_{60}$	60	$163 = 2^{43}/_{60}$
		120
		43

4 . 3 . 2 . 5
3
15
4
Hauptnenner: 60

Beispiel 2. $125\frac{3}{4} + 36\frac{11}{12} + 3458\frac{17}{18} + 4\frac{5}{9} = ?$

Berechnung:

	36		
$125\frac{3}{4}$	9	27	
$36\frac{11}{12}$	3	33	
$3458\frac{17}{18}$	2	34	
$4\frac{5}{9}$	4	20	
$3626\frac{1}{6}$	36	114	$3\frac{1}{6}$
		108	
		6	

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

$6 \mid \not{4}.\ 12.\ 18.\ \not{9}$

$\quad\ \ 2.\ \ 3.$

Hptn.: $6 \times 2 \times 3 = 36.$

Aufgaben.

1) $\frac{7}{8} + \frac{3}{4} + \frac{19}{24} + \frac{5}{12} = ?$ ($2\frac{5}{6}$).
2) $\frac{3}{4} + \frac{11}{12} + \frac{1}{2} + \frac{23}{24} + \frac{7}{8} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = ?$ ($5\frac{1}{2}$.)
3) $\frac{5}{6} + \frac{4}{5} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{9}{10} + \frac{11}{12} = ?$ ($5\frac{3}{40}$.)
4) $\frac{7}{20} + \frac{5}{6} + \frac{19}{36} + \frac{7}{8} + \frac{5}{12} + \frac{1}{2} = ?$ ($3\frac{181}{360}$.)
5) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{7}{8} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = ?$ ($3\frac{111}{120}$.)
6) $2\frac{2}{3} + 9\frac{4}{5} + 7\frac{7}{15} + 6\frac{7}{10} + 15\frac{5}{12} = ?$ ($42\frac{1}{20}$.)
7) $3\frac{5}{6} + 9\frac{5}{8} + 5\frac{7}{10} + 4\frac{1}{3} + 15\frac{5}{9} + 2\frac{1}{2} = ?$ ($41\frac{197}{360}$.)
8) Addire $19\frac{1}{2} + 15\frac{3}{8} + 27\frac{4}{5} + 36\frac{7}{10} + 38\frac{3}{4} + 45\frac{5}{9}$! ($183\frac{49}{72}$.)
9) Wie heißt die Summe von $357\frac{3}{4} + 75\frac{7}{10} + 7592\frac{5}{6} + 156\frac{7}{8} + 365\frac{11}{12}$? ($8549\frac{3}{40}$.)
10) Von vier Zahlen heißt die erste $27\frac{1}{2}$; die zweite ist um $4\frac{2}{5}$ größer; die dritte ist um $21\frac{5}{6}$ größer als die zweite, und die vierte ist $15\frac{7}{8}$ größer als die dritte. Wie heißt die Summe dieser 4 Zahlen?
    ($27\frac{1}{2} + 31\frac{9}{10} + 53\frac{11}{15} + 69\frac{73}{120} = 182\frac{89}{120}$.)
11) Welche Zahl ist um $36\frac{7}{9} + 25\frac{4}{21}$ größer als $24\frac{5}{7} + 18\frac{1}{2}$? ($105\frac{23}{126}$.)
12) Von einer Zahl nahm man nach einander $2\frac{5}{7} + 5\frac{5}{6} + 9\frac{1}{2} + 4\frac{11}{14}$ hinweg, und behielt noch $26\frac{8}{21}$ übrig. Welches war die Zahl? ($49\frac{3}{14}$.)

III. Benannte Brüche zu addiren.

Mündlich (soweit es angeht) und schriftlich.

1) $19\frac{1}{2}$ Thlr. + $4\frac{3}{4}$ Thlr. + $\frac{5}{6}$ Thlr. + $7\frac{5}{8}$ Thlr. = ?

Wie wird diese (hier an der Wandtafel stehende) Aufgabe **mündlich** berechnet?

a) Man addirt zuerst die Ganzen, dann die Brüche, und zählt hierauf die zwei Ergebnisse zusammen. Ausführung!

b) Man addirt zuerst nur **zwei** der gegebenen gemischten Zahlen, zu ihrer Summe zählt man die dritte und zu der neuen Summe endlich die vierte. Ausführung!

Wie wird die Berechnung **schriftlich** ausgeführt? Man schreibt die Zahlen unter einander, addirt aber zuerst die Brüche und dann die Ganzen. — Ausführung! (Summe: $32\frac{17}{24}$.)

2) $21\frac{7}{8}$ Ctr. + $27\frac{7}{12}$ Ctr. + $19\frac{2}{3}$ Ctr. + $48\frac{3}{5}$ Ctr. = ? ($117\frac{29}{40}$ Ctr.)

3) $361\frac{3}{4}$ fl. + $54\frac{9}{10}$ fl. + $118\frac{1}{6}$ fl. + $225\frac{7}{8}$ fl. = ? ($760\frac{83}{120}$ fl.)

4) Addire $\frac{1}{2}$ Pfd. + 23 Lth. + $\frac{3}{4}$ Pfd. + 17 Lth. + $\frac{13}{16}$ Pfd.! ($3\frac{5}{16}$ Pfd.)

5) Wie viele Ctr. und Pfd. sind: $22\frac{7}{8}$ Pfd. + $72\frac{1}{6}$ Pfd. + $87\frac{1}{2}$ Pfd. + $48\frac{3}{4}$ Pfd.? (2 Ctr. $31\frac{11}{24}$ Pfd.)

6) Ein Handelsmann verkauft in 1 Woche $26\frac{1}{2}$ Lth. + 18 Lth. + $24\frac{3}{4}$ Lth. + $15\frac{7}{8}$ Lth. + 20 Lth. 2 Qt. + $29\frac{2}{3}$ Lth. + $30\frac{5}{6}$ Lth.; wie viel im Ganzen? (5 Pfd. $6\frac{1}{8}$ Loth.)

7) Ein Bauer erntet $36\frac{3}{4}$ Schock + $12\frac{7}{12}$ Schck. + $45\frac{17}{20}$ Schck. + $18\frac{23}{30}$ Schck. + $28\frac{4}{5}$ Schck. Getreide; wie viel im Ganzen? ($142\frac{3}{4}$ Schck.)

8)	10)	10)
32 fl. $24\frac{1}{2}$ kr.	753 Ctr. $25\frac{1}{4}$ Pfd.	7 Fdr. $4\frac{4}{5}$ Eim.
45 fl. $42\frac{3}{4}$ kr.	234 Ctr. $63\frac{7}{8}$ Pfd.	18 Fdr. $7\frac{3}{4}$ Eim.
54 fl. $57\frac{5}{8}$ kr.	25 Ctr. $72\frac{9}{16}$ Pfd.	23 Fdr. $9\frac{2}{3}$ Eim.
17 fl. $39\frac{2}{3}$ kr.	456 Ctr. $48\frac{1}{2}$ Pfd.	5 Fdr. $11\frac{1}{2}$ Eim.
75 fl. $15\frac{7}{12}$ kr.	88 Ctr. $96\frac{23}{32}$ Pfd.	8 Fdr. $6\frac{5}{6}$ Eim.
226 fl. $\frac{1}{8}$ kr.	1559 Ctr. $6\frac{29}{32}$ Pfd.	64 Fdr. $4\frac{11}{20}$ E.

11) 2 Rth. $4\frac{3}{4}$ Fß. + 8 Rth. $7\frac{7}{8}$ Fß. + 12 Rth. $8\frac{5}{9}$ Fß. 24 Rth. $6\frac{1}{2}$ Fß. + 15 Rth. $9\frac{5}{12}$ Fß. = ? (64 Rth. $1\frac{7}{72}$ Fß.)

12) 4 Bll. $5\frac{3}{5}$ Rs. + 7 Bll. $8\frac{5}{6}$ Rs. + 5 Bll. $4\frac{3}{4}$ Rs. + 12 Bll. $6\frac{8}{9}$ Rs. = ? (30 Bll. $6\frac{13}{180}$ Rs.)

13) Ein Schüler hat 37 fl. 25 kr. $3\frac{1}{2}$ pf. + 124 fl. 43 kr. $2\frac{2}{3}$ pf. + 8 fl. 54 kr. $1\frac{3}{4}$ pf. + 365 fl. 36 kr. $3\frac{7}{8}$ pf. addirt und 536 fl. 40 kr. $3\frac{17}{24}$ pf. herausgebracht. Hat er richtig gerechnet? (Nein; 536 fl. 40 kr. $3\frac{19}{24}$ pf.)

14) 154 fl. 45 kr. $3\frac{3}{4}$ pf. + 72 fl. 17 kr. $2\frac{4}{5}$ pf. + 298 fl. 33 kr. $2\frac{5}{6}$ pf. + 346 fl. 28 kr. $3\frac{7}{8}$ pf. =?
(872 fl. 6 kr. $1\frac{31}{120}$ pf.)

15) 43 Ctr. 23 Pfd. 15 Lth. $3\frac{5}{7}$ Qt. + 27 Ctr. 81 Pfd. 9 Lth. $2\frac{7}{8}$ Qt. + 110 Ctr. 25 Pfd. 28 Lth. $\frac{8}{9}$ Qt. + 378 Ctr. 12 Pfd. 19 Lth. $1\frac{9}{10}$ Qt. =?
(559 Ctr. 43 Pfd. 9 Lth. $1\frac{953}{2520}$ Qt.)

16) 8 Wch. 4 Tg. 18 Stdn. 28 Min. $48\frac{7}{12}$ Sec. + 13 Wch. 6 Tg. 15 Stdn. 36 Minut. 52 Sek. + 18 Woch. 5 Tg. 22 Stdn. 45 Min. 54 Sek. + 25 Wch. 3 Tg. 15 Stdn. 42 Min. 38 Sek. =? (1 Jahr 15 Wch. 34 Min. $12\frac{7}{12}$ Sek.)

Subtrahiren der Brüche.

I. Brüche mit gleichen Nennern.

A. Mündlich.

1) Reine Brüche von reinen Brüchen.

Beispiel. $\frac{17}{19} - \frac{12}{19} = ?$

Aufl. 17 — 12 = 5; 17 Gulden — 12 Gulden = 5 Gulden; 17 kr. — 12 kr. = 5 kr.; also sind $\frac{17}{19} - \frac{12}{19} = \frac{5}{19}$.

Aufg. $\frac{12}{13} - \frac{7}{13} = ?$ $\frac{27}{28} - \frac{13}{28} = ?$ $\frac{35}{36} - \frac{29}{36} = ?$ rc.
$\frac{46}{47} - \frac{9}{47} - \frac{4}{47} - \frac{12}{47} - \frac{5}{47} - \frac{8}{47} = ?$
$\frac{93}{100} - \frac{5}{100} - \frac{13}{100} - \frac{25}{100} - \frac{12}{100} - \frac{9}{100}$ rc.

2) Ganze und Brüche von Ganzen mit Brüchen.

(Ohne Borgen.)

Beispiel. $12\frac{4}{5} - 8\frac{2}{5} = ?$

Aufl. Ganze kann man nur von Ganzen nehmen und Fünftel nur von Fünfteln. Ich nehme daher die 8 Ganzen von den 12 G. und die $\frac{2}{5}$ von den $\frac{4}{5}$. 12 — 8 = 4; $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$; also ist $12\frac{4}{5} - 8\frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}$.
Oder: $12\frac{4}{5} - 8 = 4\frac{4}{5}$; $4\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}$.

Aufg. $7\frac{1}{2} - 3 = ?$ $4\frac{9}{10} - \frac{3}{10} = ?$ $13\frac{7}{8} - 6\frac{3}{8} = ?$
$25\frac{7}{8} - 19 = ?$ $7\frac{11}{12} - \frac{5}{12} = ?$ $15\frac{8}{9} - 11\frac{5}{9} = ?$
rc. rc. rc.

3) Brüche und gemischte Zahlen von Ganzen.

Beispiel. $25 - 13\,^5/_{12} = ?$

Aufl. Ich ziehe zuerst die 13 Ganzen ab und dann auch die $^5/_{12}$; $25 - 13 = 12$; hiervon sind noch die $^5/_{12}$ abzuziehen. 12tel kann ich nur von 12teln nehmen. Ich löse daher von den 12 Ganzen 1 Ganzes in 12tel auf. $12 = 11 + 1 = 11 + {}^{12}/_{12}$; $11\,^{12}/_{12} - {}^5/_{12} = 11\,^7/_{12}$. Also ꝛc.

Aufg. $1 - {}^7/_{24} = ?$ $9 - {}^7/_{10} = ?$ $8 - 4\,^3/_4 = ?$
$1 - {}^3/_8 = ?$ $13 - {}^3/_4 = ?$ $16 - 7\,^2/_5 = ?$
ꝛc. ꝛc. ꝛc.

4) Brüche und gemischte Zahlen von gemischten Zahlen.

(Mit Borgen.)

Beispiel 1. $4\,^1/_5 - {}^4/_5 = ?$

Aufl. (Auf welcherlei Weisen kann ich 48 kr. von 4 fl. 36 kr. abziehen? Wie lassen sich dem entsprechend nun auch $^4/_5$ von $4\,^1/_5$ nehmen?)

a) Da sich $^4/_5$ von $^1/_5$ nicht ganz wegnehmen lassen, so denke ich mir $4\,^1/_5$ als $3 + 1\,^1/_5 = 3\,^6/_5$; $3\,^6/_5 - {}^4/_5 = 3\,^2/_5$.

b) Ich ziehe die $^4/_5$ von 4 weg; $4\,^1/_5 - {}^4/_5 = 3\,^1/_5 + {}^1/_5 = 3\,^2/_5$.

c) $^4/_5 = {}^1/_5 + {}^3/_5$; $4\,^1/_5 - {}^1/_5 = 4$, $4 - {}^3/_5 - 3\,^2/_5$.

Beispiel 2. $5\,^1/_4 - 2\,^3/_4 = ?$

Aufl. $5\,^1/_4 - 2 = 3\,^1/_4$; $3\,^1/_4 - {}^3/_4 = 2\,^2/_4 = 2\,^1/_2$; also ꝛc.

Oder: $5\,^1/_4 = 4\,^5/_4$; $4\,^5/_4 - 2\,^3/_4 = 2\,^2/_4 = 2\,^1/_2$; also ꝛc.

Aufgaben: $8\,^3/_7 - {}^6/_7 = ?$ $9\,^2/_5 - 4\,^3/_5 = ?$
$11\,^3/_8 - {}^7/_8 = ?$ $18\,^1/_6 - 11\,^5/_6 = ?$
ꝛc. ꝛc.

5) Unterscheiden.

1) Um wie viel ist der Bruch $^{25}/_{28}$ größer als der Br. $^{17}/_{28}$?
Um so viel, als was übrig bleibt, wenn man $^{17}/_{28}$ von $^{25}/_{28}$ abzieht.

2) Wie viel muß man zu $^{32}/_{53}$ legen, um 1 zu erhalten?

3) Um wie viel ist der Bruch $^{19}/_{31}$ kleiner als 1 Ganzes?
Um so viel, als was man zu $^{19}/_{31}$ legen muß, um 1 Ganzes zu erhalten.

4) Um wie viel unterscheidet sich der Bruch $^{40}/_{63}$ von $1\,^{15}/_{63}$?
a) Ich sehe zu, wie viel man zu $^{40}/_{63}$ legen muß, um $1\,^{15}/_{63}$ zu erhalten.
b) Ich nehme $^{40}/_{63}$ von $1\,^{15}/_{63}$ weg und sehe zu, was übrig bleibt.

Anm. Der Unterschied zwischen zwei gegebenen Brüchen (oder gemischten Zahlen) kann also, wie bei den ganzen Zahlen, eben sowohl durch Zuzählen als durch Abziehen gefunden werden.

5) Wie viel muß man zu $3\,^3/_4$ legen, um $9\,^1/_4$ zu erhalten?
$3\,^3/_4 + {}^1/_4 = 4$, $4 + 5\,^1/_4 = 9\,^1/_4$; also muß man zu $3\,^3/_4$, um $9\,^1/_4$ zu bekommen, $^1/_4 + 5\,^1/_4 = 5\,^1/_2$ legen. (Was folgt hieraus?)

6) Wie groß ist der Unterschied zw. $18\,^{9}/_{14}$ u. $7\,^{11}/_{14}$?

7) Wie viel muß ich von 25 nehmen, damit $8\,^{23}/_{36}$ übrig bleibt?

a) Ich nehme von 25 nach und nach so viel weg, bis $8\,^{23}/_{36}$ bleibt.

b) Ich suche, wie viel ich zu $8\,^{23}/_{36}$ legen muß, um 25 zu erhalten.

c) Von 25 wird man, damit $8\,^{23}/_{36}$ übrig bleibt, so viel wegnehmen müssen, als was 25 größer ist denn $8\,^{23}/_{36}$. Um dieß zu finden, ziehe ich $8\,^{23}/_{36}$ von 25 ab.

B. Schriftlich.

Vorbemerkung. Wir führen hier die einzelnen Uebungen ganz in derselben Ordnung auf wie bei dem mündlichen Rechnen, damit, wenn man vorziehen sollte, auf die mündliche Einübung der einzelnen Fälle sogleich die schriftliche Behandlung folgen zu lassen, dieß leicht geschehen könne.

1) Reine Brüche von reinen Brüchen.

Beispiel. $^{123}/_{136} - ^{75}/_{136} = ?$

Ansatz und Berechnung:

$^{123}/_{136}$	123
$^{75}/_{136}$	75
$^{6}/_{17}$	$\frac{48}{136} = \frac{6}{17}$

Hier sollen 136stel von 136steln weggenommen werden. Das kann ohne Weiteres geschehen. Frage: Wie viele solcher Theile soll man wegnehmen? (75) Und von welcher Anzahl dergleichen Theile sollen sie abgezogen werden? (von 123.) Was hat man also eigentlich von einander abzuziehen? (Den Zähler 75 vom Zähler 123.) 75 von 123 weg, bleibt 48, nämlich 48 136stel. Grund: Weil von 136steln keine anderen Theile als 136stel im Reste bleiben können. Also ist $^{123}/_{136} - ^{75}/_{136} = ^{48}/_{136}$, durch 8 gekürzt $= ^{6}/_{17}$.

Aufgaben.

1) $^{23}/_{25} - ^{9}/_{25} = ^{14}/_{25}$. $\quad$ $^{125}/_{136} - ^{89}/_{136} = ^{9}/_{34}$.
$^{47}/_{50} - ^{28}/_{50} = ^{19}/_{50}$. $\quad$ $^{475}/_{503} - ^{392}/_{503} = ^{83}/_{503}$.
$^{91}/_{100} - ^{75}/_{100} = ^{4}/_{25}$. $\quad$ $^{2345}/_{7812} - ^{1978}/_{7812} = ^{367}/_{7812}$

2) Ganze und Brüche von Ganzen mit Brüchen.

(Ohne Borgen.)

Beispiel: Von $304\,^{81}/_{95}$ ist abzuziehen a) 187; b) $^{48}/_{95}$ c) $187\,^{54}/_{95}$.

Ansatz und Berechnung:

a)		b)		c)	
$304\,^{81}/_{95}$		$304\,^{81}/_{95}$	81	$304\,^{81}/_{95}$	81
187 —		— $^{48}/_{95}$	48	$187\,^{54}/_{95}$	54
$217\,^{81}/_{95}$		$304\,^{33}/_{95}$	33	$117\,^{27}/_{95}$	27

Aufgaben.

2) $47\frac{2}{3} - 29 = 18\frac{2}{3}$. 3) $32\frac{17}{18} - 15\frac{9}{18} = 17\frac{4}{9}$.
$72\frac{7}{8} - 48 = 24\frac{7}{8}$. $63\frac{34}{45} - 36\frac{27}{45} = 27\frac{7}{45}$.
$93\frac{13}{15} - 75 = 18\frac{13}{15}$. $123\frac{95}{96} - 87\frac{59}{96} = 36\frac{3}{8}$.
$25\frac{35}{36} - \frac{18}{36} = 25\frac{17}{36}$. $375\frac{210}{312} - 294\frac{172}{312} = 81\frac{19}{156}$.
$4\frac{75}{100} - \frac{54}{100} = 4\frac{21}{100}$. $748\frac{364}{365} - 487\frac{287}{365} = 261\frac{77}{365}$.

3) Brüche und gemischte Zahlen von Ganzen.

a) $17 - \frac{365}{721} = ?$ b) $372 - 185\frac{17}{28} = ?$

Berechnung:

17.	721
$-\frac{365}{721}$	365
$16\frac{356}{721}$	356

3.7.2.	28
$185\frac{17}{28}$	17
$186\frac{11}{28}$	11

Aufgaben:

4) $1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$. 5) $132 - 16\frac{13}{18} = 115\frac{5}{18}$.
$1 - \frac{36}{54} = \frac{1}{3}$. $180 - 125\frac{43}{75} = 54\frac{32}{75}$.
$1 - \frac{148}{814} = \frac{333}{407}$. $71 - 17\frac{58}{63} = 53\frac{5}{63}$.
$4 - \frac{1724}{2000} = 3\frac{69}{500}$. $324 - 189\frac{73}{120} = 134\frac{47}{120}$.
$36 - \frac{3456}{4000} = 35\frac{17}{125}$. $752 - 375\frac{372}{700} = 376\frac{82}{175}$.
$100 - \frac{8765}{10000} = 99\frac{247}{2000}$. $1000 - 721\frac{5794}{10000} = 278\frac{2103}{5000}$.

4) Brüche und gemischte Zahlen von gemischten Zahlen.

(Mit Borgen.)

a) $19\frac{151}{641} - \frac{573}{641} = ?$ b) $543\frac{73}{101} - 345\frac{97}{101} = ?$

Berechnung:

	641
$19.\frac{151}{641}$	151
	792
$-\frac{573}{641}$	573
$18\frac{219}{641}$	219

	101
$5.4.3.\frac{73}{101}$	73
	174
$345\frac{97}{101}$	97
$197\frac{77}{101}$	77

Aufgaben.

6) $8\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = 7\frac{2}{5}$. 7) $24\frac{3}{8} - 6\frac{7}{8} = 17\frac{1}{2}$.
$15\frac{3}{8} - \frac{7}{8} = 14\frac{1}{2}$. $6\frac{3}{17} - 3\frac{15}{17} = 2\frac{5}{17}$.
$3\frac{17}{31} - \frac{28}{31} = 2\frac{20}{31}$. $15\frac{13}{25} - 8\frac{24}{25} = 6\frac{14}{25}$.
$71\frac{15}{92} - \frac{84}{92} = 70\frac{1}{4}$. $36\frac{2}{9} - 17\frac{7}{9} = 18\frac{4}{9}$.
$64\frac{39}{141} - \frac{123}{141} = 63\frac{19}{47}$. $72\frac{25}{48} - 27\frac{43}{48} = 44\frac{5}{8}$.
$1\frac{321}{725} - \frac{546}{725} = \frac{20}{29}$. $40\frac{43}{72} - 8\frac{65}{72} = 31\frac{25}{36}$.

8) Um wie viel ist $10\frac{7}{15}$ größer als $8\frac{13}{15}$? ($1\frac{9}{15}$.)

9) Um wie viel ist $25\frac{14}{17}$ kleiner als $52\frac{9}{17}$? ($26\frac{12}{17}$.)

10) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen $372\frac{27}{43}$ und $294\frac{42}{43}$? Antwort: $77\frac{28}{43}$.

11) Vermindere die Zahl $94\frac{43}{400}$ um $49\frac{325}{400}$! ($44\frac{59}{200}$.)

12) Suche die Zahl, welche um $3742\frac{432}{503}$ kleiner ist als $80000\frac{234}{503}$! ($76257\frac{305}{503}$.)

II. Brüche mit ungleichen Nennern.

A. Mündlich.

1) Brüche von Brüchen.

Beispiel. $\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = ?$

Von Fünfteln kann man keine Viertel nehmen. Um gleichwohl die beiden gegebenen Brüche von einander abziehen zu können, so muß man sie gleichnamig machen. Beide lassen sich in 20stel verwandeln. $\frac{4}{5} = 4$ mal 4 oder $\frac{16}{20}$; $\frac{3}{4} = 3$ mal 5 oder $\frac{15}{20}$. Anstatt $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$ haben wir jetzt: $\frac{16}{20} - \frac{15}{20}$, was gleich viel ist. $\frac{16}{20} - \frac{15}{20} = \frac{1}{20}$. Also ist $\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{1}{20}$.

Aufgaben:

1) Wie viel ist $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$? $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$? $\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$? $\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$? ꝛc.

2) Wie viel ist $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$? $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$? $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$? $\frac{1}{3} - \frac{1}{7}$? ꝛc.

3) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = ?$ $\frac{3}{5} - \frac{3}{10} = ?$ $\frac{11}{15} - \frac{11}{20} = ?$ $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = ?$
$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = ?$ $\frac{5}{6} - \frac{5}{18} = ?$ $\frac{5}{18} - \frac{5}{27} = ?$ $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = ?$
$\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = ?$ $\frac{6}{7} - \frac{6}{35} = ?$ $\frac{7}{20} - \frac{7}{30} = ?$ $\frac{7}{8} - \frac{31}{48} = ?$
ꝛc. ꝛc. ꝛc. ꝛc.

2) Brüche und gemischte Zahlen von gemischten Zahlen.

Beispiel 1. $15\frac{2}{3} - \frac{7}{8} = ?$

Aufl. $15\frac{2}{3} = 15\frac{16}{24}$, und $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$. Die Aufgabe ist nun von derselben Art wie die Seite 226, Uebung 4 behandelte, und läßt sich daher wie jene auf dreierlei Weise berechnen.

Beispiel 2. $12\frac{1}{2} - 7\frac{8}{9} = ?$

Aufl. Ich ziehe zuerst die 7 G ab und dann die $\frac{8}{9}$ $12\frac{1}{2} - 7 = 5\frac{1}{2}$. Um $\frac{8}{9}$ von $5\frac{1}{2}$ wegnehmen zu können, muß ich $\frac{8}{9}$ und $\frac{1}{2}$ gleichnamig machen. Hauptnenner 18. $\frac{8}{9} = \frac{16}{18}$; $\frac{1}{2} = \frac{9}{18}$; $5\frac{9}{18} - \frac{16}{18} = 4\frac{11}{18}$.

Aufgaben.

$3\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$? $1\frac{1}{2} - \frac{5}{6}$? $14\frac{4}{7} - 4\frac{1}{2}$? $4\frac{1}{8} - 2\frac{3}{4}$?
$4\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$? $5\frac{2}{9} - \frac{1}{2}$? $20\frac{11}{12} - 8\frac{2}{3}$? $9\frac{1}{4} - 5\frac{5}{6}$?
$7\frac{2}{3} - \frac{3}{7}$? $8\frac{3}{10} - \frac{4}{5}$? $32\frac{3}{4} - 20\frac{2}{5}$? $13\frac{5}{6} - 8\frac{11}{12}$?
ꝛc. ꝛc. ꝛc. ꝛc.

3) Verschiedene Aufgaben.

1) Wie viel ist $8\,^5/_{12} - {}^1/_2 - {}^2/_3 - {}^3/_4 - {}^5/_6 - {}^3/_4 - {}^2/_3$?

2) Von $1\,^1/_3$ sind $^1/_4 + {}^1/_5$ wegzunehmen.

(Kann auf zweierlei Weise geschehen: einzeln, und, nachdem $^1/_4 + {}^1/_5$ addirt sind, gleich im Ganzen.)

3) Wie viel ist $^1/_2 + {}^1/_3$ weniger $^3/_4$?

a) $^1/_2 + {}^1/_3 = {}^{10}/_{12}$, $^3/_4 = {}^9/_{12}$; $^{10}/_{12} - {}^9/_{12} = {}^1/_{12}$; also ꝛc.

b) $^3/_4 = {}^1/_2 + {}^1/_4$; $^1/_2 + {}^1/_3 - {}^1/_2 = {}^1/_3$; $^1/_3 - {}^1/_4 = {}^4/_{12} - {}^3/_{12} = {}^1/_{12}$.

4) Um wie viel ist $12\,^3/_8$ größer als $7\,^5/_6$?

5) $12\,^3/_8$ ist um wie viel kleiner als $20\,^1/_3$?

6) Wie groß ist der Unterschied zwischen $^1/_6$ und $^1/_9$? zwischen $^3/_5$ und $^3/_8$? zwischen $3\,^1/_2$ und $4\,^2/_3$?

7) Ich kenne zwei Zahlen: die eine ist um $5\,^3/_4$ größer als $8\,^1/_2$ und die andere ist um $5\,^3/_4$ kleiner als $8\,^1/_2$. Wie heißen sie?

8) Anton sagte, der Unterschied zwischen $11\,^3/_5$ und $27\,^3/_8$ sei $15\,^3/_4$. Um wie viel hatte er sich geirrt? (Um $^1/_{40}$.)

9) Wie heißt die Zahl, von der man $12\,^4/_5$ nahm und noch $25\,^2/_3$ übrig behielt?

B. Schriftlich.

1) Brüche von Brüchen.

Beispiel. $^{47}/_{48} - {}^{53}/_{84} = ?$

Ansatz und Berechnung.

	336	
$^{47}/_{48}$	7	329
$^{53}/_{84}$	4	212
$^{39}/_{112}$		117

$$\frac{117}{336} = {}^{39}/_{112}$$

```
12 | 48.  84.        28
   |  4.   7         12
                     ---
                     56
                     28
                    ----
     Hauptnenner:   336
```

Aufgaben.

1) $^{17}/_{18} - {}^7/_{12} = {}^{13}/_{36}$.
$^{31}/_{32} - {}^3/_8 = {}^{19}/_{32}$.
$^{63}/_{64} - {}^9/_{40} = {}^{243}/_{320}$.
$^3/_4 - {}^{15}/_{28} = {}^3/_{14}$.
$^4/_5 - {}^2/_3 = {}^2/_{15}$.
$^{19}/_{20} - {}^5/_6 = {}^7/_{60}$.

2) $^{48}/_{51} - {}^9/_{17} = {}^7/_{17}$.
$^3/_4 - {}^2/_3 = {}^1/_{12}$.
$^{19}/_{20} - {}^7/_8 = {}^3/_{40}$.
$^{75}/_{96} - {}^{11}/_{24} = {}^{31}/_{96}$.
$^{31}/_{36} - {}^{23}/_{28} = {}^9/_{140}$.
$^{57}/_{60} - {}^{17}/_{40} = {}^{21}/_{40}$.

2) Brüche und gemischte Zahlen von gemischten Zahlen.

Beispiele: $27\frac{5}{8} - \frac{19}{20} = ?$ $125\frac{5}{9} - 84\frac{41}{45} = ?$

Ausrechnung:

	40			135	
		40			135
27.5/8	5	25	125.5/9	15	75
		6.5			2.1.0
— 19/20	2	38	84 41/45	3	123
26 27/40		27	40 29/45		87/135 = 29/45.

Aufgaben.

3) $3\frac{2}{3} - \frac{23}{36} = 3\frac{1}{36}$. $125\frac{1}{2} - \frac{26}{27} = 124\frac{29}{54}$.
$24\frac{1}{12} - \frac{9}{10} = 23\frac{11}{60}$. $388\frac{34}{35} - \frac{7}{8} = 388\frac{27}{280}$.
$64\frac{5}{6} - \frac{13}{16} = 64\frac{1}{48}$. $720\frac{6}{7} - \frac{41}{42} = 719\frac{37}{42}$.

4) $204\frac{13}{21} - 78\frac{34}{63} = 126\frac{5}{63}$. $875\frac{5}{8} - 479\frac{17}{92} = 396\frac{81}{184}$.
$301\frac{2}{17} - 84\frac{3}{34} = 217\frac{1}{34}$. $654\frac{15}{16} - 456\frac{14}{15} = 198\frac{1}{240}$.

5) $24\frac{2}{3} - 19\frac{13}{18} = 4\frac{17}{18}$. $93\frac{5}{6} - 39\frac{14}{15} = 53\frac{9}{10}$.
$101\frac{3}{4} - 34\frac{21}{22} = 66\frac{35}{44}$. $210\frac{5}{7} - 120\frac{8}{9} = 89\frac{52}{63}$.

6) $615\frac{27}{80} - 516\frac{7}{12} = 98\frac{181}{240}$. $364\frac{7}{48} - 48\frac{31}{36} = 315\frac{41}{144}$.
$750\frac{9}{55} - 8\frac{19}{22} = 741\frac{3}{10}$ $1001\frac{23}{32} - 999\frac{47}{56} = 1\frac{197}{224}$.

7) $(375\frac{5}{6} + 84\frac{7}{8} + 38\frac{3}{4}) - 259\frac{11}{12} = 239\frac{13}{24}$.

8) $2345\frac{2}{9} - (478\frac{3}{4} + 579\frac{5}{6} + 784\frac{2}{3}) = 501\frac{35}{36}$.

9) $(742\frac{5}{6} + 209\frac{5}{8} + 78\frac{5}{9}) - (125\frac{3}{4} + 364\frac{11}{12}) = 540\frac{25}{72}$.

10) $(785\frac{4}{5} - 389\frac{8}{9}) + (4000\frac{7}{12} - 2345\frac{11}{16}) = 2050\frac{581}{720}$.

11) $(43\frac{5}{8} + 342\frac{4}{5}) - (1000\frac{7}{15} - 876\frac{7}{12}) = 262\frac{13}{24}$.

12) $(24\frac{1}{2} - 18\frac{7}{10}) - (272\frac{9}{20} - 269\frac{9}{15}) = 2\frac{19}{20}$.

III. Benannte Brüche zu subtrahiren.

Mündlich (so weit es angeht) und schriftlich.

1) Von $48\frac{3}{4}$ fl. werden $27\frac{4}{5}$ fl. ausgegeben; wie v. bl.? ($20\frac{9}{20}$ fl.)

2) Von $72\frac{1}{2}$ Ctr. werden $34\frac{7}{8}$ Ctr. verkauft; was bleibt Rest? Antwort: $37\frac{5}{8}$ Ctr.

3) Eine Kiste wiegt gefüllt $34\frac{3}{4}$ Pfd., leer 8 Pfd. 28 Lth; wie viel beträgt das Gewicht der Waare? ($25\frac{7}{8}$ Pfd.)

4) Von 3 Fdr. $8\frac{5}{6}$ Eimer werden 2 Fdr. $9\frac{3}{4}$ Eimer abgegeben. Wie viel beträgt der Rest?

			12
Ausrechnung:	3 Fdr.	$8\frac{5}{6}$ Eim.	10
	2 "	$9\frac{3}{4}$ "	9
	— Fdr.	$11\frac{1}{12}$ Eim.	1

5) Es hinterläßt Jemand 13728 fl. $28\frac{1}{4}$ kr. an liegenden und 986 fl. $45\frac{3}{4}$ kr. an beweglichen Gütern. Darauf haften aber 7485 fl. $52\frac{3}{4}$ kr. Schulden. Wie viel bleibt nach Abzug der Schulden übrig? (7229 fl. $21\frac{1}{4}$ kr.)

6) Von 10000 fl. sind nur noch 3472 fl. $47\frac{7}{8}$ kr. da. Wie viel wurde ausgegeben? (6527 fl. $12\frac{1}{8}$ kr.)

7) Von 74 Schff. wurden 36 Schff. $4\frac{1}{2}$ Mtz. verkauft und 8 Schff. 5 Mtz. $12\frac{1}{2}$ Ms. sind noch vorräthig. Das Uebrige wurde verbraucht. Wie viel beträgt dieß? (28 Schff. 1 Mtz. $11\frac{1}{2}$ Ms.)

8) Von einer 125 Rth. $8\frac{2}{3}$ Fuß langen Strecke Chaussee sind bereits 68 Rth. $9\frac{3}{4}$ Fuß neu hergestellt. Wie viel ist noch zu machen? (56 Rth. $10\frac{11}{12}$ Fß.)

9) Es kauft Jemand 75 Pfd. Seife. Nach einiger Zeit wiegt dieselbe noch 68 Pfd. $23\frac{1}{2}$ Lth. Um wie viel ist sie eingetrocknet?
Antwort: Um 6 Pfd. $8\frac{1}{2}$ Loth.

10) Die Höhe eines 3stöckigen Hauses beträgt 64 Fuß $6\frac{3}{4}$ Zoll. Das erste Stockwerk mißt 20 Fuß $8\frac{1}{2}$ Zoll, das zweite 16 Fß. $4\frac{2}{3}$ Zoll, das dritte 12 Fuß $9\frac{3}{4}$ Zoll. Wie hoch ist das Dach? (14 Fß. $7\frac{5}{6}$ Zoll.)

11) Zwei liefen um die Wette. Der Eine erreichte das Ziel nach 3 Stunden $57\frac{17}{20}$ Minuten, der Andere nach 4 Stund. $1\frac{9}{10}$ Min. Um wie viel kam dieser später an? ($4\frac{1}{20}$ Min.)

12) Ein Mann starb in einem Alter von 81 J. 8 Mon. 20 Tg. 12 Std. $8\frac{7}{15}$ Min., dessen Frau in einem Alter von 75 J. 10 Mon. 15 Tg. 18 Std. $45\frac{3}{4}$ Min. Wie viel ist jener älter geworden als diese? (5 J. 10 Mon. 4 Tg. 17 St. $22\frac{43}{60}$ Min.)

Multipliciren mit Brüchen.

a) Mündlich.

1) Brüche und gemischte Zahlen durch ganze Zahlen.

Beispiel 1. 12 mal $\frac{7}{8}$ = ?

Aufl. 12 mal 7 Achtel = 84 Achtel; 84 Achtel sind 80 + 4 Achtel = 10 + $\frac{1}{2}$. Also ist 12 mal $\frac{7}{8}$ = $10\frac{1}{2}$.

Oder: 12mal $\frac{1}{8} = \frac{12}{8} = 1\frac{1}{2}$; 12 mal $\frac{7}{8}$ = 7 mal $1\frac{1}{2} = 7 + 3\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$.

Oder: $\frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{8}$; also ist 12mal $\frac{7}{8}$ = 12mal 1 — 12mal $\frac{1}{8} = 12 - 1\frac{1}{2}$; $12 - 1\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$.

Oder: $\frac{7}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$; 12mal $\frac{7}{8}$ also = 12mal $\frac{1}{2}$ + 12mal $\frac{1}{4}$ + 12mal $\frac{1}{8} = 6 + 3 + 1\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$.

Oder: $\frac{7}{8}$ = der 8. Theil von 7 = 7 getheilt durch 8; 12mal $\frac{7}{8}$ also = 12mal 7, getheilt durch 8; 12mal 7 = 84; der 8. Theil von 84 = $10\frac{1}{2}$.

Beispiel 2. 28mal $\frac{5}{6}$ = ?

Aufl. a) Wie vorhin.

b) 28mal $\frac{5}{6}$ = 24mal $\frac{5}{6}$ + 4mal $\frac{5}{6} = 20 + 3\frac{1}{3} = 23\frac{1}{3}$.
= 30mal $\frac{5}{6}$ — 2mal $\frac{5}{6} = 25 - 1\frac{2}{3} = 23\frac{1}{3}$.

Beispiel 3. 4mal $9\frac{5}{6}$ = ?

Aufl. 4mal $9\frac{5}{6} = 9\frac{5}{6} + 9\frac{5}{6} + 9\frac{5}{6} + 9\frac{5}{6}$ = 4mal 9 und 4mal $\frac{5}{6}$; 4mal 9 = 36; 4mal $\frac{5}{6} = \frac{20}{6} = 3\frac{1}{3}$; $36 = 3\frac{1}{3} = 39\frac{1}{3}$. Also ist 4mal $9\frac{5}{6} = 39\frac{1}{3}$.

Oder: 4mal $9\frac{5}{6}$ = 4mal 10 — 4mal $\frac{1}{6} = 40 - \frac{2}{3} = 39\frac{1}{3}$.

Aufgaben.

1) Wie viel ist 15mal $\frac{1}{2}$? $\frac{2}{3}$? $\frac{3}{4}$? $\frac{4}{5}$? $\frac{5}{6}$? $\frac{6}{7}$? $\frac{9}{10}$?
2) 16mal $\frac{3}{8}$ = ? 24mal $\frac{5}{8}$ = ? 32mal $\frac{7}{8}$ = ?
3) Suche das 17fache von $\frac{3}{4}$! von $\frac{5}{6}$! von $\frac{7}{9}$! von $\frac{9}{10}$!
4) Welche Zahl ist 49mal so groß als $\frac{6}{7}$? als $\frac{23}{24}$?
5) 45mal $\frac{14}{15}$ = ? 80mal $\frac{19}{20}$ = ? 72mal $\frac{23}{24}$ = ?
62mal $\frac{14}{15}$ = ? 100mal $\frac{31}{33}$ = ? 64mal $\frac{8}{9}$ = ?
74mal $\frac{14}{15}$ = ? 98mal $\frac{17}{25}$ = ? 53mal $\frac{17}{18}$ = ?
6) Wie viel ist 6mal $5\frac{2}{3}$? 8mal $9\frac{3}{4}$? 10mal $5\frac{4}{5}$ = ?
7) 8mal $4\frac{2}{5}$ = ? 12mal $7\frac{5}{6}$ = ? 4mal $15\frac{7}{8}$ = ?
5mal $7\frac{1}{2}$ = ? 18mal $4\frac{7}{9}$ = ? 6mal $18\frac{11}{12}$ = ?
9mal $8\frac{5}{6}$ = ? 28mal $5\frac{6}{7}$ = ? 8mal $12\frac{15}{16}$ = ?

2) Ganze Zahlen durch Brüche und gemischte Zahlen.

Beispiel 1. $\frac{1}{4}$mal 16 = ?

Aufl. 4mal 16 = 64; 2mal 16 = 32; 1mal 16 = 16; $\frac{1}{4}$mal 16 ist so viel als der 4te Theil von 16; der 4te Theil von 16 = 4; also ist $\frac{1}{4}$ mal 16 = 4.

Beispiel 2. $\frac{3}{4}$ mal 24 = ?

Aufl. Eine Zahl 3mal nehmen heißt, sie 1mal + 1mal + 1mal nehmen. Also heißt eine Zahl $\frac{3}{4}$mal nehmen, sie $\frac{1}{4}$mal + $\frac{1}{4}$mal + $\frac{1}{4}$mal nehmen. $\frac{1}{4}$mal 24 = 6; folglich ist $\frac{3}{4}$mal 24 = 3mal 6 oder 18.

*

Oder: $^3/_4$ ist der 4te Theil von 3; 3 mal 24 = 72; also ist $^3/_4$ mal 24 der vierte Theil von 72; der 4te Theil von 72 = 18.

Oder: $^3/_4$ mal 24 = 1 mal 24 weniger $^1/_4$ mal 24 = 24 − 6 = 18.

Oder: $^3/_4 = ^1/_2 + ^1/_4$; $^3/_4$ mal 24 also = $^1/_2$ mal 24 + $^1/_4$ mal 24 = 12 + 6 = 18.

Oder: $^3/_4$ mal 1 = $^3/_4$; $^3/_4$ mal 2 = 2 mal $^3/_4$; $^3/_4$ mal 3 = 3 mal $^3/_4$; also ist $^3/_4$ mal 24 = 24 mal $^3/_4$ = 18.

Beispiel 3. $6^4/_5$ mal 8 = ?

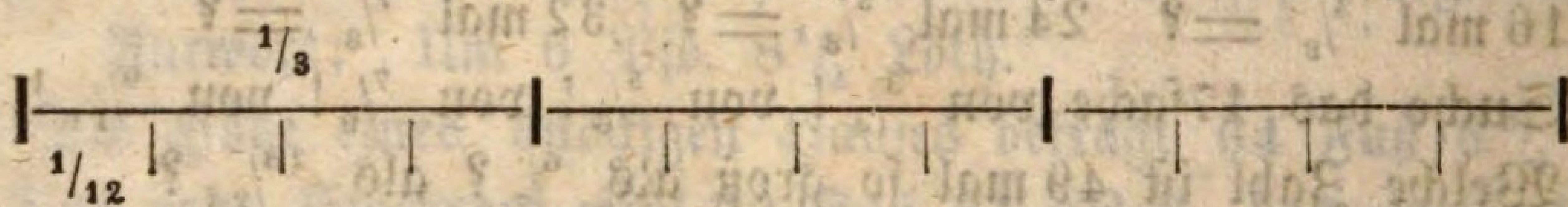
Aufl. $6^4/_5$ mal 8 = 6 mal 8 + $^4/_5$ mal 8; 6 mal 8 = 48; $^4/_5$ mal 8 (= der 5te Theil von 4 mal 8 oder 32) = $6^2/_5$; 48 + $6^2/_5$ = $54^2/_5$.

Aufgaben.

$^1/_2$ mal 11 = ?	$^2/_3$ mal 5 = ?	$2^1/_2$ mal 17 = ?
$^1/_3$ mal 17 = ?	$^3/_4$ mal 10 = ?	$4^3/_8$ mal 12 = ?
$^1/_4$ mal 23 = ?	$^4/_5$ mal 12 = ?	$8^5/_6$ mal 3 = ?
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

3) Brüche und gemischte Zahlen durch Brüche und gemischte Zahlen.

Beispiel 1. $^1/_4$ mal $^1/_3$ = ?



Aufl. $^1/_4$ mal $^1/_3$ = der 4. Theil von $^1/_3$; $^1/_3$ in 4 gleiche Theile getheilt = $^4/_{12}$; der 4. Theil von $^4/_{12}$ = $^1/_{12}$. Also ist $^1/_4$ mal $^1/_3$ = $^1/_{12}$.

Aufgaben (bis zur Fertigkeit.)

$^1/_2$ mal $^1/_2$;	$^1/_3$ mal $^1/_2$;	$^1/_4$ mal $^1/_2$;	$^1/_5$ mal $^1/_2$;	$^1/_6$ mal $^1/_7$;
$^1/_2$ mal $^1/_3$;	$^1/_3$ mal $^1/_3$;	$^1/_4$ mal $^1/_3$;	$^1/_5$ mal $^1/_3$;	$^1/_7$ mal $^1/_8$;
$^1/_2$ mal $^1/_4$;	$^1/_3$ mal $^1/_4$;	$^1/_4$ mal $^1/_4$;	$^1/_5$ mal $^1/_4$;	$^1/_8$ mal $^1/_9$;
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

Beispiel 2. $^1/_4$ mal $^2/_3$ = ?

Aufl. $^1/_4$ mal $^2/_3$ = $^1/_4$ mal $^1/_3$ + $^1/_4$ mal $^1/_3$; $^1/_4$ mal $^1/_3$ = $^1/_{12}$; $^1/_4$ mal ($^1/_3$ + $^1/_3$) = $^1/_{12}$ + $^1/_{12}$ = $^2/_{12}$ oder $^1/_6$.

Kürzer: $^1/_4$ mal $^1/_3$ = $^1/_{12}$; $^1/_4$ mal $^2/_3$ = $^2/_{12}$ oder $^1/_6$.

Beispiel 3. $^3/_4$ mal $^1/_3$ = ?

Aufl. $^3/_4$ mal $^1/_3$ = 3 Viertheile von $^1/_3$; $^1/_3$ in 4 gleiche Theile getheilt = $^4/_{12}$; 3 Viertheile von $^1/_3$ oder $^3/_4$ mal $^1/_3$ also = $^3/_{12}$ = $^1/_4$.

Beispiel 4. $^3/_4$ mal $^2/_3$ = ?

Aufl. $^1/_4$ mal $^1/_3$ = $^1/_{12}$; $^1/_4$ mal $^2/_3$ = $^2/_{12}$, und $^3/_4$ mal $^2/_3$ = 3 mal $^2/_{12}$; 3 mal $^2/_{12}$ = $^6/_{12}$ oder $^1/_2$. Also ist $^3/_4$ mal $^2/_3$ = $^1/_2$.

Kürzer: $^1/_4$ mal $^2/_3$ = $^2/_{12}$; $^3/_4$ mal $^2/_3$ = 3 mal $^2/_{12}$ = $^6/_{12}$ oder $^1/_2$.

Oder: $^3/_4$ mal $^1/_3$ = $^3/_{12}$; $^3/_4$ mal $^2/_3$ = 2 mal $^3/_{12}$ = $^6/_{12}$ oder $^1/_2$.

Oder: $^3/_4$ = 3, getheilt durch 4; $^2/_3$ = 2, getheilt durch 3; $^3/_4$ mal $^2/_3$ also = 3 mal 2, getheilt durch 4 mal 3; 3 mal 2 = 6; 4 mal 3 = 12; 6 getheilt durch 12 = $^6/_{12}$ oder $^1/_2$.

Aufgaben.

$^1/_2$ mal $^3/_4$;	$^2/_3$ mal $^1/_2$;	$^3/_4$ mal $^2/_3$;	$^1/_7$ mal $^{11}/_{12}$;
$^1/_3$ mal $^4/_5$;	$^3/_4$ mal $^1/_3$;	$^4/_5$ mal $^3/_4$;	$^5/_8$ mal $^1/_{10}$;
$^1/_4$ mal $^5/_6$;	$^4/_5$ mal $^1/_4$;	$^5/_6$ mal $^4/_5$;	$^{11}/_{12}$ mal $^3/_4$;
2c.	2c.	2c.	2c.

Beispiel 5. $4^4/_5$ mal $^3/_8$ = ?

Aufl. $4^4/_5$ mal $^3/_8$ = 4 mal $^3/_8$ + $^4/_5$ mal $^3/_8$; 4 mal $^3/_8$ = $^{12}/_8$ = $1^1/_2$; $^4/_5$ mal $^3/_8$ = $^{12}/_{40}$; $1^1/_2$ + $^{12}/_{40}$ = $1^{20}/_{40}$ + $^{12}/_{40}$ = $1^{32}/_{40}$ = $1^4/_5$.

Oder: $4^4/_5$ = $^{24}/_5$; $4^4/_5$ mal $^3/_8$ = $^{24}/_5$ mal $^3/_8$; $^{24}/_5$ mal $^3/_8$ = $^{72}/_{40}$ = $1^4/_5$.

Beispiel 6. $^3/_4$ mal $7^1/_2$ = ?

Aufl. $^3/_4$ mal $7^1/_2$ = $^3/_4$ mal 7 + $^3/_4$ mal $^1/_2$; $^3/_4$ mal 7 (= $^{21}/_4$) = $5^1/_4$; $^3/_4$ mal $^1/_2$ = $^3/_8$; $5^1/_4$ + $^3/_8$ = $5^2/_8$ + $^3/_8$ = $5^5/_8$.

Oder: $7^1/_2$ = $^{15}/_2$; $^3/_4$ mal $7^1/_2$ = $^3/_4$ mal $^{15}/_2$; $^3/_4$ mal $^{15}/_2$ = $^{45}/_8$ = $5^5/_8$.

Beispiel 7. $5^2/_3$ mal $3^3/_4$ = ?

Aufl. (mündlich u. schriftlich): $5^2/_3$ mal $3^3/_4$ = 5 mal $3^3/_4$ + $^2/_3$ mal $3^3/_4$.

5 mal $3^3/_4$ = 5 mal 3 = 15.
+ 5 mal $^3/_4$ = $3^3/_4$; 15 + $3^3/_5$ = $18^3/_4$.
$^2/_3$ mal $3^3/_4$ = $^2/_3$ mal 3 = 2 ; $18^3/_4$ + 2 = $20^3/_4$.
+ $^2/_3$ mal $^3/_4$ = $^1/_2$; $20^3/_4$ + $^1/_2$ = $21^1/_4$.

Also ist $5^2/_3$ mal $3^3/_4$ = $21^1/_4$.

Oder: $5^2/_3$ mal $3^3/_4$ = $^{17}/_3$ mal $^{15}/_4$; $^1/_3$ mal $^{15}/_4$ = $^5/_4$ = $1^1/_4$; $^{17}/_3$ mal $^{15}/_4$ = 17 mal $1^1/_4$; 17 mal $1^1/_4$ = 17 + $4^1/_4$ = $21^1/_4$.

Aufgaben.

$3^1/_2$ mal $^2/_3$;	$^2/_3$ mal $1^1/_2$;	$1^1/_2$ mal $1^1/_2$;
$8^3/_4$ mal $^1/_2$;	$^5/_6$ mal $10^2/_3$;	$2^2/_3$ mal $2^2/_3$;
$15^4/_5$ mal $^3/_{10}$;	$^3/_7$ mal $25^3/_4$;	$3^3/_4$ mal $4^4/_5$;
$20^7/_8$ mal $^3/_4$;	$^7/_{10}$ mal $18^4/_5$;	$5^5/_6$ mal $6^7/_9$.
2c.	2c.	2c.

(Vermischte Aufgaben.)

1) Suche die Zahl, welche 15 mal so groß ist als $^3/_4$!
2) Wie heißt das 24fache von $^{11}/_{12}$? von $^{17}/_{12}$?

3) Wie viel ist $\frac{1}{2}$ mal $\frac{2}{3}$ mal $\frac{3}{4}$?

4) Wie groß ist das $4\frac{3}{4}$fache von 16?

5) Ich habe $\frac{1}{4}$ von einer Zahl gesucht und $9\frac{7}{8}$ erhalten; wie heißt die getheilte Zahl? (4 mal $9\frac{7}{8}$.)

6) Welche Zahl ist $\frac{3}{8}$ mal so groß als $20\frac{1}{2}$?

7) Die Zahl $6\frac{2}{5}$ ist 12 mal in welcher Zahl enthalten?

8) Was ist mehr: 1 mal 36, oder $\frac{8}{9}$ mal 36? (Warum?)

9) Was ist mehr: 1 mal 1, oder $\frac{3}{4}$ mal $\frac{3}{4}$? (Warum?)

10) $25\frac{3}{7}$ ist der 5te Theil von welcher Zahl?

11) Wie viel ist ($\frac{4}{5}$ mal $\frac{4}{5}$) + ($\frac{5}{6}$ mal $\frac{5}{6}$)?

12) Suche den Unterschied zwischen 16 mal $\frac{7}{8}$ und $\frac{3}{4}$ mal 16!

13) Um wie viel unterscheidet sich ($\frac{5}{6} + \frac{3}{5}$) von ($\frac{5}{6} \times \frac{3}{5}$)?

b) Schriftlich.

1) Brüche und gemischte Zahlen durch ganze Zahlen.

Beispiel 1. $\frac{15}{16}$, durch 9 multiplicirt, wie viel?

Ansatz und Berechnung:

a) $\frac{15 \times 9}{16}$

15
9
16 | 135 | $8\frac{7}{16}$
128
7

Der Bruch $\frac{15}{16}$ enthält 15 Theile. Die sind 9 mal zu sich selbst zu nehmen. Also muß ich den Zähler 15 durch 9 multipliciren. Die Größe der Theile, mithin auch ihre Benennung (der Nenner) bleibt sich gleich. Daher ist $\frac{15}{16} \times 9 = \frac{15 \times 9}{16}$. 9 mal 15 = 135; d. i. 9 mal $\frac{15}{16} = \frac{135}{16}$; $\frac{135}{16} = 8\frac{7}{16}$. Also rc.

b) Oder ich setze, wie bei den ganzen Zahlen, die beiden Faktoren untereinander und ziehe links einen senkrechten Strich, wie hier:

16 | $\frac{15}{16}$ (16 durchgestrichen)
9
16 | 135 | $8\frac{7}{16}$
128
7

Die $\frac{15}{16}$ betrachte ich als 15 Ganze. Dadurch wird der eine Faktor 16 mal so groß. Welchen Einfluß hat dieß auf das Produkt? Dasselbe wird gleichfalls 16 mal so groß, als es eigentlich sein soll. Daher muß ich es durch 16 dividiren. 9 mal 15 = 135; 135 durch 16 dividirt = $8\frac{7}{16}$.

Anm. Die letztere Berechnungsweise ist besonders für den Fall zu empfehlen, wenn man später nach der im folgenden Cursus zuerst behandelten Zweisatzform, oder nach der Kettenregel rechnen zu lassen, die Absicht hat.

Aufgaben.

1) 8 mal $\frac{11}{12} = 7\frac{1}{3}$. 4 mal $\frac{31}{36} = 3\frac{4}{9}$. 25 mal $\frac{7}{8} = 21\frac{7}{8}$.
6 „ $\frac{14}{15} = 5\frac{3}{5}$. 9 „ $\frac{43}{45} = 8\frac{3}{5}$. 42 „ $\frac{15}{16} = 39\frac{3}{8}$.
7 „ $\frac{23}{24} = 6\frac{17}{24}$. 12 „ $\frac{8}{9} = 10\frac{2}{3}$. 63 „ $\frac{23}{25} = 57\frac{24}{25}$.
36 „ $\frac{5}{7} = 25\frac{5}{7}$.

Beispiel 2. Multiplicire $25\frac{12}{13}$ durch 18!

Ansatz und Berechnung:

18 mal $25\frac{12}{13}$ = 18 mal 25 + 18 mal $\frac{12}{13}$. Man multiplicirt also von der gemischten Zahl zuerst die ganze Zahl und dann den Bruch; hierauf zählt man die zwei Ergebnisse zusammen.

$$\begin{array}{r} 25\frac{12}{13} \\ 18 \\ \hline 200 \\ 25 \\ \hline 450 \\ +\ 16\frac{8}{13} \\ \hline 466\frac{8}{13} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ 18 \\ \hline 96 \\ 12 \\ \hline 13 \mid 216 \mid 16\frac{8}{13} \\ 13 \\ \hline \text{rc.} \end{array}$$

Oder man richtet die gemischte Zahl ein, multiplicirt den unächten Bruch durch 18 und verwandelt das Ergebniß in Ganze.

a)
$$\begin{array}{r} 25\frac{12}{13} \\ 13 \\ \hline 75 \\ 25 \\ +\ 12 \\ \hline 337\ (13\text{tel}) \\ \times\ 18 \\ \hline 2696 \\ 337 \\ \hline 13 \mid 6066 \mid 466\frac{8}{13}. \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} & 25\frac{12}{13} \\ \hline & 75 \\ & 25 \\ & +\ 12 \\ \hline 13 & 337 \\ & \times\ 18 \\ \hline & 2696 \\ & 337 \\ \hline 13 & 6066 \mid 466\frac{8}{13} \end{array}$$

Aufgaben.

2) 3 mal $8\frac{5}{6} = 26\frac{1}{2}$. 15 mal $32\frac{1}{2} = 487\frac{1}{2}$.
5 „ $12\frac{3}{4} = 63\frac{3}{4}$. 27 „ $54\frac{2}{3} = 1476$.
2 „ $48\frac{7}{8} = 97\frac{3}{4}$. 32 „ $96\frac{13}{16} = 3098$.
8 „ $75\frac{11}{12} = 607\frac{1}{3}$. 48 „ $124\frac{4}{5} = 5990\frac{2}{5}$.
6 „ $36\frac{17}{18} = 221\frac{2}{3}$. 72 „ $89\frac{7}{24} = 6429$.

2) Ganze und gemischte Zahlen durch Brüche.

Beispiel 1. Wie viel ist $^{17}/_{18}$ mal 75?

Aufl. $^{17}/_{18}$ ist der 18te Theil von 17, oder 17, getheilt durch 18. Also ist $^{17}/_{18}$ mal 75 = 17 mal 75, getheilt durch 18.

Ansatz und Berechnung:

a) $\frac{75 \times 17}{18}$

```
        75
        17
       ---
       525
        75
      ----
18 | 1275 | 70 5/6
     126
     ---
      15
      -- = 5/6
      18
```

b)

```
   | 75
   | 17
18 | 18
---------
   | 525
   | 75
   ----
18 | 1275 | 70 5/6
     126
     ---
      15
      -- = 5/6
      18
```

3) $^2/_3$ mal 25 = $16^2/_3$. $^9/_{10}$ mal 125 = $112^1/_2$.
$^3/_4$ „ 32 = 24. $^{13}/_{24}$ „ 234 = $126^3/_4$.
$^4/_5$ „ 42 = $33^3/_5$. $^{27}/_{38}$ „ 375 = $266^{17}/_{38}$.
$^5/_6$ „ 75 = $62^1/_2$. $^{43}/_{54}$ „ 480 = $382^2/_9$.
$^7/_8$ „ 96 = 84. $^{74}/_{75}$ „ 1000 = $986^2/_3$.

Beispiel 2. $15^9/_{14}$ mal 64 = ?

Ansatz und Ausrechnung:

```
   64              64
   15 9/14          9
  ----            ---
  320        14 | 576 | 41 1/7
   64             56
  ----            ---
  960              16
+  41 1/7          14
---------          --
 1001 1/7           2
                   -- = 1/7
                   14
```

Oder:
$15^9/_{14}$ mal 64 = 15 mal 64 + $^9/_{14}$ mal 64.
15 mal 64 = 960
$^9/_{14}$ mal 64 = $41^1/_7$.
Also ist $15^9/_{14}$ mal 64 = $1001^1/_7$.

Oder man richtet die gemischte Zahl $15^9/_{14}$ ein und verfährt dann wie im vorigen Beispiele.

4) $7^1/_2$ mal 8 = 60. $16^8/_{13}$ mal 78 = 1296.
$3^7/_8$ „ 32 = 124. $24^9/_{22}$ „ 55 = $1342^1/_2$.
$1^{15}/_{16}$ „ 48 = 93. $37^5/_{14}$ „ 98 = 3661.
$6^7/_9$ „ 21 = $142^1/_3$. $46^8/_9$ „ 108 = 5064.
$8^{12}/_{25}$ mal 30 = $254^2/_5$. $72^2/_5$ „ 360 = 26064.

3) Brüche und gemischte Zahlen durch Brüche und gemischte Zahlen.

Beispiel 1. $^{6}/_{7} \times {}^{4}/_{5}$, wie viel?



a) Von den Nennern ausgehend: Ich stelle mir den Bruch $^{6}/_{7}$ vor. Derselbe soll $^{4}/_{5}$ mal genommen werden. Wie thue ich dieß? Zuerst denke ich mir jedes 7tel wieder in 5 Theile getheilt. Dadurch werden aus dem Ganzen 7 mal 5 oder 35 Theile.

$$^{6}/_{7} \times {}^{4}/_{5} = \frac{}{7 \times 5} = \frac{}{35}$$

Dann nehme ich von jedem der ursprünglichen 6 Siebenteln 4 Theile weg. Dadurch erhalte ich 6 × 4 oder 24 Theile, nämlich $^{24}/_{35}$.

$$^{6}/_{7} \times {}^{4}/_{5} = \frac{6 \times 4}{7 \times 5} = \frac{24}{35}$$

b) Von den Zählern ausgehend:

$7 \mid \frac{6}{7}$ — $^{6}/_{7}$ ist der 7. Th. von 6, od. 6, geth. durch 7;

$5 \mid \frac{4}{5}$ — $^{4}/_{5}$ ist der 5. Th. von 4, od. 4, geth. durch 5;

also ist $^{6}/_{7} \times {}^{4}/_{5} = 6 \times 4$, geth. durch 7×5

$35 \mid 24 = {}^{24}/_{35}$ — $= 24$, geth. durch $35 = {}^{24}/_{35}$.

Oder: Ich betrachte $^{6}/_{7}$ als 6 Ganze und $^{4}/_{5}$ als 4 Ganze. 6 Ganze sind das 7fache von $^{6}/_{7}$, und 4 Ganze sind das 5fache von $^{4}/_{5}$. Indem ich also 6 durch 4 multiplicire, so multiplicire ich das 7= und 5fache der gegebenen Größen miteinander. Ich erhalte daher auch das 7 × 5fache von dem, was sich eigentlich ergeben soll. Mithin ist das Produkt aus 6 × 4 wieder durch 7 × 5 zu theilen. 6 × 4 oder 24, getheilt durch 7 × 5 oder 35 = $^{24}/_{35}$.

Beispiel 2. Wie viel ist $^{25}/_{28} \times {}^{21}/_{40}$?

Ansatz und Berechnung:

$$a)\quad \frac{25}{28} \times \frac{21}{40} = \frac{25 \times 21}{28 \times 40} = \frac{525}{1120} \overset{5}{\Big|} \frac{105}{224} \overset{7}{\Big|} \frac{15}{32}$$

$$\text{Abgekürzt:}\quad \frac{\overset{5 \times 3}{25 \times 21}}{\underset{4 \times 8}{28 \times 40}} = \frac{15}{32}$$

Begreiflich ist es gleichviel, ob man zuerst die gegebenen Brüche mit einander multiplicirt und nachher das Ergebniß kürzt, oder ob man zuerst die Faktoren des Zählers gegen die Faktoren des Nenners hebt und hernach die Multiplikation vollzieht. Für die Berechnung aber ist Letzteres von großem Vortheil: die Hebezahl wird leichter erkannt, das Heben selbst bequemer ausgeführt und die Multiplikation, wenn sie noch nöthig ist, vereinfacht. Wir heben daher zuerst 25 und 40 durch 5, und 28 und 21 durch 7 gegen einander auf; dann vollziehen wir die Multiplikation, wodurch sich gleich $^{15}/_{32}$ ergibt.

b)

$$\begin{array}{r|l} & 25 \\ 28 & \overline{28} \\ & 21 \\ 40 & \overline{40} \\ \hline & 25 \\ & 50 \\ 1120 & \overline{525} = \frac{525}{1120} \overset{5}{\smile} \frac{105}{224} \overset{7}{\smile} \frac{15}{32} \end{array} \qquad \text{abgekürzt:} \qquad \begin{array}{r|l} & \not{25} \\ \not{28} & \overline{\not{28}} \\ & \not{21} \\ \not{40} & \overline{\not{40}} \\ \hline 8 & 5 \\ 4 & 3 \\ \hline 32 & 15 = {}^{15}/_{32} \end{array}$$

$$^{25}/_{28} \times {}^{21}/_{40} = 25 \times 21, \text{ dividirt durch } 28 \times 40$$
$$= 525, \text{ dividirt durch } 1120 = {}^{525}/_{1120} = {}^{15}/_{32}.$$

Die Berechnung kann aber auch hier vereinfacht werden. Da nämlich 40 und 25 die Zahl 5, dann 28 und 21 die Zahl 7 zum gemeinschaftlichen Maße haben, und da (nach Anmerk. S. 186) eine Zahl in einer andern Zahl gerade auch so oft enthalten ist, als $^1/_5$ der einen Zahl in $^1/_5$ der andern, als $^1/_7$ der einen Zahl in $^1/_7$ der andern; so kann man 40 und 25 durch 5, sowie 28 und 21 durch 7 gegen einander heben. Hiernach ist

$$\begin{array}{rl} & 25 \times 21, \text{ dividirt durch } 28 \times 40, \\ \text{(durch 5 gehoben)} = & 5 \times 21, \quad '' \quad '' \quad 28 \times 8, \\ \text{(durch 7 gehoben)} = & 5 \times 3, \quad '' \quad '' \quad 4 \times 8 \\ = & 15, \quad '' \quad '' \quad 32 = {}^{15}/_{32}. \end{array}$$

5) $^3/_3 \times {}^3/_4 = {}^1/_2.$ $\qquad$ $^{19}/_{20} \times {}^{18}/_{25} = {}^{171}/_{250}.$
$^4/_5 \times {}^5/_6 = {}^2/_3.$ $\qquad$ $^{36}/_{60} \times {}^{51}/_{70} = {}^{153}/_{350}.$
$^6/_7 \times {}^7/_8 = {}^3/_4.$ $\qquad$ $^{25}/_{28} \times {}^{27}/_{50} = {}^{27}/_{56}.$
$^7/_{10} \times {}^8/_9 = {}^{28}/_{45}.$ $\qquad$ $^{45}/_{46} \times {}^{11}/_{12} = {}^{165}/_{184}.$
$^5/_{12} \times {}^7/_{16} = {}^{35}/_{192}.$ $\qquad$ $^{35}/_{36} \times {}^{74}/_{75} = {}^{259}/_{270}.$

Beispiel 3. $31\frac{1}{9} \times \frac{15}{16}$, wie viel?

Ansatz und Berechnung:

a) $31\frac{1}{9}$

$$\frac{280}{9} \times \frac{15}{16} = \frac{\overset{35}{\not{280}} \times \overset{5}{\not{15}}}{\underset{3}{\not{9}} \times \underset{2}{\not{16}}} = \frac{175}{6} = 29\frac{1}{6}.$$

b)

	$31\frac{1}{9}$
	15
	16
$\not{9}$	$\not{280}$
$\not{16}$	$\not{15}$
2	35
3	5
6	175

$31\frac{1}{9} \times \frac{15}{16} = \frac{280}{9} \times \frac{15}{16} = 280 \times 15$, getheilt durch $9 \times 16 =$ (280 und 16 durch 8, dann 15 und 9 durch 3 gehoben) 35×5, getheilt durch $3 \times 2 = 175 : 6 = 29\frac{1}{6}$.

6) $3\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$.
$4\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = 3\frac{4}{5}$.
$9\frac{7}{8} \times \frac{5}{6} = 8\frac{11}{48}$.
$33\frac{4}{5} \times \frac{5}{13} = 13$.
$3\frac{3}{8} \times \frac{8}{27} = 1$.
$5\frac{17}{18} \times \frac{19}{365} = \frac{2033}{6570}$.
$6\frac{1}{3} \times \frac{7}{9} = 4\frac{25}{27}$.
$7\frac{3}{5} \times \frac{12}{19} = 4\frac{76}{95}$.
$24\frac{1}{2} \times \frac{7}{8} = 21\frac{7}{16}$.
$36\frac{5}{6} \times \frac{3}{100} = 1\frac{21}{200}$.

7) $\frac{5}{8} \times 1\frac{1}{2} = \frac{15}{16}$.
$\frac{9}{11} \times 3\frac{3}{4} = 3\frac{3}{44}$.
$\frac{13}{16} \times 8\frac{7}{8} = 7\frac{27}{128}$.
$\frac{2}{3} \times 12\frac{4}{5} = 8\frac{8}{15}$.
$\frac{3}{4} \times 16\frac{5}{6} = 12\frac{5}{8}$.
$\frac{17}{18} \times 4\frac{2}{3} = 4\frac{11}{27}$.
$\frac{20}{21} \times 18\frac{7}{10} = 17\frac{17}{21}$.
$\frac{1}{2} \times 25\frac{1}{2} = 12\frac{3}{4}$.
$\frac{4}{25} \times 36\frac{1}{7} = 5\frac{137}{175}$.
$\frac{35}{48} \times 48\frac{5}{9} = 35\frac{175}{432}$.

Beispiel 4. $18\frac{8}{9}$, multiplicirt durch $12\frac{9}{10} = ?$

Ansatz und Ausrechnung:

a) $18\frac{8}{9}$ $12\frac{9}{10}$

$$\frac{170}{9} \times \frac{129}{10} = \frac{\not{170} \times \overset{43}{\not{129}}}{\underset{3}{\not{9}} \times \not{10}}$$

	43	
	17	
	301	
	43	
3	731	$243\frac{2}{3}$

b)

	$18\frac{8}{9}$	
	$12\frac{9}{10}$	
$\not{9}$	$\not{170}$	
$\not{10}$	$\not{129}$	
3	43	
	51	
	68	
3	731	$243\frac{2}{3}$

8) $2\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{4} = 10.$ $\quad 6\frac{7}{8} \times 15\frac{3}{5} = 107\frac{1}{4}.$
$4\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{5} = 32\frac{2}{5}.$ $\quad 6\frac{2}{9} \times 24\frac{3}{8} = 151\frac{2}{3}.$
$8\frac{5}{6} \times 2\frac{1}{7} = 18\frac{13}{14}.$ $\quad 186\frac{2}{3} \times 7\frac{1}{2} = 1400.$
$6\frac{3}{4} \times 7\frac{7}{8} = 53\frac{5}{32}.$ $\quad 25\frac{7}{12} \times 32\frac{15}{16} = 842\frac{125}{192}.$
$10\frac{4}{5} \times 12\frac{4}{9} = 134\frac{2}{5}.$ $\quad 36\frac{13}{24} \times 101\frac{3}{4} = 3718\frac{11}{96}.$

9) $\frac{49}{64} \times \frac{16}{21} = \frac{7}{12}.$ $\quad \frac{25}{42} \times \frac{14}{15} = \frac{5}{9}.$
$\frac{72}{115} \times \frac{23}{24} = \frac{3}{5}.$ $\quad 5\frac{5}{8} \times 48 = 270.$
$\frac{48}{50} \times \frac{15}{16} = \frac{9}{10}.$ $\quad 12\frac{1}{3} \times 12\frac{3}{7} = 153\frac{2}{7}.$
$\frac{35}{68} \times \frac{17}{25} = \frac{7}{20}.$ $\quad 2\frac{1}{10} \times 36\frac{2}{3} = 77.$

Beispiel 5. $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = ?$

Ansatz und Berechnung:

a) $$\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \times \cancel{4} \times \cancel{5}}{\cancel{4} \times \cancel{5} \times \underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{1}{2}$$

4 wird gegen 4, 5 gegen 5 und 3 gegen 6 gehoben.

b)

	3
4	4
	4
5	5
	5
6	6
2	$1 = \frac{1}{2}$

10) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}.$ $\quad 2\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{4} = 61\frac{1}{4}.$
$\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} = \frac{5}{8}.$ $\quad 8\frac{2}{5} \times 6\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{4} = 210.$
$\frac{7}{9} \times \frac{3}{10} \times \frac{11}{12} = \frac{77}{360}.$ $\quad 7\frac{1}{5} \times 10\frac{5}{6} \times 12\frac{1}{2} = 975.$

11) $(16\frac{3}{4} + 28\frac{7}{8} + 13\frac{5}{6}) \times 6\frac{2}{3} = 396\frac{7}{18}.$

12) $(453\frac{3}{8} - 394\frac{9}{20}) \times 8\frac{3}{4} = 515\frac{19}{32}.$

13) $(18 \times 25\frac{2}{3}) + (52\frac{3}{4} \times 12) = 1095.$

14) $(100 - 48\frac{7}{8}) \times (254\frac{3}{4} - 175\frac{5}{6}) = 4034\frac{59}{96}.$

Benannte Brüche zu multipliciren.

Beispiel 1. 36 fl. $43\frac{4}{5}$ kr. $\times 8 = ?$

Ansatz und Ausrechnung:

a) 36 fl. $43\frac{4}{5}$ kr.
8 $\quad$ 8
293 fl. $50\frac{2}{5}$ kr.

b) 36 fl. $43\frac{4}{5}$ kr. $\times 8$.
60
2203 kr.
5
11019 (5tel-kr.)
$\times 8$
5 | 88152 | $17630\frac{2}{5}$ kr. | 60 | 293 fl. $50\frac{2}{5}$ kr.

15) $\frac{4}{5}$ fl. × 12 = $9\frac{3}{5}$ fl.
$\frac{5}{8}$ Ctr. × 18 = $11\frac{1}{4}$ Ctr.
$\frac{11}{12}$ Pfd. × 25 = $22\frac{11}{12}$ Pfd.
$\frac{13}{25}$ Zoll × 36 = $18\frac{18}{25}$ Zoll.

16) $45\frac{3}{4}$ fl. × 8 = 366 fl.
$72\frac{7}{8}$ Ctr. × 5 = $364\frac{3}{8}$ Ctr.
$136\frac{4}{5}$ Ell. × 6 = $820\frac{4}{5}$ Ell.
$428\frac{7}{8}$ Eim. × 4 = $1715\frac{1}{2}$ Eim.

17) 15 fl. $24\frac{1}{2}$ kr. × 3 = 46 fl. $13\frac{1}{2}$ kr.
48 Pfd. $28\frac{3}{4}$ Loth × 7 = 342 Pfd. $9\frac{1}{4}$ Lth.
39 Thlr. $25\frac{5}{6}$ Gr. × 9 = 358 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Gr.
254 Schff. $5\frac{7}{8}$ Mtz. × 12 = 3059 Schff. $4\frac{1}{2}$ Mtz.

18) 364 fl. 52 kr. $3\frac{4}{5}$ pf. × 8 = 2919 fl. 3 kr. $2\frac{2}{5}$ pf.
679 Fdr. 5 Eim. $45\frac{2}{3}$ Ms. × 24 = 16307 Fdr. 5 E. 8 Ms.
28 Rth. 8 Fß. $6\frac{5}{6}$ Zoll × 20 = 574 Rth. 3 Fß. $4\frac{2}{3}$ Zll.
725 Ctr. 48 Pfd. $25\frac{3}{4}$ Lth. × 16 = 11607 Ctr. 80 Pfd. 28 Lth.
150 fl. 42 kr. $2\frac{7}{8}$ pf. × 36 = 5425 fl. 37 kr. $3\frac{1}{2}$ pf.
3 Bll. 5 Rs. $12\frac{7}{12}$ Bch. × 46 = 163 Bll. 8 Rs. $18\frac{5}{6}$ Bch.

Beispiel 2. 18 Pfd. $12\frac{4}{5}$ Loth × $\frac{5}{8}$ = ?

Ansatz und Ausrechnung:

$$\begin{array}{r} 18 \text{ Pfd. } 12\tfrac{4}{5} \text{ Loth} \\ 32 \\ \hline 48 \\ 54 \\ \hline 588\tfrac{4}{5} \text{ Loth.} \end{array}$$

a) $$\frac{588\frac{4}{5}}{\;}\quad \frac{2944}{5} \text{ Loth} \times \frac{5}{8} = \frac{\overset{368}{\cancel{2944}} \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times \cancel{8}} \text{ Loth}$$

32 | 368 | 11 Pfd. 16 Loth

$$\begin{array}{r} 368 \\ 32 \\ \hline 48 \\ 32 \\ \hline 16 \end{array}$$

b)

	$588\frac{4}{5}$ Lth.	
	$\frac{5}{8}$	
5	2944	
8	5	
32	368	$11\frac{1}{2}$ Pfd.

19) $\frac{2}{3}$ fl. × $\frac{2}{5}$ = $\frac{4}{15}$ fl.
$\frac{7}{8}$ Ctr. × $\frac{3}{4}$ = $\frac{21}{32}$ Ctr.
$\frac{5}{6}$ Thlr. × $1\frac{2}{3}$ = $1\frac{7}{18}$ Thlr.
$\frac{13}{15}$ Eim. × $2\frac{5}{6}$ = $2\frac{41}{90}$ Eim.

20) $3\frac{3}{8}$ fl. × $\frac{7}{8}$ = $2\frac{61}{64}$ fl.
$9\frac{2}{3}$ Thlr. × $\frac{4}{5}$ = $7\frac{11}{15}$ Thlr.
$25\frac{3}{4}$ Ell. × $3\frac{1}{2}$ = $90\frac{1}{8}$ Ell.
$72\frac{5}{6}$ Eim. × $8\frac{1}{4}$ = $600\frac{7}{8}$ Eim.

21) 24 fl. $22\frac{1}{2}$ kr. × $\frac{2}{3}$ = 16 fl. 15 kr.
18 Ctr. $45\frac{7}{8}$ Pfd. × $\frac{5}{6}$ = 15 Ctr. $38\frac{11}{48}$ Pfd.
32 Rs. $16\frac{3}{4}$ Bch. × $3\frac{3}{5}$ = 118 Rs. $4\frac{7}{20}$ Bch.
45 Rth. $8\frac{5}{6}$ Fß. × $4\frac{3}{4}$ = 217 Rth. $2\frac{23}{24}$ Fß.

Regeldetri=Aufgaben.

Mündlich und schriftlich.

1) 1 Pfund zu $^7/_8$ fl.; was kosten 75 Pfd.?

2) Aus 1 Schock drischt man $^5/_6$ Schff., wie viel aus 28 Schock?

3) 8 Pfd. zu $^9/_{10}$ Thlr.; wie theuer sind 96 (= 12 mal 8) Pfd.?

4) Wie viele Gulden betragen

a) 8, 12, 18, 25, 40, 57, 100 prß. Thlr. à $1^3/_4$ fl.

b) 5, 16, 30, 42, 60, 75, 100 bayr. Thlr. à $2^2/_5$ fl.?

c) 4, 10, 25, 37, 50, 80, 100 Krthlr. à $2^7/_{10}$ fl.?

5) 3 Ellen zu $2^3/_4$ fl.; wie hoch kommen 48 (= 16 × 3) Ellen?

6) Für 6 Thlr. kauft man $5^5/_8$ Ellen, wie viel für 78 Thlr.?
(Für 78 oder 13 × 6 Thlr. erhält man $73^1/_8$ Ellen.)

7) In 4 Wochen braucht man $2^5/_6$ Schff. Korn, wie v. in 1 Jahre?
(In einem Jahre oder 13 × 4 Woch. braucht man $36^5/_6$ Schff)

8) In 1 Woche verbrennt man $3^7/_{12}$ Pfd. Oel, wie v. in 84 Tg.?
(12 mal $3^7/_{12}$ Pfd. = 43 Pfd.)

9) Der Ctr. zu 42 fl. $27^3/_4$ kr.; was kosten 12 Ctr? (509 fl. 33 kr.)

10) Für 1 Thlr. 3 Pfd. $14^5/_8$ Lth.; wie viel für 18 Thlr.?
Antwort: 62 Pfd. $7^1/_4$ Lth.

11) Ein Faß hält 5 Eim. $40^2/_3$ Ms.; wie viel halten 6 dgl. Fässer?
Antwort: 2 Fdr. 9 Eim. 52 Ms.

12) In einer Schreibstube werden jährlich 4 Bll. $8^4/_5$ Bch. Papier verbraucht, wie viel in 25 J.? (101 Bll. 1 Rs.)

---

13) Die Elle zu $^5/_8$ fl.; wie hoch kommen 3 Ell.? $^3/_4$ Ell.?

Mündlich. Wenn 1 Elle $^5/_8$ fl. kostet, so kommen 3 Ell. auf 3 mal $^5/_8$ fl., $^3/_4$ Ellen aber auf $^3/_4$ mal $^5/_8$ fl.; $^3/_4$ mal $^5/_8$ fl. = $^{15}/_{32}$ fl.; $^1/_{32}$ fl. = $1^7/_8$ kr.; $^{15}/_{32}$ fl. = 15 + $13^1/_8$ = $28^1/_8$ kr.

Schriftlich. $^3/_4$ Ellen kosten $^3/_4$ mal $^5/_8$ fl.

a) $$\frac{5}{8}\text{ fl.} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{8 \times 4} = \frac{15}{13}\text{ fl.}$$

b)

8	$\frac{5}{8}$ fl.
4	× $\frac{3}{4}$
32	15 fl.
	× 60
	900 kr. | $28^1/_8$ kr.
	64
	260
	256
	4

14) Für 1 Thlr. erhalte ich $^{3}/_{10}$ Ctr., wie viel für $^{2}/_{3}$ Thlr.?
Antwort: $^{1}/_{5}$ Ctr.

15) Wie theuer sind $2^{7}/_{8}$ Ms., die Maas zu $^{3}/_{5}$ fl.?
Mündlich. $2^{7}/_{8}$ Ms. kosten 2mal $^{3}/_{5}$ fl. + $^{7}/_{8}$mal $^{3}/_{5}$ fl.; 2mal $^{3}/_{5}$ fl. = $^{8}/_{5}$ fl. = $1^{3}/_{5}$ fl.; $^{7}/_{8}$mal $^{3}/_{5}$ fl. = $^{21}/_{40}$ fl.; $1^{3}/_{5}$ fl. = 1 fl. 36 kr.; $^{1}/_{40}$ fl. = $1^{1}/_{2}$ kr.; $^{21}/_{40}$ fl. = 21 + $10^{1}/_{2}$ = $31^{1}/_{2}$ kr.; 1 fl. 36 kr. + $31^{1}/_{2}$ kr. = 2 fl. $7^{1}/_{2}$ kr. (Oder: $^{3}/_{5}$ fl. = 3 × 8 oder $^{24}/_{40}$ fl.; $^{24}/_{40}$ fl. + $^{21}/_{40}$ fl. = $^{45}/_{40}$ = $1^{5}/_{40}$ = $1^{1}/_{8}$ fl.; 1 fl. + $1^{1}/_{8}$ fl. = $2^{1}/_{8}$ fl. = 2 fl. 7 kr. 2 pf.)

16) Wenn 1 Pfd. $2^{5}/_{6}$ Thlr. kostet, wie theuer sind $^{6}/_{7}$ Pfd.?
Antwort: $2^{3}/_{7}$ Thlr.

17)

45 Ellen Kattun, à Elle $28^{3}/_{4}$ kr.	=	21 fl. $33^{3}/_{4}$ kr.
$12^{1}/_{4}$ Pfd. Kaffee, à Pfd. $32^{1}/_{2}$ kr.	=	6 fl. $38^{1}/_{8}$ kr.
$23^{1}/_{2}$ Pfd. Zucker, à Pfd. $20^{3}/_{4}$ kr.	=	8 fl. $7^{5}/_{8}$ kr.
$^{5}/_{8}$ Ctr. Talglichter, à Pfd. 23 kr.	=	23 fl. $57^{1}/_{2}$ kr.
$24^{3}/_{4}$ Ellen Tuch, à Elle $3^{2}/_{5}$ fl.	=	84 fl. 9 kr.
$2^{5}/_{6}$ Schff. Korn, à Schff. $15^{7}/_{10}$ fl.	=	44 fl. 29 kr.
	in Summa:	188 fl. 55 kr.

18) 1 Elle Sammt um 2 fl. $24^{1}/_{2}$ kr.; was kosten $^{7}/_{8}$ Ellen?
Antw.: 2 fl. $24^{1}/_{2}$ kr. × $^{7}/_{8}$ = $144^{1}/_{2}$ kr. × $^{7}/_{8}$ = 2 fl. $6^{7}/_{16}$ kr.

19) 1 Eimer Wein zu 12 fl. $43^{3}/_{4}$ kr.; wie hoch kommen $^{3}/_{4}$ Eim.?
Antwort: 12 fl. $43^{3}/_{4}$ kr. × $^{3}/_{4}$ = 9 fl. $32^{13}/_{16}$ kr.

20) Für 7 fl. $32^{5}/_{8}$ kr. einen Ctr., wie theuer sind $2^{2}/_{3}$ Ctr.?
Antw.: 7 fl. $32^{5}/_{8}$ kr. × $2^{2}/_{3}$ = 20 fl. 7 kr.

21) Eine Familie braucht in 1 Monat 3 Pfd. $27^{3}/_{4}$ Loth Kaffee, wie viel in $4^{1}/_{2}$ Monat? Antw.: 17 Pfd. $12^{7}/_{8}$ Loth.

22) Wie viel kosten $^{7}/_{8}$ Ctr., $^{1}/_{8}$ Ctr. zu 4 fl. 48 kr. (= $4^{4}/_{5}$ fl.)?
Antw.: 7mal $4^{4}/_{5}$ fl. = 33 fl. 36 kr.

23) Für 5 fl. $37^{1}/_{2}$ kr. $^{1}/_{4}$ Eimer Wein; wie hoch kommen $^{3}/_{4}$ Eim.?
Antw.: Auf 3mal $5^{5}/_{8}$ fl. = 16 fl. $52^{1}/_{2}$ kr.

24) Für $^{1}/_{5}$ Thlr. erhalte ich 3 Pfd. 24 Lth. (= $3^{3}/_{4}$ Pfd.), wie viel für 1 Thlr.? Antw.: 5 mal $3^{3}/_{4}$ Pfd. = 18 Pfd. 24 Lth.

25) Wie viel für 1 fl., wenn $3^{5}/_{6}$ Dutzend $^{1}/_{12}$ fl. kosten?
Antwort: 12mal $3^{5}/_{6}$ Dutzend = 46 Dutzend.

26) Wie hoch kommen $5^{1}/_{4}$ Ctr., wenn $^{1}/_{4}$ Ctr. 2 fl. 40 kr. kostet?
Antw.: $5^{1}/_{4}$ oder $^{21}/_{4}$ Ctr. kosten 21 mal $2^{2}/_{3}$ fl. = 56 fl.

27) In $^{1}/_{6}$ Jahr braucht man 18 Pfd. 16 Lth. Seife, wie viel in $4^{1}/_{6}$ J.? In $4^{1}/_{6}$ oder $^{25}/_{6}$ J. = 25 mal $18^{1}/_{2}$ Pfd. = 4 Ctr. $62^{1}/_{2}$ Pfd.

28) A gewinnt an $^1/_4$ Pfd. 7 kr. 2 pf., wie viel an 1 Ctr.?

Aufl. An $^1/_4$ Pfd. gewinnt A 7 kr. 2 pf. = $^1/_8$ fl.; an 1 Pfd. gewinnt er 4 mal $^1/_8$ fl. = $^1/_2$ fl., und an 1 Ctr. 100 mal $^1/_2$ fl. = 50 fl.

Oder: 1 Ctr. = 100 Pfd. = $^{400}/_4$ Pfd.; an $^{400}/_4$ Pfd. gewinnt A 400 mal $^1/_8$ fl. = $^{400}/_8$ fl. = 50 fl.

29) $^1/_{12}$ Eimer Wein zu 3 fl. 36 kr.; wie hoch kommt $^1/_2$ Eimer?

Aufl. $^1/_2$ Eimer = $^6/_{12}$ Eimer, mithin kostet er 6 mal 3 fl. 36 kr. = 21 fl. 36 kr.

30) $^1/_{32}$ Pfd. Gewürz zu 22 kr. 2 pf.; wie theuer ist $^1/_4$ Pfd.?

Aufl. $^1/_4$ (= $^8/_{32}$) Pfd. kostet 8mal $^3/_8$ fl. = 3 fl.

Dividiren der Brüche.

Vorbemerkung. Jede Division mit reinen ganzen Zahlen kann sowohl im Sinne des Theilens, als im Sinne des Enthaltenseins vollzogen werden. Das ist bei der Division mit Brüchen nicht überall der Fall. Es ist daher nothwendig, sich gleich von vornherein ins Klare zu setzen, wo das Eine und wo das Andere geschehen kann.

Eine Zahl ist in einer anderen Zahl so oft enthalten, als sie von derselben weggenommen werden kann. Das ist bekannt. Eben so, daß man reine Zahlen, von welcher Art sie immer sind, auf gleiche Namen bringen und dann subtrahiren kann. Folglich ist es auch möglich, mit jeder reinen Zahl in jede reine Zahl nach dem Begriffe des Enthaltenseins zu dividiren.

Theilen, d. h. in eine gewisse Anzahl gleicher Theile zerlegen, läßt sich gleichfalls jede Zahl, eine gebrochene und eine gemischte Zahl sowohl, als eine ganze. Der Zweck des Theilens ist zunächst, die Größe eines bestimmten Theiles von einer gegebenen Zahl zu finden. Dieser Theil kann kein anderer sein, als der halbe Theil oder die Hälfte, der dritte Theil oder $^1/_3$, der vierte Theil oder $^1/_4$ u. s. w. Um die Hälfte von einer gegebenen Zahl zu finden, so theilt man sie durch 2; um $^1/_3$ zu erhalten, durch 3; um $^1/_4$ zu erhalten, durch 4 2c. Um also einen immer nur möglichen Theil von einer gegebenen Zahl zu finden, so theilt man dieselbe stets durch eine ganze Zahl und zwar durch die, welche durch den Namen des zu suchenden Theiles bezeichnet wird. — Dividiren nach dem Begriffe des Theilens läßt sich also zwar auch jede Zahlengröße; man thut es aber immer nur durch eine ganze Zahl.

A. Enthaltensein.

a) Mündlich.

Beispiel 1. Wie oft sind $^8/_{25}$ in $^{24}/_{25}$ enthalten?

Aufl. $^8/_{25}$ sind in $^{24}/_{25}$ so oft enthalten, als sie davon weggenommen werden können. $^{24}/_{25}$ — $^8/_{25}$ = $^{16}/_{25}$; $^{16}/_{25}$ — $^8/_{25}$ = $^8/_{25}$; $^8/_{25}$ — $^8/_{25}$ = 0. $^8/_{25}$ können von $^{24}/_{25}$ 3mal weggenommen werden. Also sind $^8/_{25}$ in $^{24}/_{25}$ 3mal enthalten.

Frage: Wie zieht man $^{8}/_{25}$ von $^{24}/_{25}$ wiederholt weg? Antwort: Man zieht den Zähler 8 vom Zähler 24 so oft als möglich ab. — Also hat man eigentlich auch nur zu suchen, wie oft der Zähler von $^{8}/_{25}$ in dem Zähler von $^{24}/_{25}$ enthalten ist. 8 liegt in 24 3mal. Mithin sind auch $^{8}/_{25}$ in $^{24}/_{25}$ (gleichwie 8 fl. in 24 fl., 8 Pfd. in 24 Pfd. 2c.) 3 mal enthalten. —

Oder: $^{8}/_{25}$ lassen sich als der 25. Theil von 8, und $^{24}/_{25}$ als der 25. Theil von 24 betrachten. Nehme ich daher $^{8}/_{25}$ und $^{24}/_{25}$ 25mal, so erhalte ich 8 und 24. — Nun liegen $^{8}/_{25}$ in $^{24}/_{25}$ eben so oft, als $^{8}/_{25} + ^{8}/_{25}$ in $^{24}/_{25} + ^{24}/_{25}$, als $^{8}/_{25} + ^{8}/_{25} + ^{8}/_{25}$ in $^{24}/_{25} + ^{24}/_{25} + ^{24}/_{25}$ 2c., mithin auch so oft, als 25mal $^{8}/_{25}$ in 25mal $^{24}/_{25}$, d. i. so oft als 8 in 24; 8 liegt in 24 3mal; also sind auch $^{8}/_{25}$ in $^{24}/_{25}$ 3 mal enthalten.

Kürzer: $^{8}/_{25}$ sind in $^{24}/_{25}$ so oft enthalten, als das 25fache von $^{8}/_{25}$ in dem 25fachen von $^{24}/_{25}$, d. i. so oft als 8 in 24, nämlich 3mal.

Man bringt also Divisor und Dividend auf das Sovielfache, als ihr gemeinschaftlicher Nenner sagt; dadurch werden die Brüche ganz und gar aufgehoben, d. i. die Nenner derselben verschwinden, und die Zähler gehen als ganze Zahlen hervor.

Wie oft sind enthalten

$^{4}/_{9}$ in $^{8}/_{9}$?	$^{3}/_{10}$ in $^{9}/_{10}$?	$^{4}/_{13}$ in $^{12}/_{13}$?	$^{7}/_{18}$ in $^{21}/_{18}$?
$^{4}/_{9}$ in $^{3}/_{9}$?	$^{3}/_{10}$ in $^{2}/_{10}$?	$^{4}/_{13}$ in $^{3}/_{13}$?	$^{7}/_{18}$ in $^{6}/_{18}$?
$^{4}/_{9}$ in $^{7}/_{9}$?	$^{3}/_{10}$ in $^{8}/_{10}$?	$^{4}/_{13}$ in $^{11}/_{13}$?	$^{7}/_{18}$ in $^{17}/_{13}$?

Beispiel 2. Wie oft liegen $^{3}/_{4}$ in $5^{3}/_{4}$?

Aufl. $5^{3}/_{4} = ^{23}/_{4}$. Nun suche ich, wie oft $^{3}/_{4}$ in $^{23}/_{4}$ enthalten sind. $^{3}/_{4}$ sind in $^{23}/_{4}$ so oft enthalten, als 3 in 23; 3 liegt in 23 $7^{2}/_{3}$mal. Also sind auch $^{3}/_{4}$ in $^{23}/_{4}$ oder $5^{3}/_{4}$ $7^{2}/_{3}$mal enthalten.

Beispiel 3. Wie vielmal liegt $1^{1}/_{8}$ in $^{7}/_{8}$?

Aufl. $1^{1}/_{8} = ^{9}/_{8}$; $1^{1}/_{8}$ in $^{7}/_{8}$ also $= ^{9}/_{8}$ in $^{7}/_{8}$; $^{9}/_{8}$ in $^{7}/_{8} = 9$ in 7; 9 in $7 = ^{7}/_{9}$mal. Also liegen $^{9}/_{8}$ oder $1^{1}/_{8}$ in $^{7}/_{8}$ $^{7}/_{9}$mal.

Beispiel 4. Wie oft lassen sich $^{6}/_{7}$ von 12 Ganzen nehmen?

Aufl. Um das zu finden, verwandle ich die 12 G. auch in 7tel. 12 G. $= 12 \times 7$ oder $^{84}/_{7}$; $^{6}/_{7}$ in $^{84}/_{7}$ oder 6 in $84 = 14$mal; also 2c.

Oder: $^{6}/_{7}$ sind in 1 oder $^{7}/_{7}$ $1^{1}/_{6}$ mal, in 12 also 12mal $1^{1}/_{6} = 14$mal.

Oder: $^{6}/_{7}$ lassen sich von 12 G. gerade so oftmal nehmen, als 7mal $^{6}/_{7}$ von 7mal 12; 7mal $^{6}/_{7} = 6$, und 7mal $12 = 84$; 6 ist in 84 14mal; also 2c.

Beispiel 5. 24, wie viel mal $2^{1}/_{4}$?

Aufl. $2^{1}/_{4} = ^{9}/_{4}$; $24 = ^{96}/_{4}$. Nun heißts: $^{96}/_{4}$, wie vielmal $^{9}/_{4}$? Antwort: $^{96}/_{4}$ sind so viel $^{9}/_{4}$, als $^{9}/_{4}$ in $^{96}/_{4}$ enthalten sind. $^{9}/_{4}$ in $^{96}/_{4}$ oder 9 in $96 = 10^{2}/_{3}$mal. Also ist $24 = 10^{2}/_{3}$mal $2^{1}/_{4}$.

Oder. $2^{1}/_{4}$ in $24 = ^{9}/_{4}$ in $24 = 4$mal $9/_{4}$ in 4mal $24 = 9$ in $96 = 10^{2}/_{3}$mal.

Beispiel 6. Wie oft sind $^3/_5$ in $^3/_4$ enthalten?

Aufl. $^3/_5$ sind in $^3/_4$ so oft enthalten, als sich $^3/_5$ von $^3/_4$ nehmen lassen. Da man aber 5tel nicht von 4teln nehmen kann, so muß ich beide Brüche erst gleichnamig machen. Hauptnenner: $5 \times 4 = 20$. $^3/_5 = 3 \times 4$ oder $^{12}/_{20}$, und $^3/_4 = 3 \times 5$ oder $^{15}/_{20}$. Die Frage: wie oft sind $^3/_5$ in $^3/_4$ enthalten? heißt jetzt: wie oft sind $^{12}/_{20}$ in $^{15}/_{20}$ enthalten? $^{12}/_{20}$ in $^{15}/_{20}$ oder 12 in $15 = 1^1/_4$ mal. Also sind $^{12}/_{20}$ in $^{15}/_{20}$ oder $^3/_5$ in $^3/_4$ $1^1/_4$ mal enthalten.

Beispiel 7. $^3/_4$ sind in $8^2/_3$ wie oft enthalten?

Aufl. Ich verwandle die beiden Zahlen in 12tel. $^3/_4 = ^9/_{12}$; $8^2/_3 = 96 + 8 = ^{104}/_{12}$. $^9/_{12}$ in $^{104}/_{12}$ oder 9 in $104 = 11^5/_9$ mal; also ꝛc.

Wie oft ist oder sind enthalten

$^1/_2$ in $1^1/_2$? $^2/_3$? $4^3/_4$?	4 in $^3/_4$? $8^1/_2$?	$1^1/_2$ in 8? $^3/_4$? $12^2/_3$?
$^2/_3$ in $5^1/_3$? $^3/_4$? $7^5/_6$?	6 in $^7/_8$? $10^2/_3$?	$2^3/_4$ in 12? $^7/_8$? $6^1/_2$?
$^3/_4$ in $9^3/_4$? $^5/_6$? $12^7/_8$?	3 in $^{11}/_{12}$? $18^3/_4$?	$4^2/_3$ in 15? $^8/_9$? $9^4/_5$?
$^4/_5$ in $4^1/_5$? $^5/_7$? $8^3/_4$?	8 in $^5/_6$? $22^4/_5$?	$3^4/_5$ in 20? $^3/_4$? $15^5/_6$?
ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.

b) Schriftlich.

Beispiel 1. Wie oft liegen $^{17}/_{91}$ in $^{75}/_{91}$?

Ansatz und Berechnung:

$^{17}/_{91}$	$^{75}/_{91}$	
17	75	$4^7/_{17}$
	68	
	7	

Der Ansatz ist wie bei der Division mit ganzen Zahlen: man setzt den Divisor vor und den Dividenden zwischen zwei senkrechte Striche. Da beide Brüche schon gleichnamig sind, so hat man bloß zu suchen, wie oft der Zähler des Divisors in dem Zähler des Dividenden enthalten ist.

Beispiel 2. Wie oft ist $12^1/_2$ in $94^1/_2$ enthalten?

Ansatz und Berechnung:

$12^1/_2$	$94^1/_2$	
25	189	$7^{14}/_{25}$
	175	
	14	

Man richtet die zwei gemischten Zahlen ein. Dadurch werden sie in zwei gleichnamige unächte Brüche verwandelt. Hierauf dividirt man mit einem Zähler in den andern.

Beispiel 3. Wie viel ist 84 : (= dividirt durch) $^{27}/_{29}$?

Ansatz und Berechnung:

$^{27}/_{29}$	84	
	29	
	756	
	168	
27	2436	$90\,^{2}/_{9}$
	243	
	$\frac{6}{27} = {}^{2}/_{9}$	

a) Die 84 G. werden auch in 29stel verwandelt. Dieß geschieht, indem wir sie durch den Nenner 29 multipliciren. Dann heißts: wie oft sind $^{27}/_{29}$ in $^{2436}/_{29}$ enthalten? Antwort: So oft, als 27 in 2436, nämlich $90\,^{2}/_{9}$ mal.

b) Ich multiplicire, um den Bruch $^{27}/_{29}$ wegzuschaffen, den Divisor und den Dividenden durch dessen Nenner. 29 mal $^{27}/_{29} = 27$, und 29 mal $84 = 2436$. $^{27}/_{29}$ ist in 84 gerade so oft enthalten, als das 29fache von $^{27}/_{29}$ in dem 29fachen von 84, d. i. so oft als 27 in 2436; 27 aber ist in 2436 $90\,^{2}/_{9}$ mal enthalten; also ist auch 84, dividirt durch $^{27}/_{29}$, $= 90\,^{2}/_{9}$.

Aufgaben:

1) $^{9}/_{20} : {}^{3}/_{20} = 3.$ 2) $3\,^{3}/_{4} : {}^{3}/_{4} = 5.$ 3) $^{1}/_{2} : 1\,^{1}/_{2} = {}^{1}/_{3}.$
$^{35}/_{36} : {}^{7}/_{36} = 5.$ $12\,^{4}/_{7} : {}^{5}/_{7} = 17\,^{3}/_{5}.$ $^{2}/_{8} : 4\,^{1}/_{3} = {}^{2}/_{13}.$
$^{10}/_{19} : {}^{15}/_{19} = {}^{2}/_{3}.$ $21\,^{7}/_{8} : {}^{7}/_{8} = 25.$ $^{7}/_{8} : 2\,^{1}/_{8} = {}^{7}/_{17}.$
$^{51}/_{53} : {}^{12}/_{53} = 4\,^{1}/_{4}.$ $64\,^{4}/_{15} : {}^{14}/_{15} = 68\,^{6}/_{7}.$ $^{11}/_{12} : 3\,^{8}/_{12} = {}^{1}/_{4}.$
$^{42}/_{49} : {}^{48}/_{49} = {}^{7}/_{8}.$ $15\,^{1}/_{3} : {}^{2}/_{3} = 23.$ $^{14}/_{25} : 1\,^{3}/_{25} = {}^{1}/_{2}.$

4) $8\,^{3}/_{4} : 1\,^{1}/_{4} = 7.$
$25\,^{2}/_{3} : 7\,^{1}/_{3} = 3\,^{1}/_{2}.$
$92\,^{1}/_{5} : 4\,^{4}/_{5} = 19\,^{5}/_{24}.$
$125\,^{7}/_{8} : 12\,^{3}/_{8} = 10\,^{17}/_{99}.$
$5\,^{5}/_{7} : 8\,^{4}/_{7} = {}^{2}/_{3}.$

5) $7 : {}^{2}/_{5} = 17\,^{1}/_{2}.$
$25 : {}^{3}/_{4} = 33\,^{1}/_{3}.$
$32 : {}^{7}/_{8} = 36\,^{4}/_{7}.$
$78 : {}^{11}/_{12} = 85\,^{1}/_{11}.$
$124 : {}^{21}/_{25} = 147\,^{13}/_{21}.$

6) $24 : 3\,^{3}/_{4} = 6\,^{2}/_{5}.$
$68 : 5\,^{2}/_{3} = 12.$
$92 : 1\,^{11}/_{12} = 48.$
$72 : 7\,^{4}/_{5} = 9\,^{3}/_{13}.$
$120 : 12\,^{7}/_{8} = 9\,^{33}/_{103}.$

7) $^{3}/_{4} : 1 = {}^{3}/_{4}.$
$^{7}/_{8} : 3 = {}^{7}/_{24}.$
$^{24}/_{25} : 5 = {}^{24}/_{125}.$
$^{4}/_{5} : 2 = {}^{2}/_{5}.$
$^{5}/_{6} : 4 = {}^{5}/_{24}.$

8) $13\,^{1}/_{2} : 2 = 6\,^{3}/_{4}.$
$8\,^{2}/_{3} : 12 = {}^{13}/_{18}.$
$20\,^{3}/_{4} : 8 = 2\,^{19}/_{32}.$
$24\,^{5}/_{8} : 25 = {}^{197}/_{200}.$
$50\,^{4}/_{7} : 4 = 12\,^{9}/_{14}.$

Beispiel 4. Wie oft ist $^5/_8$ in $^7/_9$ enthalten?

Ansatz und Berechnung:

a)

$^5/_8$	$^7/_9$	
$\frac{45}{72}$	$\frac{56}{72}$	
45	56	$1^{11}/_{45}$
	45	
	11	

Der Schüler spricht: Um finden zu können, wie oft $^5/_8$ in $^7/_9$ enthalten sind, so verwandle ich beide Brüche in gleiche Theile. Das geschieht, wenn ich jedes Achtel wieder in 9 und jedes 9tel wieder in 8 gleiche Theile zerfälle, wenn ich also den Bruch $^5/_8$ durch 9 und den Bruch $^7/_9$ durch 8 erweitere. $^5/_8$ durch 9 erweitert $= {^{45}/_{72}}$, und $^7/_9$ durch 8 erweitert $= {^{56}/_{72}}$. Nun heißt die Aufgabe: Wie oft sind $^{45}/_{72}$ in $^{56}/_{72}$ enthalten? Antwort: So oft, als 45 in 56. 45 in 56 $= 1^{11}/_{45}$. Also liegen auch $^{45}/_{72}$ in $^{56}/_{72}$ oder $^5/_8$ in $^7/_9$ $1^{11}/_{45}$ mal.

b)

$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{9}$	
9	8	
45	56	$1^{11}/_{45}$
	45	
	11	

Um den Bruch $^5/_8$ aufzuheben, so mache ich den Divisor und den Dividenden 8mal so groß. Das 8fache von $^5/_8 = 5$ (8 wird durchstrichen), und das 8fache von $^7/_9 = {^7/_9} \times 8$ (8 kommt darunter). Um auch den Bruch $^7/_9$ wegzuschaffen, so erhebe ich den Divisor und den Dividenden auf das 9fache derselben. Das 9fache von $5 = 5 \times 9$ (9 darunter), und das 9fache von $^7/_9 = 7$ (9 durchstrichen). $^5/_8$ sind in $^7/_9$ eben so oft enthalten, als das 9×8- oder 72fache von $^5/_8$ in dem 8×9- oder 72fachen von $^7/_9$, d. i. so oft als 5×9 in 7×8 oder 45 in 56, nämlich $1^{11}/_{45}$ mal.

c) $^5/_8$ sind in $^1/_8$ $^1/_5$ mal, mithin in 1 oder $^8/_8$ $^8/_5$ mal. Liegen $^5/_8$ in 1 $^8/_5$ mal, so sind $^5/_8$ in $^7/_9$ $^7/_9$ mal $^8/_5$ mal enthalten.

$$^7/_9 : {^5/_8} \text{ also} = {^7/_9} \times {^8/_5} = {^{56}/_{45}} = 1^{11}/_{45}.$$

Man stürzt also den Divisor um und multiplicirt dann Zähler durch Zähler und Nenner durch Nenner.

Anm. Die zuletzt angeführte Berechnung haben wir nur der Vollständigkeit wegen gegeben. Wir wollen sie aber nicht empfohlen haben. Vielmehr räumen wir dem unter a und beziehungsweise auch dem unter b bezeichneten Verfahren den Vorzug ein.

Beispiel 5. Wie oft liegt $^{18}/_{19}$ in $27^3/_4$?

Ansatz und Berechnung:

Die gemischte Zahl wird eingerichtet. Dann heißt es: wie oft liegt $^{18}/_{19}$ in $^{111}/_4$? Das Weitere kann man sich auf zweierlei Weise denken.

$\frac{18}{19}$	$27\frac{3}{4}$	
18	111	
4	19	
	999	
	111	
72	2109	$29\frac{7}{24}$
	144	
	669	
	648	

3) $\frac{21}{72} = \frac{7}{24}$

a) Man bringt den Divisor und den Dividenden auf gleiche Nenner, welches geschieht, wenn man sie gegenseitig durch ihre Nenner erweitert.

b) Man erhebt Divisor und Dividend erst auf das 19fache, indem man die $\frac{18}{19}$ als 18 Ganze betrachtet und zu $\frac{111}{4}$ den Nenner 19 als Faktor setzt; dann auf das 4fache, indem man die $\frac{111}{4}$ als 111 Ganze betrachtet und zu 18 den Nenner 4 als Faktor setzt.

Beispiel 6. Wie viel ist $64\frac{14}{15}$, dividirt durch $14\frac{1}{2}$?

Ansatz und Berechnung:

$14\frac{1}{2}$	$64\frac{14}{15}$	
29	334	
× 15	64	
145	974	
29	× 2	
435	1948	$4\frac{208}{435}$
	1740	
	208	

$14\frac{1}{2} = \frac{29}{2}$; $64\frac{14}{15} = \frac{974}{15}$.

a) Man erweitert die $\frac{29}{2}$ durch den Nenner 15 und die $\frac{974}{15}$ durch den Nenner 2.

b) Man betrachtet $\frac{29}{2}$ als 29 G. und setzt dafür den Nen. 2. auf die Seite des Dividenden; eben so betrachtet man die $\frac{974}{15}$ als 974 Ganze und setzt dafür den Nenner 15 auf die Seite des Divisors.

Aufgaben.

9) $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = 1\frac{1}{8}$.
$\frac{5}{6} : \frac{2}{5} = 2\frac{1}{12}$.
$\frac{11}{12} : \frac{5}{8} = 1\frac{7}{15}$.
$\frac{7}{10} : \frac{13}{15} = \frac{21}{26}$.
$\frac{17}{24} : \frac{31}{36} = \frac{51}{62}$.
$\frac{43}{75} : \frac{57}{100} = 1\frac{1}{171}$.

10) $8\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = 12\frac{3}{4}$.
$12\frac{4}{5} : \frac{3}{4} = 17\frac{1}{15}$.
$3\frac{7}{12} : \frac{2}{5} = 8\frac{23}{24}$.
$15\frac{2}{3} : \frac{7}{8} = 17\frac{19}{21}$.
$2\frac{1}{2} : \frac{5}{12} = 6$.
$4\frac{5}{6} : \frac{17}{18} = 5\frac{2}{17}$.

11) $\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} = \frac{3}{8}$.
$\frac{2}{3} : 2\frac{1}{2} = \frac{4}{15}$.
$\frac{5}{6} : 4\frac{3}{4} = \frac{10}{57}$.
$\frac{14}{15} : 3\frac{1}{5} = \frac{7}{24}$.
$\frac{9}{10} : 8\frac{1}{10} = \frac{1}{9}$.
$\frac{47}{48} : 5\frac{15}{16} = \frac{47}{285}$.

12) $2\frac{2}{3} : 1\frac{1}{2} = 1\frac{7}{9}$.
$20\frac{5}{6} : 5\frac{1}{4} = 3\frac{61}{63}$.
$100\frac{3}{5} : 9\frac{5}{6} = 10\frac{68}{298}$.
$186\frac{2}{3} : 95\frac{4}{7} = 1\frac{1913}{2007}$.
$400\frac{1}{4} : 100\frac{4}{5} = 3\frac{1957}{2016}$.
$48\frac{5}{8} : 37\frac{5}{9} = 1\frac{797}{2704}$.

Benannte Brüche (im S. des Enthſ.) zu dividiren.

Beiſpiel 1. Wie oft ſind $4\frac{5}{6}$ Pfd. in 3 Ctr. $28\frac{3}{4}$ Pfd. enthalten?

Anſatz und Berechnung:

$4\frac{5}{6}$ Pfd.	$328\frac{3}{4}$ Pfd.	
29	1315	
× 4	× 6	
116	7890	$68\frac{1}{58}$
	696	
	930	
	928	
	$\frac{2}{116} = \frac{1}{58}$.	

3 Ctr. $28\frac{3}{4}$ Pfd.
100
$328\frac{3}{4}$ Pfd.

Beiſpiel 2. 3 Pfd. 25 Lth. $3\frac{1}{2}$ Qt., wie viele Pfd.?

Die 3 Pfd. bleiben unverändert. Es iſt alſo nur zu ſuchen, wie viel die 25 Lth. $3\frac{1}{2}$ Qt. in Pfd. betragen. Um das zu finden, muß ich berechnen, wie oft 1 Pfd. in 25 Lth. $3\frac{1}{2}$ Qt. enthalten iſt.

1 Pfd. = 32 Lth.	25 Lth. $3\frac{1}{2}$ Qt.	
4	4	
128 Qt.	$103\frac{1}{2}$ Qt.	
2		
256	207	$\frac{207}{256}$.

1 Pfd. iſt in 25 Lth. $3\frac{1}{2}$ Qt. $\frac{207}{256}$ mal enthalten; alſo ſind 3 Pfd. 25 Loth $3\frac{1}{2}$ Qt. = $3\frac{207}{256}$ Pfd.

Aufgaben.

Mündlich (zum Theil) und ſchriftlich.

1) $\frac{5}{12}$ Pfd. in 10 Pfd. = 24.
$\frac{2}{3}$ fl. in $4\frac{1}{3}$ fl. = $6\frac{1}{2}$.
$2\frac{1}{4}$ Ctr. in $18\frac{3}{4}$ Ctr. = $8\frac{1}{3}$.
$12\frac{2}{5}$ Ell. in 100 Ell. = $8\frac{2}{31}$.
4 Eim. in $35\frac{3}{8}$ Eim. = $8\frac{27}{32}$.

2) $\frac{1}{2}$ Ctr. in $3\frac{3}{4}$ Ctr. = $7\frac{1}{2}$.
$\frac{3}{4}$ Ell. in $25\frac{5}{8}$ Ell. = $34\frac{1}{6}$.
$\frac{5}{6}$ fl. in $20\frac{2}{3}$ fl. = $24\frac{4}{5}$.
$1\frac{2}{3}$ Ms. in $15\frac{1}{2}$ Ms. = $9\frac{3}{10}$.
$3\frac{1}{5}$ Thl. i. $108\frac{1}{4}$ Thl. = $33\frac{53}{64}$.

3) $\frac{3}{4}$ Mtz. in 5 Schff. $4\frac{1}{2}$ Mtz. = 46.
$\frac{7}{8}$ Pfd. in 2 Ctr. $25\frac{3}{4}$ Pfd. = 258.
$2\frac{11}{12}$ Loth in 8 Pfd. $24\frac{1}{4}$ Loth = $96\frac{3}{35}$.
$4\frac{5}{6}$ Bch. in 5 Rs. $12\frac{7}{8}$ Bch. = $23\frac{41}{116}$.

4) 3 fl. $35\frac{1}{2}$ kr. in 38 fl. $48\frac{3}{4}$ kr. = $10\frac{695}{862}$.
9 Pfd. $24\frac{2}{3}$ Lth. in 50 Pfd. $20\frac{4}{5}$ Lth. = $5\frac{431}{2345}$.
12 Schff. $5\frac{7}{8}$ Mtz. in 100 Schff. $3\frac{1}{3}$ Mtz. = $7\frac{1397}{1369}$.
8 Rth. 7 Fß. $6\frac{5}{6}$ Zll. in 120 Rth. 8 Fß. = $13\frac{7315}{7457}$.

Regeldetri-Aufgaben.

Mündlich und schriftlich.

1) Wie viele 24er (= $^2/_5$ fl.) gehören zu 100 fl.? (250.)
2) Wie oft ist 1 prß. Thlr. (= $1^3/_4$ fl.) in 100 fl. enth.? ($57^1/_7$.)
3) Wie viele bayr. Thlr. à $2^2/_5$ fl. = 1200 fl.? (500.)
4) 10000 fl., wie viele Kronenthlr. à $2^7/_{10}$ fl.? ($3703^{19}/_{27}$.)
5) A schuldet Jemandem $285^3/_5$ fl.; wie viele Dukaten à $5^3/_5$ fl. hat er zur Bezahlung derselben nöthig? (51 Duk.)
6) B kauft ein Haus um 12462 fl. unter der Bedingung, jährlich 778 fl. $52^1/_2$ kr. an dem Kaufschilling bezahlen zu dürfen. Nach wie vielen Jahren ist seine Schuld getilgt? (Nach 16 J.)
7) Wie viele Hemden lassen sich aus $97^1/_2$ Ellen Leinwand machen, wenn zu jedem derselben $3^3/_4$ Ellen erforderlich sind? (26.)
8) Ein Kaufmann hat $125^1/_2$ Pfd. Gewürz vorräthig. Täglich gehen etwa 2 Pfd. $23^1/_2$ Lth. ab. Wie lange reicht er aus? Antwort: $45^{157}/_{175}$ Tg.
9) Ein Wohlthäter vertheilt 6 Schff. 4 Mtz. Kartoffel an arme Familien, deren jede 3 Mtz. $5^1/_3$ Ms. erhält; wie viele Familien sind dabei bedacht? Antw.: 12 Familien.
10) Wer eine jährliche Rente von $872^5/_6$ fl. genießt und von derselben schon $7855^1/_2$ fl. bezogen hat, wie lange hat er dieselbe bereits erhalten? Antwort: 9 Jahre.
11) Eine Frau bezahlte für ein Stück Tuch 36 fl.; wie viele Ellen waren es, da eine Elle $18^3/_4$ kr. kostete? Antw.: $115^1/_5$ Elle.

B. Theilen.

Der Divisor ist hier immer eine ganze Zahl. Und wenn es heißt: $^1/_4$ von $^{23}/_{24}$ =? so ist zu lesen: wie viel beträgt der 4. Theil von $^{23}/_{24}$?

a) Mündlich.

Beispiel 1. Wie viel beträgt der 4te Theil von 3?

Aufl. Der 4te Theil von 1 = $^1/_4$; der vierte Theil von 3 oder 3 mal 1 also ist 3 mal $^1/_4$ = $^3/_4$.

Beispiel 2. Suche den 4ten Theil von 7 auf zweierlei Weise!

Aufl. Der 4te Theil von 1 = $^1/_4$; also ist der 4te Theil von 7 oder 7 mal 1 = 7 mal $^1/_4$ oder $^7/_4$; $^7/_4$ aber = $1^3/_4$.

Oder: 7 = 4 + 3. Der 4te Theil von 4 + 3 = 1 + $^3/_4$.

Beispiel 3. Suche eben so den 4ten Theil von $^7/_8$!

Aufl. Ich suche zuerst den 4ten Theil von $^1/_8$; $^1/_8$ in 4 gleiche Theile ge-

theilt = $^4/_{32}$; der 4te Theil von $^1/_8$ oder $^4/_{32}$ = $^1/_{32}$; also ist der 4te Theil von $^7/_8$ = $^7/_{32}$.

Oder: $^7/_8 = {^4/_8} + {^3/_8}$; der 4te Theil von $^4/_8 = {^1/_8}$; der 4te Theil von $^3/_8$ aber = $^3/_{32}$. Also ist der 4te Theil von $^7/_8 = {^1/_8} + {^3/_{32}}$; $^1/_8 = {^4/_{32}}$; $^4/_{32} + {^3/_{32}} = {^7/_{32}}$.

Welche Berechnungsweise ist die bessere? (Die erste)

Beispiel 4. Suche auf dieselbe Weise den 4ten Theil von $^8/_9$!

Aufl. Der 4te Theil von $^1/_9 = {^1/_{36}}$, von $^8/_9 = {^8/_{36}} = {^2/_9}$.

Oder: $^8/_9$ = 4mal $^2/_9$; also ist der 4te Theil von $^8/_9 = {^2/_9}$.

Welche Berechnungsweise ist hier die bessere? (Die zweite.) Warum? —

Darum machen wir es uns zur Regel: Geht der Theiler in dem Zähler des Bruches auf, dann lassen wir die einzelnen Theile, wie sie sind, und theilen bloß die Anzahl der gegebenen Theile, d. i. wir theilen bloß den Zähler und lassen den Nenner unverändert. Geht der Theiler in dem Zähler des Bruches nicht auf, dann nehmen wir uns von jedem einzelnen der gegebenen Theile den verlangten Theil, wobei der Zähler unverändert bleibt, der Nenner aber so vielmal so groß wird, als der Theiler sagt.

1) Suche die Hälfte von $^1/_3$! $^2/_3$! — $^1/_5$! $^2/_5$! $^3/_5$! $^4/_5$! rc.
2) Wie suchst du den 3ten Theil von $^1/_4$? $^3/_4$? $^2/_7$? $^3/_7$? rc.
3) Suche den 4ten Theil der Brüche von $^1/_{13}$ bis $^{12}/_{13}$!
4) Durch welche Zahlen läßt der Bruch $^{24}/_{25}$ sich theilen, ohne daß die einzelnen Theile selbst wieder zu zerlegen sind?
5) Suche von $^8/_9$ die Hälfte! $^1/_3$! $^1/_4$! $^1/_5$! $^1/_6$! $^1/_7$! $^1/_8$! rc.

Beispiel 5. Wie viel beträgt der 5te Theil von $3^3/_4$?

Aufl. Der 5te Theil von $3 + {^3/_4}$ ist kein Ganzes. Ich verwandle daher $3^3/_4$ in lauter 4tel. $3^3/_4 = {^{15}/_4}$. Der 5te Theil von $^{15}/_4 = {^3/_4}$. Also ist de 5te Theil von $3^3/_4 = {^3/_4}$.

Beispiel 6. $27^3/_5$ durch 8 getheilt, wie viel?

Aufl. Auf den 8. Theil von $27^3/_5$ kommen Ganze. Diese ziehe ich zuerst heraus. $27^3/_5 = 24 + 3^3/_5$. Der 8te Theil von 24 = 3; $3^3/_5 = {^{18}/_5}$; der 8te Theil von $^{18}/_5 = {^{18}/_{40}}$ oder $^9/_{20}$. Also ist $27^3/_5$ durch 8 getheilt = $3^9/_{20}$.

Oder: $27^3/_5 = {^{138}/_5}$; der 8te Theil von $^1/_5 = {^1/_{40}}$, von $^{138}/_5 = {^{138}/_{40}} = {^{120}/_{40}} + {^{18}/_{40}} = 3^9/_{20}$.

Aufgaben.

$^1/_3$ von $2^1/_2$ =?	$^1/_2$ von $14^6/_7$ =?	$^1/_6$ von $75^2/_3$ =?
$^1/_5$ von $3^3/_4$ =?	$^1/_4$ von $14^6/_7$ =?	$^1/_{10}$ von $124^3/_4$ =?
$^1/_8$ von $7^1/_3$ =?	$^1/_5$ von $14^6/_7$ =?	$^1/_7$ von $81^1/_5$ =?
$^1/_3$ von $4^4/_5$ =?	$^1/_9$ von $14^6/_7$ =?	$^1/_8$ von $101^1/_2$ =?

b) Schriftlich:

Beispiel 1. $^{16}/_{19}$ getheilt durch 4, wie viel?

Da der Theiler 4 in dem Zähler 16 aufgeht, so theilen wir bloß diesen, und lassen den Nenner unverändert. Also ist

$$\frac{16}{19} : 4 = \frac{16 : 4}{19} = \frac{4}{19}. \quad \text{Oder: } 4 \left| \frac{16}{19} = \frac{4}{19}. \right.$$

Beispiel 2. Wie viel beträgt $^{1}/_{4}$ von $^{13}/_{15}$?

a) Um $^{1}/_{4}$ von $^{13}/_{15}$ zu erhalten, so muß ich $^{13}/_{15}$ durch 4 theilen. Der Zähler 13 geht durch 4 nicht auf. Ich denke mir daher jedes 15tel in 4 Theile getheilt und von jedem der ursprünglichen $^{13}/_{15}$ einen Theil genommen. Der Zähler bleibt sich also gleich; der Nenner aber wird 4 mal so groß. Also ist

$$^{13}/_{15} : 4 = \frac{13}{15 \times 4} = \frac{13}{60}.$$

b)
$$\begin{array}{r|l} 4 & 13 \\ 15 & 15 \\ \hline 60 & 13 = {}^{13}/_{60} \end{array}$$

Ich betrachte $^{13}/_{15}$ als 13 Ganze. Dadurch wird der Dividend 15 mal so groß. Um gleichwohl das richtige Ergebniß zu erhalten, so mache ich auch den Theiler 15 mal so groß. Anstatt mit 4 in $^{13}/_{15}$ theile ich nun mit dem 15fachen von 4 in das 15fache von $^{13}/_{15}$, d. i. mit 60 in 13, wodurch sich $^{13}/_{60}$ ergibt.

Aufgaben:

1) $^{1}/_{4}$ von $^{12}/_{13} = {}^{3}/_{13}$.
$^{1}/_{7}$ von $^{35}/_{36} = {}^{5}/_{36}$.
$^{1}/_{5}$ von $^{80}/_{87} = {}^{16}/_{87}$.
$^{1}/_{8}$ von $^{104}/_{125} = {}^{13}/_{125}$.
$^{1}/_{3}$ von $^{276}/_{327} = {}^{92}/_{327}$.
$^{1}/_{6}$ von $^{756}/_{831} = {}^{42}/_{277}$.

2) $^{1}/_{2}$ von $^{13}/_{18} = {}^{13}/_{36}$.
$^{1}/_{7}$ von $^{12}/_{35} = {}^{12}/_{175}$.
$^{1}/_{4}$ von $^{15}/_{16} = {}^{15}/_{64}$.
$^{1}/_{9}$ von $^{24}/_{35} = {}^{8}/_{105}$.
$^{1}/_{12}$ von $^{47}/_{53} = {}^{47}/_{636}$.
$^{1}/_{25}$ von $^{78}/_{127} = {}^{78}/_{3175}$.

Beispiel 3. Wie viel beträgt $^{1}/_{7}$ von $5^{6}/_{11}$?

Ansatz und Ausrechnung:

a)
$$\frac{\frac{5^{6}/_{11}}{61}}{11 \times 7} = \frac{61}{77}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} 7 & 5^{6}/_{11} \\ 11 & \\ \hline 77 & 61 = {}^{61}/_{77}. \end{array}$$

Beispiel 4. Wie groß ist der 12te Theil von $357\frac{5}{6}$?

Ansatz und Ausrechnung:

a) $12 \mid 357\frac{5}{6} \mid 29\frac{59}{72}$.

$$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 117 \\ 108 \\ \hline 9\frac{5}{6} \\ \hline 59 \end{array}$$

$$\frac{59}{6 \times 12} = \frac{59}{72}$$

b) $12 \mid 357\frac{5}{6}$

$6 \mid$

$72 \mid 2147 \mid 29\frac{59}{72}$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \hline 707 \\ 648 \\ \hline 59 \\ \hline 72 \end{array}$$

Aufgaben.

3) $\frac{1}{5}$ von $3\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.
$\frac{1}{8}$ von $7\frac{5}{6} = \frac{47}{48}$.
$\frac{1}{13}$ von $12\frac{3}{16} = \frac{15}{16}$.
$\frac{1}{18}$ von $15\frac{2}{3} = \frac{47}{54}$.
$\frac{1}{27}$ von $21\frac{3}{5} = \frac{4}{5}$.
$\frac{1}{36}$ von $32\frac{1}{2} = \frac{65}{72}$.

4) $\frac{1}{2}$ von $23\frac{1}{2} = 11\frac{3}{4}$.
$\frac{1}{4}$ von $45\frac{7}{8} = 11\frac{15}{32}$.
$\frac{1}{9}$ von $60\frac{3}{7} = 6\frac{5}{7}$.
$\frac{1}{15}$ von $84\frac{7}{9} = 5\frac{88}{135}$.
$\frac{1}{42}$ von $372\frac{2}{3} = 8\frac{55}{63}$.
$\frac{1}{64}$ von $750\frac{3}{4} = 11\frac{187}{256}$.

Benannte Brüche zu theilen.

Beispiel. Wie groß ist $\frac{1}{12}$ von 175 fl. $28\frac{1}{2}$ kr.?

Mündlich. 175 fl. $28\frac{1}{2}$ kr. = 120 fl. + 55 fl. $28\frac{1}{2}$ kr.; 55 fl. $28\frac{1}{2}$ kr. = 48 fl. + 7 fl. $28\frac{1}{2}$ kr.; der 12. Theil von 120 fl. = 10 fl.; der 12. Theil von 48 fl. = 4 fl.; 10 fl. + 4 fl. = 14 fl.; 7 fl. $28\frac{1}{2}$ kr. = 7 fl. 24 kr. + $4\frac{1}{2}$ kr.; der 12 Theil von 7 fl. 24 kr. = 35 + 2 oder 37 kr.; zusammen 14 fl. 37 kr.; $4\frac{1}{2}$ kr. = $\frac{9}{2}$ kr.; der 12. Theil von $\frac{9}{2}$ kr. = $\frac{9}{24}$ oder $\frac{3}{8}$ kr. Also ist $\frac{1}{12}$ von 175 fl. $28\frac{1}{2}$ kr. = 14 fl. $37\frac{3}{8}$ kr.

Schriftlich.

a) $12 \mid 175$ fl. $\qquad 28\frac{1}{2}$ kr. $\mid 14$ fl.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 55 \\ 48 \\ \hline 7 \\ 60 \\ \hline 420 \text{ kr.} \end{array}$$

$12 \mid 448\frac{1}{2}$ kr. $\mid 37\frac{3}{8}$ kr.

$$\begin{array}{r} 420 \\ \hline 448\frac{1}{2} \text{ kr.} \\ 36 \\ \hline 88 \\ 84 \\ \hline 4\frac{1}{2} \text{ kr.} \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\frac{9}{2 \times 12} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

Der 12. Theil von 175 fl. = 14 fl., Rest 7 fl.; 7 fl. = 420 kr.; 420 + $28\frac{1}{2}$ kr. = $448\frac{1}{2}$ kr.; der 12. Theil von $448\frac{1}{2}$ kr. = 37 kr., Rest $4\frac{1}{2}$ kr.; $4\frac{1}{2}$ kr. = $\frac{9}{2}$ kr.; der 12. Theil von $\frac{9}{2}$ kr. = $\frac{9}{24}$ = $\frac{3}{8}$ kr.; also ist der 12. Theil von 175 fl. $28\frac{1}{2}$ kr. = 14 fl. $37\frac{3}{8}$ kr.

b)	175 fl. $28\frac{1}{2}$ fr.	
	60	
12	$10518\frac{1}{2}$ fr.	
2		
24	21057	$877\frac{3}{8}$ fr. = 14 fl. $37\frac{3}{8}$ fr.

175 fl. $28\frac{1}{2}$ fr. = $10528\frac{1}{2}$ fr. Um den Bruch zu beseitigen, richtet man diese Zahl ein, betrachtet die $^{21057}/_{2}$ fr. als eben so viele ganze Kreuzer und vervielfacht dafür den Theiler 12 durch 2. Es wird dann also mit dem Zweifachen des gegebenen Divisors in das Zweifache des gegebenen Dividenden getheilt.

Aufgaben.

5) $^{1}/_{2}$ von $^{7}/_{8}$ fl. = $^{7}/_{16}$ fl.
$^{1}/_{5}$ von $^{9}/_{12}$ Ctr. = $^{3}/_{20}$ Ctr.
$^{1}/_{8}$ von $^{24}/_{25}$ Pfd. = $^{3}/_{25}$ Pfd.
$^{1}/_{4}$ von $^{27}/_{32}$ Eim. = $^{27}/_{128}$ Eim.

6) $^{1}/_{3}$ von $13\frac{1}{4}$ fl. = $4\frac{5}{12}$ fl.
$^{1}/_{6}$ von $25\frac{1}{2}$ Thlr. = $4\frac{1}{4}$ Thlr.
$^{1}/_{9}$ von $88\frac{2}{3}$ Ell. = $9\frac{23}{27}$ Ell.
$^{1}/_{7}$ von $271\frac{3}{5}$ Schff. = $38\frac{4}{5}$ Schff.

7) $^{1}/_{12}$ von 728 fl. $35\frac{1}{2}$ fr. = 60 fl. $42\frac{23}{24}$ fr.
$^{1}/_{8}$ von 1275 fl. $48\frac{3}{4}$ fr. = 159 fl. $28\frac{19}{32}$ fr.
$^{1}/_{21}$ von 4862 fl. $52\frac{1}{3}$ fr. = 231 fl. $33\frac{58}{63}$ fr.
$^{1}/_{45}$ von 8765 fl. $24\frac{3}{8}$ fr. = 194 fl. $47\frac{5}{24}$ fr.

Regeldetri-Aufgaben.

Mündlich und schriftlich.

1) Für 5 Groschen $^{7}/_{8}$ Loth, wie viel für 1 Groschen?

Mündlich. Für 1. Gr. erhalte ich den 5. Theil von dem, was ich für 5 Gr. bekomme, d. i. den 5. Theil von $^{7}/_{8}$ Loth. Der 5. Theil von $^{7}/_{8}$ = $^{7}/_{40}$ Loth. Also erhalte ich für 1 Gr. $^{7}/_{40}$ Lth. (= $^{7}/_{10}$ Qt.)

Als Probe: Für 1 Gr. erhalte ich $^{7}/_{40}$ Lth., wie v. für 5 Gr.? Für 5 Gr. erhalte ich das 5fache von dem, was ich für 1 Gr. bekomme, nämlich 5 mal $^{7}/_{40}$ Loth; 5 mal $^{7}/_{40}$ Loth = $^{35}/_{40}$ oder $^{7}/_{8}$ Loth.

Schriftlich.

a) $^{7}/_{8}$ Lth. : 5 = $\frac{7}{8 \times 5} = \frac{7}{40}$ Lth.

b) 5	$\frac{7}{8}$ Lth.
8	
40	7 = $^{7}/_{40}$ Lth.

Probe: a) $^{7}/_{40}$ Lth. × 5 = $\frac{7 \times \cancel{5}}{\cancel{40}_{8}} = \frac{7}{8}$ Lth.

b) 40	$\frac{7}{\cancel{40}}$ Lth.
	$\cancel{5}$
8	7 = $^{7}/_{8}$ Lth.

Anm. Man kann auch eine gewisse Anzahl der Aufgaben zuerst nur mündlich berechnen lassen, und dann die schriftliche Berechnung derselben als Selbstbeschäftigung aufgeben.

2) Ein Pfd. zu $37\frac{1}{2}$ kr., wie hoch kommt 1 Loth? ($1\frac{11}{64}$ kr.)

3) In 7 Wochen braucht man $\frac{3}{5}$ Ctr., wie viel in 1 Woche? Antwort: 8 Pfd. 18 Lth. $1\frac{1}{7}$ Qt.?

4) Acht theilen $\frac{7}{10}$ Eimer Wein unter sich. Wie viel kommt auf Einen? Antwort: $5\frac{3}{5}$ Ms.?

5) Der Centner zu $16\frac{1}{4}$ fl.; wie theuer ist 1 Pfd. ($9\frac{3}{4}$ kr.)

Mündlich. 1 Pfd. kostet den 100. Theil von $16\frac{1}{4}$ fl.. Wie finde ich den?

a) $16\frac{1}{4}$ fl. $= \frac{65}{4}$ fl.; der 100. Theil von $\frac{65}{4}$ fl. $= \frac{65}{400} = \frac{13}{80}$ fl.; $\frac{1}{80}$ fl. $= \frac{60}{80}$ oder $\frac{3}{4}$ kr.; also sind $\frac{13}{80}$ fl. $=$ 13 mal $\frac{3}{4}$ kr. $= \frac{39}{4}$ kr. $=$ 9 kr. 3 pf.

b) Ich zerlege die zu theilende Größe (hier $16\frac{1}{4}$ fl.) in solche Posten, welche bequem zu theilen sind. $16\frac{1}{4}$ fl. $= 10 + 5 + 1\frac{1}{4}$ fl.; $\frac{1}{100}$ von 10 fl. $=$ 6 kr.; $\frac{1}{100}$ von 5 fl. $=$ 3 kr.; $6 + 3 = 9$ kr.; $1\frac{1}{4}$ fl. $=$ 75 kr.; $\frac{1}{100}$ von 75 kr. $= \frac{3}{4}$ kr.; zusammen $9\frac{3}{4}$ kr.

c) Ich zerlege den Theiler in seine Faktoren und theile durch diese nacheinander. $100 = 10 \times 10 = 5 \times 20 = 5 \times 5 \times 4$ 2c. Am besten ist es, zuerst durch den Faktor zu theilen, welcher in der zu theilenden Größe aufgeht. Ich suche daher von $16\frac{1}{4}$ fl. zuerst den 5. Theil und aus dem 5. Theil den 20sten. $16\frac{1}{4}$ fl. $= 15 + 1\frac{1}{4}$ fl.; der 5. Theil von $15 + 1\frac{1}{4}$ fl. $= 3\frac{1}{4}$ fl., und der 20. Theil von $3\frac{1}{4}$ fl. (oder 3 fl. 15 kr.) $= 9\frac{3}{4}$ kr.

6) Ein Stein Wolle (= 22 Pfd.) für $12\frac{3}{4}$ Thlr.; wie hoch kommt 1 Pfd.? Antwort: 17 Gr. $4\frac{7}{11}$ Pf.

7) 1 Pfd. 13 Lth. kosten $30\frac{1}{2}$ fl.; wie theuer ist 1 Loth? Antwort: 40 kr. $2\frac{2}{3}$ pf.

8) $3\frac{3}{4}$ Loth zu $54\frac{3}{4}$ kr.; wie hoch kommt $\frac{1}{4}$ Loth? ($3\frac{13}{20}$ kr.)
$3\frac{3}{4}$ Lth. $= \frac{15}{4}$ Lth.; also kostet $\frac{1}{4}$ Loth den 15. Th. von $54\frac{3}{4}$ kr.

9) In $1\frac{1}{7}$ Woche braucht Jemand 58 fl. $36\frac{3}{4}$ kr.; wie viel in $\frac{1}{7}$ Woche? Antwort: 5 fl. 51 kr. $2\frac{7}{10}$ pf.?

10) 48 Ellen werden mit 136 fl. $32\frac{1}{2}$ kr. bezahlt. Wie hoch kommen 4 Ellen zu stehen? Antwort: 11 fl. 22 kr. $2\frac{5}{6}$ pf.

11) Was kostet $\frac{1}{6}$ Schff., wenn $\frac{5}{6}$ Schff. 8 fl. $3\frac{2}{3}$ kr. kosten? Antwort: 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{15}$ pf.

12) In $\frac{3}{4}$ Jahren braucht man 4 Pfd. $30\frac{5}{8}$ Lth. Gewürz, wie viel in $\frac{1}{4}$ Jahre? Antwort: 1 Pfd. 20 Lth. $3\frac{1}{2}$ Qt.

13) Für $\frac{4}{5}$ Thlr. kaufe ich $15\frac{5}{6}$ Bch. Papier, wie viel für $\frac{1}{5}$ Thlr.? Antwort: 3 Bch. 23 Bg.

14) 1 Schff. Korn zu $20^7/_{10}$ fl.; wie hoch kommt $^1/_4$ Mtz.?

Man schließt von 1 Schff. auf 1 Mtz. und von 1 Mtz. auf $^1/_4$ Mtz. — 1 Schff. = $20^7/_{10}$ fl.; 1 Mtz. = $3^9/_{20}$ fl.; $^1/_4$ Mtz. = $51^3/_4$ kr.

Oder: 1 Schff. = 6 Mtz. = $^{24}/_4$ Mtz.; diese kosten $20^7/_{10}$ fl.; also kostet $^1/_4$ Mtz. den 24. Theil von $20^7/_{10}$ fl.

15) 1 Pfd. 16 Lth. erhalte ich für $14^{11}/_{12}$ fl.; wie hoch kommen 6 Lth.?

1 Pfd. 16 Lth. = 48 Lth.; 6 Lth. sind der 8. Theil von 48 Lth., also kosten sie auch den 8. Theil von $14^{11}/_{12}$ fl. = 1 fl. 51 kr. $3^1/_2$ pf.

16) 5 Pfd. werden mit 172 fl. $52^1/_2$ kr. bezahlt; wie viel kostet 1 Lth.? Antwort: 1 fl. $4^{53}/_{64}$ kr.

a) 5 Pfd. = 172 fl. $52^1/_2$ kr.; 1 Pfd. = 34 fl. $34^1/_2$ kr.; 1 Loth = 1 fl. $4^{53}/_{64}$ kr.

b) 5 Pfd. = 160 Lth.; 160 Lth. zu 172 fl. $52^1/_2$ kr.; 1 Loth = 1 fl. $4^{53}/_{64}$ kr.

17) Ein Oekonom drischt von 4 verschiedenen Aeckern je einen Schober Korn und bekommt 1 Schff. $3^3/_4$ Mtz., $5^7/_8$ Mtz., 1 Schff. $1^2/_3$ Mtz. und 1 Schff. $^1/_2$ Mtz. Wie viel erhält er durchschnittlich von dem Schober? Antw.: 1 Schff. $1^{43}/_{96}$ Mtz.

Man denkt sich die Ergebnisse der 4 Schober zuerst vereinigt und dann wieder in 4 gleiche Theile getheilt. Man addirt also die 4 Posten und sucht von der Summe den 4. Theil.

18) A kauft 4 Eimer Wein um $35^4/_5$ fl., 3 Eimer um $29^5/_6$ fl., 5 Eimer um $43^3/_4$ fl. und 7 Eimer um $61^5/_6$ fl. Wie viel beträgt der Mittelpreis des Eimers?

Hier ist eine doppelte Auffassungsweise möglich. a) Man denkt sich die 4 gegebenen Posten Wein und ihre gegebenen Werthe in eine Summe vereinigt und den Gesammtwerth wieder auf die Anzahl aller gegebenen Eimer gleichmäßig vertheilt. b) Man denkt sich von jedem der 4 gegebenen Posten nur 1 Eimer mit seinem entsprechenden Werthe in eine Summe vereinigt und den Gesammtwerth der 4 Eimer auf diese wieder gleichheitlich vertheilt.

a) 4	Eimer	=	$35^4/_5$ fl.	b) 1	Eimer	=	$8^{19}/_{20}$ fl.
3	"	=	$29^5/_6$ fl.	1	"	=	$9^{17}/_{18}$ fl.
5	"	=	$43^3/_4$ fl.	1	"	=	$8^3/_4$ fl.
7	"	=	$61^5/_6$ fl.	1	"	=	$8^5/_6$ fl.
19	"	=	$171^{13}/_{60}$ fl.	4	"	=	$36^{43}/_{90}$ fl.
1	"	=	9 fl. $2^{14}/_{19}$ pf.	1	"	=	9 fl. $7^1/_6$ kr.

Aufgaben aus der (sogenannten) Multiplikations = Divisions = Regeldetri mit Brüchen.

(Multipliciren und Dividiren; Enthaltensein und Theilen.)

Vorbemerkung. Durch allseitige Anschauung und Beurtheilung der Aufgaben das Bewußtsein des Schülers zu bilden, und die verschiedenen Rechnungsarten — bisher behufs besonderer Einübung scharf von einander getrennt — nun vereinigt in Anwendung zu bringen, das ist hier Zweck und Ziel. Man merke sich, daß eine einzige Aufgabe, mit Verstand aufgelöst, viel mehr Werth hat, als zehn andere, mechanisch nacheinander gerechnet. Wie solches geschehen könne, wollen wir ausführlich an einem Beispiel zeigen.

1) In 3 Tagen verdient A $2\frac{1}{5}$ fl., wie viel in 8 Tg.?

Auflösung I.

Mündlich. Ich soll berechnen, wie viel A in 8 Tagen verdient. Die Aufgabe sagt mir, wie viel er in 3 erhält. Wie schließe ich nun von 3 Tagen auf 8? Antwort: Ich schließe von 3 Tg. auf 1 Tg. und von 1 Tag auf 8 Tage. — Verdient A in 3 Tg. $2\frac{1}{5}$ fl., so macht das auf 1 Tg. den 3. Theil von $2\frac{1}{5}$ fl.

a) $2\frac{1}{5}$ fl. = $\frac{11}{5}$ fl.; der 3. Theil von $\frac{11}{5}$ fl. = $\frac{11}{15}$ fl. So viel kommt auf 1 Tag. Also verdient A in 8 Tagen 8mal $\frac{11}{15}$ fl.; 8mal $\frac{11}{15}$ fl. = $\frac{88}{15}$ fl. = $\frac{75}{15} + \frac{13}{15}$ fl. = 5 fl. 52 kr.

b) $2\frac{1}{5}$ fl. = 2 fl. 12 kr.; der 3. Theil von 2 fl. 12 kr. = 40 + 4 oder 44 kr. Verdient A in 1 Tag 44 kr.; so thut das auf 8 Tage 8mal 44 kr. = 8mal $\frac{3}{4}$ fl. — 8mal 1 kr. = 6 fl. — 8 kr. = 5 fl. 52 kr.

Schriftlich. In 3 Tg. = $2\frac{1}{5}$ fl.
„ 1 Tg. = $2\frac{1}{5}$ fl. : 3 = $\frac{11}{15}$ fl.
„ 8 Tg. = $\frac{11}{15}$ fl. × 8 = 5 fl. 52 kr.

Anm. Die hier nur angezeigte Division und Multiplikation wird von den Schülern besonders, d. i. durch eine Nebenrechnung ausgeführt.

Auflösung II.

Mündlich. In 3 Tagen verdient A $2\frac{1}{5}$ fl. So oftmal 3 Tage lang A arbeitet, so vielmal $2\frac{1}{5}$ fl. erhält derselbe. In 8 Tagen wird er also so vielmal $2\frac{1}{5}$ fl. verdienen, als 3 Tage in 8 Tagen enthalten sind. 3 Tage sind in 8 Tagen $2\frac{2}{3}$ mal enthalten. A arbeitet also $2\frac{2}{3}$ mal 3 Tage lang. Folglich verdient er auch $2\frac{2}{3}$ mal $2\frac{1}{5}$ fl.

$2\frac{2}{3}$ mal $2\frac{1}{5}$ fl. = 2mal $2\frac{1}{5}$ fl. + $\frac{2}{3}$ mal $2\frac{1}{5}$ fl.
2mal $2\frac{1}{5}$ fl. = $4\frac{2}{5}$ fl.;
$\frac{2}{3}$ mal $2\frac{1}{5}$ fl. = $1\frac{7}{15}$ fl.; $4\frac{2}{5}$ fl. + $1\frac{7}{15}$ fl. = $5\frac{13}{15}$ fl.

Schriftlich. 3 | 8 | $2\frac{2}{3}$ — $2\frac{1}{5}$ fl. × $2\frac{2}{3}$
6 — $\frac{11}{5}$ fl. × $\frac{8}{3}$ = $\frac{88}{15}$ = $5\frac{13}{15}$ fl.
2

2) In 4 Tg. pflügt ein Bauer $5\frac{2}{3}$ Mrg., wie viel in 15 Tg.?
Antwort: $21\frac{1}{4}$ Mrg.

3) Für 7 Thlr. kauft man $3\frac{1}{2}$ Pfd., wie viel für 5 Thlr.?
Antwort: $2\frac{1}{2}$ Pfd.

4) 8 gleichgroße Fässer halten $25\frac{3}{4}$ Eimer, wie viel 3 dergleichen?
Antwort: 9 Eim. 42 Ms.

5) 8 Pfd. kosten $3\frac{1}{2}$ fl., wie theuer sind 20 Pfd.? ($8\frac{3}{4}$ fl.)

I. Man schließt von 8 Pfd. auf 1 Pfd. und von 1 Pfd. auf 20 Pfd.
von 8 Pfd. auf 2 Pfd. und von 2 Pfd. auf 20 Pfd.
von 8 Pfd. auf 4 Pfd. und von 4 Pfd. auf 20 Pfd.
von 8 Pfd. auf 40 Pfd. und von 40 Pfd. auf 20 Pfd. 2c.

II. So oftmal 8 Pfd., so vielmal $3\frac{1}{2}$ fl. 2c.

6) 15 Ellen zu 27 fl. $45\frac{3}{4}$ kr.; wie hoch kommen 25 Ellen?
Antwort: 46 fl. $16\frac{1}{4}$ kr.

7) 75 Stück zu $172\frac{3}{8}$ fl.; wie viel kosten 50 St.? ($114\frac{11}{12}$ fl.)

8) Für 420 Thlr. erhalte ich $54\frac{2}{3}$ Eim., wie viel für 280 Thlr.?
Antwort: $36\frac{4}{9}$ Eimer.

9) $\frac{2}{5}$ Ctr. kommen auf $7\frac{1}{3}$ fl.; wie theuer sind $2\frac{4}{5}$ Ctr.?

I. Man schließt von $\frac{2}{5}$ Ctr. auf $\frac{1}{5}$ Ctr. und dann auf $2\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$ Ctr.

II. So vielmal $\frac{2}{5}$ Ctr., so vielmal $7\frac{1}{3}$ fl. — ($51\frac{1}{3}$ fl.)

10) $\frac{5}{8}$ Pfd. zu $37\frac{1}{2}$ kr.; wie hoch kommen $9\frac{3}{8}$ Pfd. ($9\frac{3}{8}$ fl.)

11) Für $3\frac{3}{4}$ Thlr. erhalte ich $28\frac{1}{8}$ Elle, wie viel für $\frac{3}{4}$ Thlr.?

I. Man schließt von $3\frac{3}{4}$ ($=\frac{15}{4}$) Thlr. auf $\frac{1}{4}$ Thlr. und dann auf $\frac{3}{4}$ Thlr.

II. So vielmal $3\frac{3}{4}$ Thlr., so vielmal $28\frac{1}{8}$ Ell. — ($5\frac{5}{8}$ Ellen.)

12) In $15\frac{3}{5}$ Tg. legt A $90\frac{1}{2}$ Meile zurück; wie weit ist er in $2\frac{3}{5}$ Tg. gekommen? Antw.: $15\frac{1}{12}$ M.

Auflösung:

I. In $15\frac{3}{5}$ oder $\frac{78}{5}$ Tg. $= 90\frac{1}{2}$ Meile;
in $\frac{1}{5}$ Tg. $= 90\frac{1}{2}$ M. : $78 = 2\frac{25}{156}$ M.;
in $2\frac{3}{5}$ oder $\frac{13}{5}$ Tg. $= 1\frac{25}{136}$ M. $\times\ 13 = 15\frac{1}{12}$ M.

II. So vielmal $15\frac{3}{5}$ Tg., so vielmal $90\frac{1}{2}$ Meile.

$$\frac{15\frac{3}{5} \mid 2\frac{3}{5}}{78 \mid 13} \Bigg| \ \frac{13}{78} = \frac{1}{6}. \quad \frac{90\frac{1}{2}\text{ M.} \times \frac{1}{6}}{\frac{181}{2}\text{ M.} \times \frac{1}{6} = \frac{181}{12} = 15\frac{1}{2}\text{ M.}}$$

$15\frac{3}{5}$ Tg. sind in $2\frac{3}{5}$ Tg. nur $\frac{1}{6}$mal enthalten. $2\frac{3}{5}$ Tg. sind also nur $\frac{1}{6}$mal $15\frac{3}{5}$ Tg. Folglich ist A in $2\frac{3}{5}$ Tg. auch nur $\frac{1}{6}$mal $90\frac{1}{2}$ M. weit gekommen. $\frac{1}{6}$mal $90\frac{1}{2}$ M. $= 15\frac{1}{12}$ M.

13) $^3/_4$ Ellen zu $13^1/_2$ kr., wie viel kosten 8 Ellen? ($2^2/_5$ fl.)

a) Man schließt von $^3/_4$ Ellen auf $^1/_4$ Ell., dann auf 1 Elle und dann auf 8 Ellen.

Oder man verwandelt die 8 Ellen in $^{32}/_4$ Ellen und schließt von $^3/_4$ Ellen auf $^1/_4$ Ell. und von $^1/_4$ Ellen auf $^{32}/_4$ Ellen.

Oder man schließt von $^3/_4$ Ellen auf 3 Ellen, von 3 Ell. auf 1 Elle und von 1 Elle auf 8 Ellen.

b) Man sucht, wie oft $^3/_4$ Ellen in 8 ($= {}^{32}/_4$) Ellen enthalten sind und multiplicirt die $13^1/_2$ kr. mit dem Quotienten.

14) $^7/_8$ Mrg. Wiesen werden mit $325^2/_3$ fl. bezahlt. Wie hoch kommen demnach 6 dergleichen Morgen? ($2233^1/_7$ fl.)

15) 2 Pfd. zu 35 kr.; was thun $^3/_4$ Pfd.? ($13^1/_8$ kr.)

a) Man schließt von 2 Pfd. auf 1 Pfd., dann auf $^1/_4$ Pfd. und dann auf $^3/_4$ Pfd. — Oder man schließt von 2 ($= {}^8/_4$) Pfd. auf $^1/_4$ Pfd. und von $^1/_4$ Pfd. auf $^3/_4$ Pfd.

b) Man sucht, wie oft 2 Pfd. in $^3/_4$ Pfd. enthalten sind rc.

16) Für 3 fl. $27^1/_2$ Lth., wie viel für $^5/_6$ fl.? ($7^{23}/_{36}$ Loth.)

17) In $^2/_3$ Tg. verdient sich A 32 kr., wie viel in $^3/_4$ Tg.?

a) Man schließt von $^2/_3$ Tg. auf $^1/_3$ Tg., von $^1/_3$ Tg. auf 1 Tg.; von 1 Tag schließt man entweder auf $^1/_4$ Tg. und von $^1/_4$ Tg. auf $^3/_4$ Tg., oder man schließt von 1 Tag gleich auf $^3/_4$ Tg. — Oder man schließt von $^2/_3$ Tg. auf 2 Tg., von 2 Tg. auf 1 Tg., von 1 Tg. auf 3 Tage und von 3 Tg. auf $^3/_4$ Tg. — Oder man verwandelt $^2/_3$ und $^3/_4$ Tg. in $^8/_{12}$ und $^9/_{12}$ Tg. und schließt von $^8/_{12}$ auf $^1/_{12}$ und von $^1/_{12}$ auf $^9/_{12}$ Tg.

b) Man sucht, wie oft $^2/_3$ Tg. in $^3/_4$ Tg. enthalten sind rc.

18) In $^3/_4$ Jahren gehen in einer Haushaltung 4 Schff. 5 Mtz. Korn auf, wie viel in $^5/_6$ Jahren? (5 Schff. 2 Mtz. $3^5/_9$ Ms.)

19) $4^3/_8$ Pfd. kosten 2 fl. $52^1/_2$ kr. ($= 2^7/_8$ fl.); was thun $42^1/_4$ Pfd.? Antwort: 27 fl. 45 kr. $3^3/_7$ pf.

20) Wie viel für $24^2/_3$ Thlr., wenn man $5^1/_2$ Thlr. für 80 Pfd. $12^5/_8$ Loth bezahlt? Antwort: 360 Pfd. 17 Lth. $3^1/_3$ Qt.

Vermischte Aufgaben über die vier Grundrechnungsarten mit Brüchen.

1) 1 Elle zu $2^7/_8$ fl.; was thun 75 Ellen? (215 fl. $37^1/_2$ kr.)

2) Von $36^1/_2$ Ellen werden $15^3/_4$ Ellen abgeschnitten; wie viel kostet der Rest, die Elle zu $1^3/_4$ fl.? (36 fl. $18^3/_4$ kr.)

3) Für $8^1/_2$ fl. erhält man $3^1/_2 + 5^2/_3$ Ctr., wie viel für 100 fl.? Antwort: 107 Ctr. 84 Pfd. 10 Lth. $^8/_{51}$ Qt.?

4) A kauft 4 Ballen Waare von $18\frac{3}{4}$ Pfd., $24\frac{7}{8}$ Pfd., $20\frac{1}{2}$ Pfd. und $22\frac{5}{16}$ Pfd., das Pfd. zu $2\frac{4}{5}$ fl. Wie viel muß er dafür zahlen? Antwort: 242 fl. 1 kr. 2 pf.

5) In $\frac{2}{3}$ Jahren nimmt A $715\frac{7}{8}$ fl. ein, wie viel jährlich? Antwort: 1073 fl. 48 kr. 3 pf.

6) Bei einer Erbtheilung fallen dem B $\frac{5}{8}$ einer Wiese von 1256 Quadratruthen zu. $\frac{2}{3}$ seines Antheils verkauft er gleich wieder an C. Wie viel behält er noch? Antw.: $261\frac{2}{3}$ Q.-R.

7) D hat 125 Ellen Tuch. Davon verkauft er an E 15 Ellen à $1\frac{1}{2}$ fl., an F $36\frac{1}{2}$ Ell. à $1\frac{2}{3}$ fl., an G $48\frac{3}{4}$ Ellen à $1\frac{3}{4}$ fl. und an H den Rest, die Elle zu $1\frac{4}{5}$ fl. Wie groß ist sein Erlös? Antwort: 213 fl. 11 kr. 3 pf.

8) N war 8 Wochen lang verreist und verzehrte im Ganzen $75\frac{2}{5}$ fl. Wie viel macht das auf 1 Tag?
Antwort: 1 fl. 20 kr. $3\frac{1}{7}$ pf.)

9) Wie viel für 12 fl., wenn 2 Lth. $\frac{3}{8}$ fl. kosten? (2 Pfd.)

10) A schuldet dem B 756 fl. und will $\frac{3}{7}$ davon mit Kronenthlr. bezahlen. Wie viel wird er derselben brauchen? (120.)

11) C kauft $48\frac{3}{4}$ Ellen; D kauft $15\frac{1}{2}$ Ell. weniger als C, und E wieder $12\frac{3}{4}$ Ellen weniger als D. Wie viel muß jeder zahlen, wenn die Elle $3\frac{3}{5}$ fl. kostet?
Antwort: C $175\frac{1}{2}$ fl., D $119\frac{7}{10}$ fl. und E $73\frac{4}{5}$ fl.

12) Ein Dienstknecht hat $36\frac{5}{6}$ fl. Jahrlohn. Nachdem er $\frac{3}{4}$ Jahr lang gedient und $12\frac{7}{8}$ fl. empfangen, tritt er aus. Wie viel hat er noch gut? Antwort: 14 fl. 45 kr.

Sechster Cursus.

Besondere Behandlung der Regeldetri-Aufgaben.

Diejenigen Regeldetri-Aufgaben, wo die eine der zwei gleichartigen Größen ein reines Vielfaches oder ein einfacher Theil der andern ist, werden am besten als bloße Multiplikations- oder Divisionsaufgaben behandelt. Dieß ist von uns bisher geschehen, und wir können sie deßhalb als absolvirt betrachten. Zu einer recht sichern Fertigkeit in der schriftlichen Berechnung der übrigen Regeldetriaufgaben aber gehört eine eigene Art und Weise, die gegebenen Zahlen anzusetzen, aus denselben die zum Resultate führenden Operationen abzuleiten, und diese zu vollziehen. Sie erfordern daher noch eine besondere Behandlung.

Auflösungsweise und Ansatz (Denk- und Ansatzform) stehen, wie Begriff und Ausdruck, in einem innigen Zusammenhange. Denke ich z. B. bei Berechnung der Aufgabe

4 Ellen zu 45 kr.; was kosten 15 Ellen?

I. „4 Ellen kosten 45 kr. So oftmal 4 Ellen, so vielmal 45 kr. „Sowie sich daher die 4 Ellen zu 15 Ellen verhalten, so verhalten sich auch die 45 kr. zu der zu suchenden Anzahl Kreuzer."

So erhalte ich den Proportions-Ansatz:

4 Ellen : 15 Ellen = 45 kr. : x.

II. „Kostet 1 Elle 45 kr., so kommen 15 Ellen auf

45 kr. × 15.

„Wenn aber 4 Ellen 45 kr. kosten, so kommt die Waare nur „den 4. Theil so hoch. Die 15 Ellen kosten also

4 | 45 kr. × 15.

So erhalte ich den eigentlichen Regula de tri-Ansatz:

4 Ellen 45 kr. 15 Ellen.

III. „ 4 Ellen kosten 45 kr.; also kostet
„ 1 Elle den vierten Theil von 45 kr., und
„15 Ellen kosten 15 mal so viel (als 1 Elle)."

So ist es am besten, wenn die zwei gleichartigen Größen 4 Ellen und 15 Ellen, welche den Anfangs- und den Endpunkt der

Schlußkette bilden und daher vor Allem fest ins Auge zu fassen sind, untereinander, und die gleichen Werthe (4 Ellen und 45 kr.) nebeneinander stehen.

4 Ellen	45 kr.	4 Ellen kosten 45 kr.;
15 Ellen	?	15 Ellen, wie viel?

Durch diesen Ansatz ist die Aufgabe in ihre zwei Sätze: den Bedingungs- und den Fragesatz zerlegt. Daher sein Name: Zweisatz.

Da sich die Ausrechnung nach dem Proportions-Ansatze auf die (besondere) Lehre von der Proportion oder Verhältnißgleichung gründet, diese aber dem höhern Zahlengebiete angehört; so ist man jetzt im Allgemeinen der Ansicht, daß das Rechnen nach dem Proportions-Ansatze für die Volksschule sich nicht eigne. Es bleibt uns also der Reguladetri-Ansatz und Zweisatz. Zunächst folgt hier

A. Der Zweisatz

und zwar in der Form, wie derselbe im Schullehrer-Seminar zu Schwabach behandelt wird.

A. Berechnung zweigliedriger Aufgaben.

I. Mit einfach benannten ganzen Zahlen.

1) Die zwei gleichartigen Zahlen haben gleiche Namen.

a) Aufgaben mit geraden Verhältnissen.

Beispiel 1. Für 14 fl. erhält man 9 Ellen; wie viel wird man für 13 Ellen zahlen müssen?

α) Fertigung des Ansatzes:

(Ausführlich.)

Das Erste ist, daß man die Frage ins Auge faßt. Sie heißt: „Wie viel (nämlich: wie viele Gulden) wird man für 13 Ellen zahlen müssen?" Die Zahl „13 Ellen" schreibt man etwas gegen die Linke. Der Gegenstand der Frage „wie viele Gulden" wird rechts daneben durch ein Fragezeichen angedeutet.

13 Ellen ?

Wie viel man für 13 Ellen zahlen muß, läßt sich nur dann, nur unter der „Bedingung" finden, wenn gegeben ist, wie viel eine andere Anzahl Ellen kostet. Das sagt der Satz: „Für 14 fl. erhält man 9 Ellen." Derselbe heißt deßhalb „Bedingungssatz. Er wird gerade über den Fragesatz geschrieben, so daß die gleichartigen Glieder senkrecht unter einander zu stehen kommen. Man setzt also „9 Ellen" über 13 Ellen, und „14 fl." über das Fragezeichen.

9 Ellen	14 fl.	9 Ellen kosten 14 fl.,
13 Ellen	?	13 Ellen, wie viel?

Das ist der Ansatz. Er besteht aus zwei untereinander befindlichen Sätzen — dem Bedingungs- und dem Fragesatze. Jeder der beiden Sätze besteht wieder aus zwei Gliedern. Darum lassen sich Aufgaben dieser Art „zweigliedrige" nennen.

β) Schlußfolge und Berechnung:

9 Ellen 14 fl.
13 Ellen ?

9 Ell. | 14 fl.
1 „ 9 |
13 „ | 13
| 42
| 14
9 | 182 | 20 fl.
18
2
60
9 | 120 kr. | 13 kr.
9
30
27
3
4
9 | 12 pf. | $1\frac{1}{3}$ pf.
9
3
$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Der Werth von 9 Ellen = 14 fl.; wie sucht man hieraus den Werth von 13 Ellen? Man schließt von 9 Ellen auf 1 Elle und von 1 Elle auf 13 Ellen. 9 Ellen kosten 14 fl. Die 14 fl. setzt man auf die rechte Seite des senkr. Strichs. 1 Elle kostet den 9. Theil von 14 fl. Um den 9. Theil von 14 fl. zu erhalten, so muß man die 14 fl durch 9 theilen. Wohin wird also die 9 (als Divisor) zu setzen sein? Auf die linke Seite des Strichs.

13 Ellen kosten 13mal so viel (als 1 Elle). 1 Elle kostet den 9. Theil von 1mal 14 fl.; mithin kosten 13 Ellen den 9. Theil von 13mal 14 fl. Wohin müssen wir daher die 13 setzen? Unter die 14 fl., also wieder auf die rechte Seite.

Um den 9. Theil von 13mal 14 zu erhalten, so müssen wir die 14 fl. durch 13 multipliciren und das Ergebniß durch 9 theilen. 13mal 14 fl. = 182 fl.; 182 fl., durch 9 getheilt = 20 fl. 13 kr. $1\frac{1}{3}$ pf. So viel muß man für 13 Ellen zahlen.

Anm. Die einzelnen Schlüsse deutet sich der Schüler Anfangs, wie oben zu sehen, durch kleine Ziffern an. Später darf er sie bloß sprechen, oder auch nur denken.

Aufgaben.

1) Für 12 Thlr. erhält man 42 Pfd. Flachs, wie v. für 7 Thlr.? Antwort: 24 Pfd. 16 Loth.

2) 9 Mann verdienen 135 fl.; was werden 4 davon erhalten? Antwort: 60 fl.

3) In 7 Tagen braucht man 5 Pfd. Oel, wie viel in 90 Tagen? Antwort: 64 Pfd. $9\frac{1}{7}$ Loth.
4) Ein Knecht hat 43 fl. Jahrlohn; was gebührt ihm auf 10 Wochen? Antwort: 8 fl. $16\frac{2}{13}$ kr.
5) 8 Personen brauchen im Jahr 7 Schff. Korn, wie v. 11 Pers.? Antwort: $9\frac{5}{8}$ Schff.
6) Für 3 fl. erhält man 17 Ms.; was kostet 1 Eimer (64 Ms.)? Antwort: 11 fl. 17 kr. $2\frac{10}{17}$ pf.
7) 100 fl. Kpt. tragen 4 fl. Zs.; wie viel Zs. geben 573 fl. Kpt.? Antwort: 22 fl. $55\frac{1}{5}$ kr.
8) 100 fl. Kpt. geben 6 fl. Zs.; wie viel Zs. geben 63 fl. Kpt.? Antwort: 3 fl. 46 kr. $3\frac{1}{5}$ pf.
9) A verfertigt in 25. Tg. 72 Stück; wie lange arbeitet er an 125 Stck.? Antwort: $43\frac{25}{72}$ Tg.
10) Wenn man 24 Pfd. Wolle von 5 Schafen erhält; wie viel wird man von 36 Schafen bekommen? Antw.: $172\frac{4}{5}$ Pfd.?

Beispiel 2. Ein Herr logirte in einem Gasthofe und mußte für 24 Tage 58 fl. zahlen. Wie viel wird er für weitere 42 Tage zu entrichten haben?

Ansatz und Berechnung:

24 Tage	58 fl.
42 Tage	?

24 Tg.		58 fl.
1 „	24	
42 „		42
	12	29
	2	7
	2	203

Der Schüler spricht: Für 24 Tage 58 fl.; für 1 Tag den 24. Th. von 58 fl.; für 42 Tage 42 mal so viel, nämlich den 24. Theil von 42 mal 58 fl. Ich muß also mit 24 in 42 mal 58 fl. dividiren. Der Quotient ist aber derselbe, wenn ich erst 24 und 58 durch 2 hebe, hierauf also nur noch mit der Hälfte von 24, d. i. mit 12, in die Hälfte von 42 mal 58, d. i. in 42 mal 29 theile. Er bleibt sich ferner gleich, wenn ich auch 12 und 42 durch 6 aufhebe, und dann also nur noch mit dem 6. Theil von 12 (= 2) in den 6. Theil von 42 mal 29 (= 7 mal 29) dividire.

7 mal 29 fl. = 203 fl.; 203 fl., durch 2 getheilt = $101\frac{1}{2}$ fl. Also sind für 42 Tage 101 fl. 30 kr. zu entrichten.

Anm. Es ist vortheilhaft, beim schriftlichen Rechnen so viel als thunlich in allen Fällen ein gleiches Verfahren einzuhalten. Deßhalb wird hier, wie

überall, wo die gleichartigen Glieder ganze Zahlen sind, auf die Eins zurückgegangen. Dadurch ist es dem Rechner möglich, ohne langes Besinnen die Schlußkette zu vollenden. Ist dieß geschehen, dann werden Divisor und Dividendus durch gegenseitiges Heben gleichmäßig verkleinert. Das gilt als Regel. Damit jedoch die fähigeren Schüler, welche mit der Berechnung vor den andern fertig werden, ihre übrige Zeit nützlich verwenden; so kann man ihnen hier und in ähnlichen Fällen gestatten, die Berechnung auf eine zweite Weise auszuführen und dabei über das größte gemeinschaftliche Maß der 2 gleichartig benannten Zahlen (hier über 6) zu schließen.

Aufgaben:

11) Was kosten 28 Ellen, wenn man für 16 Ellen 12 fl. bezahlt? Antwort: 21 fl.

12) Was kosten 60 Stück Wellenholz, das Hundert zu 13 fl.? Antwort: 7 fl. 48 kr.

13) Für 8 Thlr. (à 30 Gr.) 36 Pfd.; wie theuer sind 24 Pfd.? Antwort: 5 Thlr. 10 Gr.

14) B braucht 9 Pfd. Zucker in 14 Tg., wie viel in 35 Tagen? Antwort: 22 Pfd. 16 Loth.

15) Ein Fäßchen Wein von 40 Ms. zu 16 fl.; wie theuer der Eimer? Antwort: 25 fl. 36 kr.

16) 42 Pfd. kosten 12 Thlr.; wie viel für 18 Thlr.? (63 Pfd.)

17) Wie theuer sind 10 Ellen, 24 Ellen zu 36 fl. (15 fl.)

18) Für 72 fl. 96 Pfd.; wie hoch kommen 20 Pfd.? (15 fl.)

b) Aufgaben mit umgekehrten Verhältnissen.

Mündlich.

Beispiel 1. 3 Taglöhner fertigen einen Graben in 12 Tagen; wie lange hat einer derselben damit zu thun?

Aufl. Einer braucht, um seinen eigenen Theil fertig zu bringen, 12 Tage; um den Theil des Andern zu vollenden, wieder 12 Tage, und zu dem Theil des Dritten abermals 12 Tage; mithin braucht er zur ganzen Arbeit 3mal 12 oder 36 Tage. (1 Tgl. braucht also 3mal so lang als 3 Tagl.)

Beispiel 2. Ein Mann verrichtet eine Arbeit in 15 Tagen; wie lange würden 3 Männer dazu brauchen?

Aufl. Ein Mann braucht 15 Tage lang, wenn er die ganze Arbeit allein vollendet. Theilen sich 3 Männer in dieselbe, so kommt auf jeden nur der 3. Theil. Zu dem 3. Theil der Arbeit bedarf man nur den 3. Theil der Zeit. Mithin hat jeder der 3 Männer zu seinem Theile nur $^1/_3$ von 15 Tagen, d. i. 5 Tage nöthig. Und da sie zu gleicher Zeit arbeiten, so werden sie auch zu gleicher Zeit, nämlich am 5. Tage mit der Arbeit fertig. (3 Arbeiter brauchen also nur den 3. Theil so lang als einer.)

Wie lange braucht ein Mann zu der Arbeit, welche von 6 Mann in 9 Tagen gefertigt wird?

Wie lange wird eine Person mit der Speise ausreichen, welche für 8 Personen auf 4 Tage bestimmt ist?

1 Person ist auf 8 Monate mit Brod versehen; wie lange werden 5 Personen daran haben?

100 Mann Soldaten haben 60 Tage Proviant; wie lange werden 400 Mann damit ausreichen?

Beispiel 3. Soll ein Saatfeld in 3 Tagen abgeschnitten werden, so muß man 5 Schnitter dazu bestellen. Wie viele dergleichen sind erforderlich, wenn die Arbeit in 1 Tg. geschehen soll?

Aufl. Wir denken uns das Saatfeld in 3 gleiche Theile getheilt. An dem ersten Theile haben 5 Schnitter 1 Tag zu thun, an dem zweiten wieder 5 Schnitter 1 Tag und ebenso an dem dritten. Soll daher die ganze Arbeit in 1 Tag geschehen, so muß man 3mal 5 oder 15 Schnitter dazu bestellen. ($^1/_3$ der Zeit — 3mal so viele Arbeiter.)

Beispiel 4. 12 Pflüge machen ein Ackerfeld in 1 Tag um; wie viele derselben sind nöthig, die Arbeit in 4 Tagen zu thun?

Aufl. Soll die Arbeit in 1 Tag geschehen, so sind 12 Pflüge nöthig. Sind 4 Tage Zeit dazu gegeben, so braucht an jedem Tage nur $^1/_4$ von der Arbeit gethan zu werden. Zu $^1/_4$ der Arbeit bedarf man nur $^1/_4$ der Arbeitskräfte, folglich auch nur den 4. Theil von den 12 Pflügen, d. i. 3 Pflüge. (4mal so viele Zeit — $^1/_4$ der Arbeitskräfte.)

10 Ellen $^3/_4$ breites Tuch sind wie vielen Ellen $^1/_4$ breiten Tuches gleich?

48 Ellen $^1/_4$ breites Tuch sind wie vielen Ellen $^3/_4$ breiten Tuches gleich?

Mündlich und schriftlich.

Beispiel. 6 Männer vollenden eine Arbeit in 7 Wochen; wie lange würden 5 derselben dazu brauchen?

Mündlich. 6 Männer vollenden die Arbeit in 7 Wochen; 1 Mann würde 6mal so lange, also 6mal 7 oder 42 Wochen dazu brauchen 5 Männer haben nur den 5. Theil dieser Zeit, d. i. nur den 5. Theil von 42 Wochen nöthig. Der 5. Theil von 42 Wochen = $8^2/_5$ Wochen. Also 2c.

Schriftlich. Ansatz und Berechnung:

6 M. 7 Wch.
5 M. ?

6 M.	7 W.		6 M. brauchen 7 Wochen;
1 „	6		1 M. braucht 6mal 7 Woch.;
5 „ 5			5 M. bedürfen nur den 5. Theil
5	42	$8^2/_5$	= 6mal 7 Woch., geth. durch 5.

Aufgaben.

19) 5 Gesellen vollenden eine Mauer in 12 Tagen; wie lange werden 8 Gesellen dazu brauchen? Antw.: $7\frac{1}{2}$ Tg.

20) Wie lange haben 6 Pflüge an dem Feld zu thun, das 9 Pflüge in 15 Tagen herum machen? Antwort: $22\frac{1}{2}$ Tg.

21) 7 Mahlgänge bringen in 18 Tagen einen gewissen Mehlvorrath fertig. Wie lange haben 3 dergl. Gänge damit zu thun? Antwort: 42 Tage.

22) 1275 Mann Soldaten haben auf 125 Tage Proviant; wie lange haben 950 Mann daran? Antwort: $167\frac{29}{38}$ Tg.

23) Wie viele Personen sind nöthig, um die Arbeit, die 12 Personen in 36 Tagen fertig bringen, in 24 Tg. zu vollenden? Antwort: 18 Personen.

24) 10 Taglöhner machen eine Grube in 28 Tagen. Wie viele Taglöhner sind zu dingen, um eine gleiche Grube in 20 Tagen herzustellen? Antwort: 14 Taglöhner.

25) Wenn der Scheffel Korn 10 fl. kostet, wiegt ein Sechserbrod 2 Pfd. 24 Loth. Wie schwer soll dasselbe sein, wenn das Korn 5 fl. aufgeschlagen hat? Antwort: 1 Pfd. $26\frac{2}{3}$ Loth.

Dieses Facit ergibt sich nach der gewöhnlichen Annahme, daß das Brodgewicht in demselben Verhältnisse steige, wie der Preis des Getreides fällt, und falle, wie der Preis des Getreides steigt. Es stimmt dieß aber mit der Praxis nicht ganz überein, weil dem Getreidepreis die Mannesnahrung für die Bäcker und die etwaige Localabgabe beigeschlagen wird, beide aber für einen und denselben Ort oder Distrikt immer von gleicher Größe sind. Ist die Mannsnahrung = 2 fl., der Accis = 30 kr., und kostet der Scheffel Korn 10 fl., so kommt derselbe für die Konsumenten auf 10 fl. + 2 fl. + 30 kr. = 12 fl. 30 kr. Steigt der Preis auf das Doppelte von 10 fl., d. i. auf 20 fl., so kommt der Scheffel Korn auf 20 fl. + 2 fl. 30 kr. = 22 fl. 30 kr., mithin nicht ganz auf das Doppelte von 12 fl. 30 kr. Der Leib muß also mehr als die Hälfte wiegen, denn zuvor. Die Behörden, welche die Brodpreise oder Brodgewichte zu bestimmen haben, rechnen daher auch anders, als die Rechenbücher gewöhnlich lehren, und zwar so:

Die Mannsnahrung sei = 2 fl. 10 kr., der Accis = 30 kr., 1 Schff. Korn = 280 Pfd. Brod. Das sind konstante Werthe. — Der Scheffel Korn koste 10 fl.

a) Wie viel muß der Laib Brod für 12 kr. wiegen?

Aufl. 10 fl. + 2 fl. 10 kr. + 30 kr. = 12 fl. 40 kr. Die Aufgabe ist jetzt: Für 12 fl. 40 kr. erhält man 280 Pfd. Brod; wie viel für 12 kr.?

Antwort: 4 Pfd. $13\frac{9}{19}$ Loth (= 4 Pfd. 14 Lth.)

b) Wie viel soll der 6pfündige Laib Brod kosten?

Aufl. 10 fl. + 2 fl. 10 kr. + 30 kr. = 12 fl. 40 kr. Die Aufgabe ist nun: 280 Pfd. Brod zu 12 fl. 40 kr.; was kosten 6 Pfd. Brod?

Antwort: 16 kr. $1^1/_7$ pf. (= 16 kr. 1 pf.).

Wer also Aufgaben dieser Art genau berechnen will, der setze sich vor Allem in Kenntniß der unveränderlichen Werthe, welche für seinen Ort bei dieser Berechnung zu Grunde liegen.

26) A kauft 7 Ellen Tuch, 9 Viertel breit. Wie viel 6 Vrtl. breites Futtertuch muß er nehmen, da das ganze Kleidungsstück gefüttert werden soll? Antwort: $10^1/_2$ Elle.

27) Eine Familie besteht aus 18 Personen und hat auf 8 Monat Mundvorrath. Wie viele Personen würden 1 Jahr damit ausreichen? Antwort: 12 Personen.

28) Geht B täglich 14 Stunden weit, so legt er den Weg von X bis Z in 48 Tagen zurück. Wie lange wird er brauchen, wenn er täglich 16 Stunden weit geht? Antwort: 42 Tage.

---

2) Die zwei gleichartigen Glieder haben verschiedene Namen.

a) Mündlich.

1) Mit 4 kr. 2 pf. bezahlt man 3 Qt.; was kosten 18 Loth?

α) Allgemeine Rechenweise:

Man schließt von 3 Qt. auf 1 Qt., von 1 Qt. auf 1 Loth und von 1 Loth auf 18 Lth. Ausführung!

Oder man verwandelt die 18 Loth in Qt. und schließt von 3 Qt. auf 1 Qt. und von 1 Qt. auf 72 Qt. Ausführung!

β) Besondere Rechenweise:

Man schließt von 3 Qt. auf (4 mal 3 Qt. oder) 3 Loth und von 3 Loth auf 18 Lth. Ausführung!

Oder man schließt von 3 Qt. gleich auf 72 (oder 24 mal 3) Qt.

2) 8 Lth. zu 25 kr. 2 pf.; wie theuer sind 6 Pfd.?

3) 7 Loth zu 19 kr. 1 pf.; was thun 2 Centner?

4) 12 Ms. zu 5 fl. 40 kr.; wie viel kosten 3 Fuder?

5) 5 Mtz. kosten $8^4/_5$ fl.; wie hoch kommen 15 Schff?

6) Für 80 fl. kauft man 25 Pfd.; was kosten 14 Lth.?

7) Wie viel für 48 kr., wenn 24 Pfd. 8 Lth. 16 fl. kosten?

b) Schriftlich.

Beispiel: Wie hoch kommen 24 Loth, 7 Pfd. zu 23 fl.?

Ansatz und Berechnung:

7 Pfd. 23 fl.
24 Loth ?

7 Pfd.		23 fl.
1 „	7	
1 Loth	32	
24 „		24
	4	3
	28	69

Sprechweise:

7 Pfd. kosten 23 fl.; 1 Pfd. kostet den 7. Theil von 23 fl. (= 23 fl., getheilt durch 7); 1 Loth kostet wieder $^1/_{32}$ davon (= 23 fl., getheilt durch 32 × 7); 24 Loth aber kosten 24 mal so viel (= 24 mal 23 fl., getheilt durch 32 × 7). 32 und 24 lassen sich durch 8 heben. Dann habe ich nur noch 3 mal 23 oder 69 fl. durch 4 mal 7 oder 28 zu theilen. 69 fl. : 28 = 2 fl. 27 kr. $3^3/_7$ pf.

Aufgaben.

29) 3 Fdr. Wein zu 765 fl.; wie theuer sind 8 Eimer? (170 fl.)
30) Was kosten 24 Loth, 125 Pfd. zu 375 fl.? (2 fl. 15 kr.)
31) Für 11 fl. kauft man 10 Ell.; was k. 6 Bll. à 60 Ell. (396 fl.)
32) 5 Pfd. zu 54 kr.; wie viel erhalte ich für 25 fl.? ($138^8/_9$ Pfd.)
33) 4 Mtz. Erdäpfel zu 5 fl.; was thun 36 Schff.? (270 fl.)
34) Um 24 kr. kaufe ich 10 Loth; was kosten 7 Ctr.? (896 fl.)
35) 16 Bch. Papier zu 5 fl., was kosten 4 Bll.? (250 fl.)
36) Für 45 kr. 10 Ms. Essig; was kosten 8 Fdr.? ($460^4/_5$ fl.)

II. Mit mehrfach benannten ganzen Zahlen.

a) Mündlich.

1) Wie hoch kommt 1 Mtz., 1 Mtz. 4 Ms. zu 1 fl. 15 kr.?
   a) 1 Mtz. 4 Ms. = 16 + 4 = 20 Ms. Von 20 Ms. schließe ich auf 1 (oder auf 4) Ms. und dann auf 1 Mtz.
   b) 1 Mtz. 4 Ms. = $1^1/_4$ Mtz. Von $1^1/_4$ (= $^5/_4$) Metz. schließe ich auf $^1/_4$ Metz. und dann auf einen ganzen Metzen.
2) Wie theuer ist 1 Fdr., wenn 3 Fdr. 9 Eim. 480 fl. kosten?
3) 16 Pfd. zu 2 fl. 24 kr.; wie viel für 1 fl.?
   2 fl. 24 kr. = 12 Zwölfer (= $^{12}/_5$ fl.); $^{12}/_5$ fl. — $^1/_5$ fl. — 1 fl.
4) 1 Pfd. zu 3 fl. 20 kr.; wie hoch kommen 3 Pfd. 16 Loth?
   a) Man sucht zuerst den Werth der 3 Pfd., dann den der 16 Loth.
   b) 3 Pfd. 16 Lth. = $3^1/_2$ Pfd.; man schließt von 1 Pfd. auf $^1/_2$ Pfd. und dann auf $3^1/_2$ Pfd.
5) Für 15 fl. 24 kr. erhalte ich 1 Ctr.; was kosten 5 Ctr. 75 Pfd.?

6) 24 Loth zu 40 kr.; wie hoch kommen 6 Pfd. 8 Loth?
Man schließt von 24 Lth = $^3/_4$ Pfd. auf $^1/_4$ Pfd. und dann auf $6^1/_4$ Pfd.

8) In 9 Monat verdient **A** 75 fl., wie viel in 6 Jahr 3 Mon.?

9) Für 60 Thlr. 1 Ctr. 40 Pfd.; wie hoch kommen 60 Pfd.?

10) Das Pfd. Schmalz koste 26 kr. Wie viel ist für das Schmalz in einem Gefäße zu zahlen, welches leer 2 Pfd. 12 Loth, und gefüllt 14 Pfd. 24 Loth wiegt?

11) 2 Lth. 1 Qt. zu 45 kr.; was kosten 2 Pfd. 6 Lth.?

12) 4 Arbeiter verdienen täglich 1 fl. 36 kr.; wie viel verdienen 10 Arbeiter in 6 Tagen?

b) Schriftlich.

Beispiel 1. **A** kauft 42 Pfd. 12 Loth Waare für 12 Thlr. und gibt an **B** um denselben Preis wieder für 7 Thlr. davon ab. Wie viel wird **B** erhalten müssen?

Ansatz und Berechnung:

12 Thlr. 1356 Loth
7 Thlr. ?

12 Thlr.		1356 Loth	
1 "	12	113	
7 "		7	
	32	791	24 Pfd. 23 Lth.

Nebenrechnung:

42 Pfd. 12 Loth
32
―――
96
126
―――
1356 Lth.

Die 42 Pfd. 12 Loth werden durch eine Neben- oder Hülfsrechnung (Vorarbeit) in lauter Loth verwandelt. Dann heißt der Ansatz: Für 12 Thlr. 1356 Loth; für 7 Thlr. wie viel? Für 12 Thlr. 1356 Lth.; für 1 Thlr. den 12. Theil; für 7 Thlr. 7 mal so viel. — Der Theiler 12 wird gegen 1356 ganz aufgehoben. Also ist der 12. Theil von 7 mal 1356 Loth = 7 mal 113 Loth; 7 mal 113 Loth = 791 Loth. Diese werden durch 32 gleich in Pfunde verwandelt.

Aufgaben zur schriftlichen Berechnung.

37) 8 Ellen zu 15 fl. 46 kr.; wie theuer sind 28 Ellen? (55 fl. 11 kr.)

38) Wie viel für 42 fl., wenn man für 12 fl. 3 Ctr. 25 Pfd. erhält? Antwort: 11 Ctr. $37^1/_2$ Pfd.

39) Eine Familie von 8 Personen braucht wöchentlich 50 Pfd. 20 Loth Brod. Vater und Sohn verreisen sich einmal auf 1 Woche. Wie viel Brod wird unterdessen zu Hause aufgehen?
Antwort: 37 Pfd. 31 Lth.

40) Ein Taglöhner macht sich verbindlich, für 5 Scheffel Kartoffel 6 Wochen und 4 Tage lang zu arbeiten. Nachdem er jedoch

3 Schff. abverdient, kommt er nicht mehr. Wie lange hat er ausgehalten? Antwort: 24 Tage.

41) A kauft für 365 Thlr. 2 Fdr. 7 Eim. 42 Ms. Wein und tritt an **B** für 80 Thlr. davon ab. Wie viel Wein wird **B** erhalten? Antwort: 6 Eim. $60\,{}^{4}/_{73}$ Ms.

42) 32 Rth. 8 Fß. 10 Zoll von einer Mauer kommen auf 420 fl.; wie viel wird auf 300 fl. kommen? (23 Rth. 4 Fß. $7\,{}^{1}/_{7}$ Zoll.)

43) Das Pfd. zu 7 fl. 32 kr. 3 pf.; was kosten 24 Loth? Antwort: 5 fl. 39 kr. $2\,{}^{1}/_{4}$ pf.

44) Wie viel für 72 fl., wenn man für 100 fl. 18 Ctr. 45 Pfd. 10 Lth. erhält? Antwort: 13 Ctr. 28 Pfd. 20 Lth.

Beispiel 2. Wie hoch kommen 4 Pfd. 24 Loth, wenn man für 13 Pfd. 21 Loth 5 fl. 24 kr. zahlen muß?

Ansatz und Berechnung.

I. Vorarbeit:

```
a)  4 Pfd. 24 Loth.     b) 13 Pfd. 21 Loth.     c) 5 fl. 24 kr.
    32                     32                      60
   ----                   ----                    ------
   128                    47                      324 kr.
 + 24                     39
   ----                   ----
   152 Loth               437 Loth
```

II. Hauptrechnung:

```
 437 Loth        324 kr.
 152 Loth          ?
---------------------------------
 437 Loth         |  324 kr.
   1   "     437  |
 152   "          |  152
                  ----------
                  |  648
                  | 1620
                  |  324
---------------------------------
        437 | 49248 | 112 304/437 kr. = 1 fl. 52 304/437 kr.,
                                 nahe 1 fl. 52 3/4 kr.
```

45) 3 Bll. 24 Ell. Zeug für 23 fl.; wie kommt 1 Bll. (= 60 Ell.)? Antwort: 6 fl. 45 kr. $3\,{}^{9}/_{17}$ pf.

46) Was kosten 3 Bll. 16 Ellen, 14 Ellen zu 8 fl. 40 kr.? Antwort: 121 fl. 20 kr.

47) Für 1 Pfd. zahlt man 28 kr., was kosten 98 Pfd. 13 Loth? Antwort: 367 fl. 20 kr.

48) Um 32 fl. 30 kr. ein Pfd. Saffran; was kosten 48 Pfd. 13 Loth 3 Qt.? Antwort: 1573 fl. 57 kr. $3^{9}/_{16}$ pf.

49) 5 Pfd. 18 Loth Weinstein für 1 fl. 45 kr.; wie theuer kommt 1 Pfd. Antwort: 18 kr. $3^{45}/_{89}$ pf.

50) Ein Eimer Wein (= 64 Ms.) zu 24 fl. 36 kr.; wie viel für 15 fl. 18 kr.? Antwort: $39^{33}/_{41}$ Ms.

51) 3 Fdr. zu 450 fl.; was kosten 10 Eimer 50 Maas? Antwort: 134 fl. $45^{15}/_{16}$ kr.

52) A kauft 3 Pfd. 20 Lth. Gewürz um 100 fl.; was kosten 5 Lth. 3 Qt.? Antwort: 4 fl. 57 kr. $1^{19}/_{29}$ pf.

53) 8 Schff. 5 Mtz. zu 115 fl. 36 kr. 3 pf.; wie kommen 3 Schff. 4 Mtz.? Antwort: 47 fl. 59 kr. $^{20}/_{53}$ pf.

54) D erhält 3 Scheiben Wachs. Die eine wiegt 3 Ctr. 12 Pfd., die andere 4 Ctr. 39 Pfd., die dritte 3 Ctr. 63 Pfd. Der Ctr. kostet 114 fl. 52 kr. 2 pf., wie viel die ganze Sendung? Antwort: 1276 fl. 55 kr. $1^{2}/_{5}$. pf.

55) Wie hoch kommt eine Kiste mit Gewürz von 38 Pfd. 16 Lth., wenn die Tara (= Gewicht der leeren Kiste) 1 Pfd. 8 Loth beträgt, und das Pfd. Netto (= reine Waare) 21 fl. 45 kr. kostet? Antwort: 810 fl. 11 kr. 1 pf.

56) Ein Sack Wolle wiegt 2 Ctr. 44 Pfd.; Tara 12 Pfd.; wie viel ist dafür zu zahlen, wenn der Ctr. Netto 84 fl. 30 kr. kostet? Antwort: 191 fl. 24 kr.

57) Fünf Körbe Feigen wiegen 2 Ctr. 48 Pfd., 3 Ctr. 7 Pfd., 5 Ctr. 9 Pfd., 2 Ctr. 45 Pfd., 2 Ctr. 78 Pfd. Die Tara beträgt vom Korbe 14 Pfd., und der Ctr. Netto kostet 30 fl. 40 kr. Wie hoch kommt die Waare, einzeln und zusammen? Antwort: Zusammen auf 455 fl. 6 kr.

58) N bekommt 1 Ctr. 50 Pfd. Waare, worunter 35 Pfd. von einer geringeren Sorte sich befinden, als er haben wollte. Das Pfd. der besseren Sorte bezahlt er mit 20 kr. und das Pfund der geringeren (Fusti genannt) nur mit 15 kr. 2 pf. Wie viel macht es im Ganzen? Antwort: 47 fl. 22 kr. 2 pf.

59) A erhält 500 Ellen Seidenzeug. Beim Auslegen desselben findet er, daß in Folge nachlässiger Verpackung 125 Ellen Schaden genommen haben. Die Elle hiervon nimmt er zu 48 kr., die

Elle der gut erhaltenen Waare zu 1 fl. 20 kr. an. Wie viel macht es zusammen? Antwort: 600 fl.

60) X empfängt 240 Pfd. Gewürz, à 12 fl. 30 kr. Nachdem er 180 Pfd. ausgepackt, kommt eine geringere Sorte, wofür er nur 8 fl. 48 kr. gibt. Wie viel beträgt die ganze Zahlung? Antwort: 2778 fl.

III. Mit gebrochenen Zahlen.

a) Mündlich.

1) Wie hoch kommen $^5/_8$ Pfd. Saffran, $^3/_8$ Pfd. zu 17 fl. 36 kr.?

2) A bezahlt $^5/_9$ seiner Schuld mit 375 fl.; wie viel bl. Rest?

Da A $^5/_9$ seiner Schuld bezahlt, so bleiben $^4/_9$ derselben im Reste. Die Aufgabe ist daher: $^5/_9 = 375$ fl.; $^4/_9 = ?$

3) Für $3\,^2/_3$ Thlr. erhält man $12\,^3/_8$ Pfd. Flachs; wie v. für $5\,^1/_3$ Thlr.

$3^2/_3$ Thlr. $= {^{11}/_3}$ Thlr.; $5^1/_3$ Thlr. $= {^{16}/_3}$ Thlr.; Schlußreihe: $^{11}/_3 — {^1/_3} — {^{16}/_3}$.

4) $^7/_{16}$ Eimer Wein kosten $9\,^4/_5$ fl.; wie theuer ist 1 Eimer?

Wie schließt man von $^7/_{16}$ auf $^{16}/_{16}$? Wie also auch von $^7/_{16}$ auf 1?

5) B erhält jährlich $29\,^1/_3$ fl. Lohn; wie viel in $^3/_4$ J.?

6) Wie theuer hat A sein Haus verkauft, da $^6/_{11}$ des Erlöses 1380 fl. betragen?

$^6/_{11} = 1380$ fl.; $^1/_{11} = 230$ fl.; $^{11}/_{11} = 11$ mal $230 = 2530$ fl.

7) Jemand verdient täglich 42 kr., wie viel in $8\,^3/_4$ Tg.?

a) Man berechnet zuerst, wie viel er in 8 Tg. verdient, und dann, wie viel in $^3/_4$ Tg. - b) Man schließt von 1 Tag auf $^1/_4$ Tg., und von $^1/_4$ Tg. auf $8^3/_4$ ($= {^{35}/_4}$) Tg.

8) In $^3/_5$ Stunden legt ein Dampfschiff 10 Meilen zurück, wie viel in 24 Stunden?

9) $^3/_4$ Loth zu $7\,^1/_2$ kr.; wie hoch kommen 8 Pfd.?

10) 3 Ctr. kommen auf 640 fl.; wie viel kosten $^7/_8$ Loth?

3 Ctr. $= 640$ fl.; 1 Ctr. $= 213^1/_3$ fl.; 1 Pfd. $= 2$ fl. 8 kr.; 1 Loth $= 4$ kr.; $^1/_8$ Loth $= {^1/_2}$ kr.; $^7/_8$ Lth. $= 3^1/_2$ kr.

11) $^1/_4$ Eimer Wein zu 8 fl. 40 kr.; wie hoch kommt $^1/_5$ Eimer?

Schlußreihe: a) $^1/_4 — 1 — {^1/_5}$; b) $^1/_4 — {^1/_{20}} — {^1/_5}$.

12) Die Erde legt in ihrem Laufe um die Sonne in $^1/_5$ Minute 48 Meilen zurück; wie viel in $^3/_4$ Minuten?

Schlußreihe: a) $^1/_5$ M. — 1 M. — $^1/_4$ M. — $^3/_4$ M. b) $^1/_5 — {^1/_{20}} — {^{15}/_{20}}$.

13) Für $^5/_6$ Thlr. kauft man $8\,^3/_4$ Ellen; wie viel für $^1/_{10}$ Thlr.?

14) $^3/_8$ Ctr. Waare zu 48 fl.; wie theuer sind $^2/_3$ Ctr.?

15) A erntet $3\frac{1}{2}$ Tgw. Ackerland 8 Schober 24 Garben Weizen, wie viel demnach von 1 Tg.? von $\frac{4}{5}$ Tgw.?

16) $3\frac{1}{8}$ Lth. zu 56 kr. 1 pf.; was kosten $3\frac{1}{8}$ Ctr.?

b) Schriftlich.

Beispiel 1. Für 1 Thlr. erhalte ich $5\frac{7}{8}$ Ellen, wie v. für 25 Thlr.?

Ansatz und Berechnung:

1 Thlr. $5\frac{7}{8}$ Ellen
25 Thlr. ?

1 Thlr.		$5\frac{7}{8}$ Ell.
25 „		25
	8	47
		175
		100
	8	1175 | $146\frac{7}{8}$ Ellen.

Für 25 Thlr. erhalte ich 25 mal $5\frac{7}{8}$ Ellen. $5\frac{7}{8} = \frac{47}{8} = 47$, getheilt durch 8. Also ist 25 mal $5\frac{7}{8}$ $= 25 \times 47$, getheilt durch 8.

Aufgaben:

1) Ein Arbeiter erhält $\frac{3}{4}$ fl.; wie viel erh. 28 Arb.? (21 fl.)
2) In einem Hause gehen monatlich $\frac{7}{8}$ Pfd. Gewürz auf, wie viel in 16 Monaten? Antwort: 14 Pfd.
3) Für 1 fl. gibt man $3\frac{6}{8}$ Ellen, wie viel für 14 fl.? ($52\frac{1}{2}$ Ell.)
4) Ein Pfund zu $3\frac{3}{5}$ Gr.; wie theuer sind 2 Ctr. 13 Pfd., wenn der Ctr., wie in Preußen, 110 Pfd. enthält? (25 Thlr. $16\frac{4}{5}$ Gr.)
5) Für 3 Pfd. $24\frac{2}{3}$ Loth zahle ich 1 Thlr.; wie viel erhalte ich für 5 Thlr.? Antwort 18 Pfd. $27\frac{1}{3}$ Loth.
6) Wie viel löse ich für 3 Eimer, wenn der Eimer (= 64 Ms.) im Preise zu 12 fl. $37\frac{1}{2}$ kr. steht? ($37\frac{7}{8}$ fl.)

Beispiel 2. 3 Pfd. 18 Lth. zu 2 fl. $47\frac{1}{2}$ kr.; was kostet 1 Loth?

I. Vorarbeit:

3 Pfd. 18 Lth.	2 fl. $47\frac{1}{2}$ kr.
32	60
114 Lth.	$167\frac{1}{2}$ kr.

II. Hauptrechnung:

114 Lth. $167\frac{1}{2}$ kr.
1 Lth. ?

114 Lth. | $167\frac{1}{2}$ kr.
1 „ 114 |
2 | 335
228 | 335 | 1 kr. $1\frac{50}{57}$ pf.

114 Loth kosten $167\frac{1}{2}$ kr.; 1 Loth kostet den 114. Theil davon, d. i. $167\frac{1}{2}$ kr., getheilt durch 114. $167\frac{1}{2}$ kr. $= \frac{335}{2}$ kr.; ich setze aber 335 ganze Kreuzer und schreibe dafür den Nenner 2 auf die entgegengesetzte Seite. So wird mit dem Dividenden zugleich auch der Divisor auf das Doppelte erhoben, wodurch sich der gleiche Quotient ergibt.

7) Für $\frac{7}{8}$ Loth 5 Grosch.; wie viel für 1 Gr.? ($\frac{7}{10}$ Qt.)

8) Wie theuer das Loth, wenn man für 1 Pfd. $\frac{5}{8}$ fl. zahlt? Antwort: $1\frac{11}{64}$ kr.

9) Der Ctr. (= 100 Pfd.) für $16\frac{1}{4}$ fl.; wie hoch kommt 1 Pfd.? Antwort: $9\frac{3}{4}$ kr.

10) Ein Stein Wolle (= 22 Pfd.) für $12\frac{3}{4}$ Thlr.; was kostet 1 Pfd.? Antwort: 17 Gr. $4\frac{7}{11}$ Pf.

11) Für 1 Pfd. 13 Lth. gibt man 88 fl. $41\frac{3}{4}$ kr.; wie kommt 1 Lth.? Antwort: 1 fl. 58 kr. $1\frac{2}{45}$ pf.

12) Jemand braucht in 1 Woche und 3 Tg. 58 fl. $36\frac{3}{4}$ kr.; wie viel täglich? Antwort: 5 fl. 51 kr. $2\frac{7}{10}$ pf.

Beispiel 3. Um $\frac{5}{6}$ fl. erhalte ich 8 Loth; was kosten 13 Loth?

Ansatz und Berechnung:

8 Loth $\frac{5}{6}$ fl.
13 Loth ?

8 Loth | $\frac{5}{6}$ fl.
6 |
1 „ 8 |
13 „ | 13
48 | 65 fl.

Die Schlußfolge wie gewöhnlich. Um den Bruch $\frac{5}{6}$ wegzuschaffen, so erheben wir sowohl den Dividenden als den Divisor auf das Sechsfache ihres Werthes: wir betrachten die $\frac{5}{6}$ als 5 Ganze und führen den Nenner 6 als Faktor auf die andere Seite. 13 mal $\frac{5}{6}$ fl., getheilt durch 8, = 13 mal 5 ganze Gulden, getheilt durch 6 mal 8 = 65 fl. : 48 = 1 fl. 21 kr. 1 pf.

Beispiel 4. Ein gewisses Kapital wirft in $\frac{5}{8}$ Jahren 8 fl. 45 kr. Zinsen ab, wie viel in $3\frac{7}{8}$ Jahren?

Ansatz und Berechnung:

$\frac{5}{8}$ J.	$8\frac{3}{4}$	
$3\frac{7}{8}$ J.	?	
$\frac{5}{8}$ J.		$8\frac{3}{4}$ fl.
$\frac{1}{8}$ "	5	
$3\frac{7}{8} = \frac{31}{8}$ "		31
	4	35
		7
	4	217 | $54\frac{1}{4}$ fl.

Der Schüler spricht: Der Zins beträgt in $\frac{5}{8}$ J. $8\frac{3}{4}$ fl., in $\frac{1}{8}$ J. den 5. Theil davon (= $8\frac{3}{4}$ fl. getheilt durch 5), in $3\frac{7}{8}$ oder $\frac{31}{8}$ J. 31 mal so viel (= **31** mal $8\frac{3}{8}$ fl., getheilt durch 5). $8\frac{3}{4} = \frac{35}{4}$; ich setze aber 35 Ganze und schreibe dafür den Nenner 4 als Faktor auf die entgegengesetzte Seite. Dadurch werden Dividend und Divisor zugleich 4 mal so groß. Hierauf hebe ich 5 gegen 35 auf. 31 mal 7 oder 7 mal 31 fl. = 217 fl.; 217 fl., getheilt durch 4 = $54\frac{1}{4}$ fl.

Aufgaben:

13) Was kosten 45 Ellen, 7 Ellen zu $\frac{5}{6}$ fl.? (5 fl. 21 kr. $1\frac{5}{7}$ pf.)

14) Wie viel für 16 fl., wenn $\frac{5}{8}$ Ctr. 25 fl. kosten? ($\frac{2}{5}$ Ctr.)

15) 45 Ellen zu 6 fl. 15 kr. (= $6\frac{1}{4}$ fl.); wie kommen 18 Ellen? Antwort: 2 fl. 30 kr.

16) Für 16 Ellen gibt man $5\frac{3}{5}$ Thlr.; was kosten 324 Ellen? Antwort: $113\frac{2}{5}$ Thlr.

17) 25 Pfd. $3\frac{3}{4}$ Loth werden unter 7 Personen vertheilt; wie viel kommt auf 3 davon? Antwort: 10 Pfd. 24 Lth. $1\frac{6}{7}$ Qt.

18) Für 10 Stück 1 Thlr. $8\frac{2}{3}$ Gr.; was kosten 3698 Stück? Antwort: 476 Thlr. 18 Gr. $11\frac{1}{5}$ Pfg.

19) $\frac{11}{12}$ Ctr. zu 15 fl. 47 kr.; wie theuer sind $\frac{7}{12}$ Ctr.? Antwort: 10 fl. 2 kr. $2\frac{6}{11}$ pf.

20) Für $\frac{19}{24}$ Thlr. 3 Pfd. 22 Loth; wie viel für $\frac{13}{24}$ Thlr.? Antwort: 2 Pfd. 16 Lth. $2\frac{18}{19}$ Qt.

21) Für 14 fl. 48 kr. erhalte ich $\frac{4}{5}$ Eimer, was kosten $4\frac{3}{5}$ Eim.? Antwort: 85 fl. 6 kr.

22) Ich kaufe für 17 Thlr. $\frac{3}{4}$ Ctr. Flachs; was kosten $5\frac{1}{4}$ Ctr.? Antwort: 119 Thlr.

23) Was kosten $\frac{5}{7}$ Stck., wenn man für 9 fl. 20 kr. $8\frac{5}{7}$ St. erhält? Antwort: 45 kr. $3\frac{37}{61}$ pf.

24) Für 40 Pfd. zahlt man $3\frac{1}{8}$ fl.; wie viel erhält man für $\frac{7}{8}$ fl.? Antwort: 11 Pfd. 6 Lth. $1\frac{3}{5}$ Qt.

25) Ich gebe 42 fl. 36 kr. für $1^1/_2$ Pfd.; was kosten $8^1/_2$ Pfd.?
Antwort: $241^2/_5$ fl.

26) Wie theuer sind $3^3/_4$ Schff., wenn $18^3/_4$ Schff. 154 fl. kosten?
Antwort: 30 fl. 48 kr.

Beispiel 5. Für 75 fl. 20 kr. kauft man 7 Ctr.; was k. $^3/_5$ Ctr.?

Ansatz und Berechnung:

7 Ctr. — $75^1/_3$ fl. Oder: 7 Ctr. — $75^1/_3$ fl.
$^3/_5$ Ctr. — ? $^3/_5$ Ctr. — ?

7 Ctr.		$75\frac{1}{3}$ fl.
1 „	7	
$^1/_4$ „	5	
$^3/_5$ „		3
	3	226
	35	226 | 6 fl. $27^3/_7$ kr.

7 Ctr.		$75\frac{1}{3}$ fl.
1 „	7	
$^3/_5$ „		$\frac{3}{5}$
	5	3
	3	226
	35	226

Beispiel 6. 3 Pfd. 8 Loth zu 2 fl. 40 kr.; was kosten 5 Ctr. 40 Pfd. Antwort: 443 fl. 4 kr. $2^6/_{13}$ pf.

Ansatz und Berechnung:

I. Vorarbeit:

3 Pfd. 8 Lth. = $3^1/_4$ Pfd; 2 fl. 40 kr. = $2^2/_3$ fl.; 5 Ctr. 40 Pfd. = 540 Pfd.

II. Hauptrechnung:

a) $3^1/_4$ Pfd. — $2^2/_3$ fl. b) $3^1/_4$ Pfd. — $2^2/_3$ fl.
540 Pfd. — ? 540 Pfd. — ?

$3^1/_4 = {}^{13}/_4$ Pfd.		$2\frac{2}{3}$ fl.
$^1/_4$ „	13	
1 „		4
540 „		540
	3	8

$3^1/_4$ Pfd.		$2\frac{2}{3}$ fl.
1 „	$3\frac{1}{4}$	
540 „		540
	3	8
	13	4

Bei a wurde von $3^1/_4$ oder $^{13}/_4$ Pfd. erst auf $^1/_4$ Pfd. und dann auf 1 Pfd. geschlossen. Bei b wurde aber von $3^1/_4$ Pfd. gleich auf 1 Pfd. übergegangen. Wem die Denk- und Sprechweise: „$3^1/_4$ Pfd. kosten $2^2/_3$ fl., also kostet 1 Pfd. $2^2/_3$ fl., getheilt (oder dividirt) durch $3^1/_4$“ zusagt, der mag so rechnen lassen; wem nicht, der bleibe bei dem ersteren Verfahren.

Beispiel 7. $2\frac{1}{2}$ Ct. zu $5\frac{1}{4}$ kr.; was kosten 2 Ctr. $27\frac{3}{4}$ Pfd.?
Antwort: 1020 fl. $19\frac{1}{5}$ kr.

Ansatz und Berechnung:

a) $2\frac{1}{2}$ Ct. — $5\frac{1}{4}$ kr.
$227\frac{3}{4}$ Pfd. — ?

$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ Ct.	$5\frac{1}{4}$ kr.
$\frac{1}{2}$ " 5	2
1 "	4
1 Lth.	32
1 Pfd.	$227\frac{3}{4}$
$227\frac{3}{4}$ "	
60	

b) $2\frac{1}{2}$ Ct. — $5\frac{1}{4}$ kr.
$227\frac{3}{4}$ Pfd. — ?

$2\frac{1}{2}$ Ct.	$5\frac{1}{4}$ kr.
1 " $2\frac{1}{2}$	4
1 Lth.	32
1 Pfd.	$227\frac{3}{4}$
$227\frac{3}{4}$ "	
60	

Da das Ergebniß voraussichtlich eine große Kreuzerzahl ist, so kann man gleich 60 als Divisor setzen und gegen die Faktoren des Dividenden, soweit es angeht, heben. Dadurch erhalten wir das Facit gleich in Gulden.

Aufgaben:

27) Ein Stück Barchent von 22 Ellen für 6 fl. 39 kr.; wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Ellen? Antwort: 13 kr. $2\frac{9}{22}$ pf.

28) Ein Stück Zwillich von 32 Ellen kostet 5 fl. 22 kr. 2 pf.; was kosten $7\frac{1}{2}$ Ellen? Antwort: 1 fl. 15 kr. $2\frac{11}{32}$ pf.

29) Ein Stück Satin von 24 Ellen zu $11\frac{3}{8}$ fl.; wie theuer sind $4\frac{2}{3}$ Ellen? Antwort: 2 fl. 12 kr. $2\frac{5}{6}$ pf.

30) $3\frac{3}{4}$ Pfd. für 5 fl. 15 kr.; wie viel ist für 17 Pfd. zu zahlen? Antwort: 32 fl. 27 kr. $1\frac{1}{11}$ pf.

31) Für 15 Pfd. lös't man $4\frac{4}{5}$ Thlr.; wie viel muß ich für 1 Thlr. geben? Antwort: 3 Pfd. 4 Loth.

32) Ein Faß Wein von $3\frac{5}{6}$ Eimer zu 120 fl.; was kosten 4 Eim.? Antwort: 125 fl. $13\frac{1}{23}$ kr.

33) Für 8 fl. 36 kr. kauft man $\frac{3}{4}$ Ctr.; wie theuer sind $1\frac{7}{8}$ Ctr.? Antwort: $21\frac{1}{2}$ fl.

34) Für $2\frac{3}{5}$ Ctr. muß man 12 fl. zahlen; wie viel kosten $\frac{4}{25}$ Ctr.? Antwort: 44 kr. $1\frac{3}{13}$ pf.

35) Wie theuer ist $\frac{1}{5}$ Ctr., $\frac{1}{4}$ Ctr. zu 7 fl. 13 kr.? Antwort: 5 fl. 46 kr. $1\frac{3}{5}$ pf.

36) Auf $^1/_3$ Tagwerk Wald kommen 250 Wellen- und 3 Klafter Scheitholz; wie viel kommt auf $^1/_8$ Tgw.?
Antwort: $93\,^3/_4$ Well. und $1\,^1/_8$ Klftr.

37) Wie theuer sind $^4/_7$ Pfd. einer Waare, wenn man 8 Thlr. 7 Gr. für $^4/_5$ Pfd. bezahlt? (5 Thlr. 26 Gr. $5\,^1/_7$ Pfg.)

38) Man gibt 5 fl. 17 kr. für $^7/_8$ Ctr.; was kosten $^5/_7$ Ctr.?
Antwort: 4 fl. 18 kr. $3\,^5/_{49}$ pf.

39) $3\,^5/_{12}$ Ctr. zu 15 Thlr.; wie hoch kommen $5\,^7/_8$ Pfd.?
Antwort: 7 Gr. $8\,^{35}/_{41}$ Pfg.

40) Ein Stück enthält 36 Ellen und kostet $16\,^1/_8$ fl.; wie viel Ellen kommen auf 3 fl. 16 kr.? Antwort: $7\,^{63}/_{215}$ Ellen.

41) Ein Faß enthält 2 Fdr. $8\,^7/_{10}$ Eimer und kostet 325 Thlr.; man füllt ein anderes Faß davon, das 1 Fdr. $2\,^1/_2$ Eimer hält. Wie hoch kommt dieß zu stehen? (144 Thlr. 3 Gr. $4\,^{80}/_{109}$ Pfg.)

42) 4 Pfd. $12\,^3/_4$ Loth zu 15 fl. 17 kr. 2 pf.; was kosten 10 Pfd. $24\,^7/_8$ Loth? Antwort: 37 fl. 28 kr. $^{269}/_{563}$ pf.

43) Was kosten $3\,^3/_{10}$ Schff. Korn, wenn man 1 Schff. $2\,^7/_{15}$ Mtz. mit 25 fl. bezahlt? Antwort: 58 fl. 27 kr. $3\,^{63}/_{127}$ pf.

---

44) $^2/_3$ Pfd. für 48 kr. (= $^4/_5$ fl.); wie hoch kommen $^4/_5$ Pfd.?
Antwort: 57 kr. $2\,^2/_5$ pf.

45) In $^5/_6$ Monat verdient A $9\,^7/_8$ Thlr.; wie viel in $^4/_5$ Mon.?
Antwort: 9 Thlr. 14 Gr. $4\,^4/_5$ Pfg.

46) Wie viel Ellen für $16\,^2/_3$ fl., wenn $2\,^1/_2$ Elle $1\,^3/_5$ fl. kosten?
Antwort: $26\,^1/_{24}$ Elle.

47) $3\,^5/_{12}$ Pfd. zu 15 fl. 48 kr. (=?); was kosten $40\,^3/_4$ Pfd.?
Antwort: 188 fl. 26 kr. $2\,^{22}/_{41}$ kr.

48) Was wird ein Stück von $32\,^3/_4$ Ellen kosten, wenn $7\,^1/_5$ Ellen mit $32\,^1/_2$ fl. bezahlt werden? Antwort: 147 fl. $49\,^{19}/_{24}$ kr.

49) $2\,^3/_4$ Ctr. Eisen kosten 25 fl. 24 kr. (=?); was kost. $^2/_3$ Ctr.?
Antwort: 6 fl. $9\,^5/_{11}$ kr.

50) Für $5\,^1/_2$ fl. kauft man 29 Pfd. $20\,^3/_4$ Lth.; wie v. f. $12\,^4/_5$ fl.?
Antwort: 69 Pfd.

---

51) Wenn ich für $8\,^3/_4$ Klftr. Holz 54 fl. 45 kr. bezahlte, wie theuer kam die Klafter zu stehen? Antwort: 6 fl. $15\,^3/_7$ kr.

52 Ein Reisender hielt sich in einem Gasthause $10\,^1/_2$ Tag auf und

mußte bei seiner Abreise 18 fl. 36 kr. bezahlen; wie viel auf 1 Tag? Antwort: 1 fl. $46\frac{2}{7}$ kr.

53) Ein Knecht erhielt nach $4\frac{2}{3}$ Jahren im Ganzen 154 fl. 48 kr. Lohn. Wie viel verdiente er sich jährlich? (33 fl. $10\frac{2}{7}$ kr.)

54) Ein Weinhändler hatte ein Faß Steinwein, der bei Würzburg wächst. Davon verkaufte er so viel, den Eimer zu $48\frac{1}{2}$ fl., daß er $424\frac{3}{8}$ fl. löste. Von dem Reste verkaufte er den Eimer zu $65\frac{2}{3}$ fl. und löste dadurch noch 383 fl. $7\frac{1}{2}$ kr. Wie viel Wein ist in dem Fasse gewesen?

Antwort: $8\frac{3}{4} + 6\frac{5}{6} = 15\frac{7}{12}$ Eimer.

55) Setze bei folgender Rechnung an die Stelle der Fragezeichen die fehlenden Posten:

$3\frac{3}{8}$ Pfd. Kandis à (?)	1	21
? Ellen Tuch à 3 fl. 40 kr. . . .	?	?
? Pfd. Taback à 1 fl. 12 kr. . .	10	12
Summa	28	58

Antwort: $3\frac{3}{8}$ Pfd. K. à 24 kr. = 1 fl. 21 kr.; $4\frac{3}{4}$ Ellen Tuch à 3 fl. 40 kr. = 17 fl. 25 kr.; $8\frac{1}{2}$ Pfd. Taback à 1 fl. 12 kr. = 10 fl. 12 kr.

56) Ein Schüler fertigte folgende Rechnung:

$3\frac{1}{2}$ Pfd. Kaffee à $37\frac{1}{2}$ kr.	2	$11\frac{1}{4}$
$8\frac{3}{4}$ Pfd. Melis à $23\frac{1}{4}$ kr.	3	$23\frac{7}{16}$
$9\frac{7}{8}$ Ellen Tuch, 2 Ell. zu 1 fl. 45 kr.	8	$38\frac{7}{16}$
$\frac{3}{4}$ Pfd. Pfeffer, das Pfund zu 31 kr.	—	$23\frac{1}{4}$
$25\frac{1}{2}$ Ellen Band, 3 Ellen zu 1 Krthlr.	22	57
Summa	37	$30\frac{7}{8}$

Siehe, wo und um wie viel er sich geirrt!

Antwort: Der Fehler liegt im Zusammenzählen; die Summe soll betragen 37 fl. $30\frac{7}{8}$ kr. + $2\frac{1}{2}$ kr. = 37 fl. $33\frac{3}{8}$ kr.

B. Berechnung drei= und mehrgliedriger Aufgaben.

(Zusammengesetzte Regeldetri.)

Beispiel 1. 6 Arbeiter verdienen in 12 Tagen 36 fl.; wie viel verdienen 8 Arbeiter in 15 Tagen?

Mündliche Berechnung:

I. Ich suche zuerst, wie viel 1 Arbeiter in 1 Tag verdient, und dann, was 8 Arbeiter in 15 Tagen erhalten. Das kann auf zweierlei Weise geschehen:

a) verdienen 6 Arbeiter in 12 Tagen 36 fl.; so 6 Arbeiter in 1 Tag 3 fl., 1 Arbeiter in 1 Tag $^1/_2$ fl., 1 Arbeiter in 15 Tagen $7^1/_2$ fl., 8 Arbeiter in 15 Tagen 60 fl.

b) Verdienen 6 Arbeiter in 12 Tagen 36 fl.; so 1 Arbeiter in 12 Tagen 6 fl., 1 Arbeiter in 1 Tag $^1/_2$ fl., 8 Arbeiter in 1 Tag 4 fl., 8 Arbeiter in 15 Tagen 60 fl.

II. Ich löse die zusammengesetzte Regeldetri-Aufgabe in zwei einfache auf. Kann wieder auf 2fache Art geschehen:

a) 6 Arbeiter erhalten in 12 Tagen 36 fl.; wie viel verdienen 8 Arbeiter in derselben Zeit? Antwort: 48 fl.

8 Arbeiter verdienen in 12 Tagen 48 fl., wie viel in 15 Tagen? Antwort: 60 fl.

b) 6 Arb. verd. in 12 Tagen 36 fl., wie viel in 15 Tg.? Antw.: 45 fl.

6 Arb. verd. in 15 Tgn. 45 fl., wie viel verdienen 8 Arbeiter in dieser Zeit? Antwort: 60 fl.

III. Ich ziehe die zusammengesetzte Regeldetri-Aufgabe in eine einfache zusammen. Wieder auf zweierlei Weise:

a) Was 6 Arb. in 12 Tagen verdienen, das verdienen in einem Tag 12 mal 6 oder 72 Arbeiter. Und was 8 Arbeiter in 15 Tagen verdienen, das verdienen in einen Tag 15 mal 8 oder 120 Arbeiter. Nun heißt die Aufgabe: 72 Arb. verdienen 36 fl.; wie viel verdienen 120 Arbeiter? Antwort: 60 fl.

b) Was 6 Arb. in 12 Tagen verdienen, das verdient 1 Arbeiter in 6 mal 12 oder 72 Tagen. Und was 8 Arb. in 15 Tagen erhalten, das bekommt 1 Arb. in 8 mal 15 = 120 Tagen. Die Aufgabe heißt jetzt: In 72 Tagen werden 36 fl. verdient, wie viel in 120 Tagen? Antwort: 60 fl.

Anm. Eine vortreffliche Uebung ist es, die Auflösung solcher Aufgaben von den Schülern, wie hier oben, schriftlich darstellen zu lassen.

Schriftliche Berechnung.

6 Arb. 12 Tg. 36 fl.
8 Arb. 15 Tg. ?

6 Arb.		36 fl.
1 "	6	
8 " (in 12 Tg.)		8
1 "	12	
15 "		15
	2	3
		4
		60 fl.

Die Auflösung zerfällt in zwei Schlußreihen:

a) 6 Arb. verd. in 12 Tg. 36 fl.;
1 " verd. den 6. Theil;
8 " verd. 8 mal so viel und zwar in 12 Tagen.

b) Mithin verdienen 8 Arb. in 1 Tag den 12ten Theil, und in 15 Tagen 15 mal so viel.

Aufgaben.

1) 4 Personen verdienen in 5 Tagen 8 fl.; wie viel verdienen 10 Personen in 15 Tagen? Antwort: 60 fl.

2) Was kosten 12 Ellen 7 Viertel breit, wenn 5 Ellen 8 Vrtl. breit 17 Thlr. 12 Gr. kosten? Antw.: 36 Thlr. 16 Gr. $2\frac{2}{5}$ Pfg.

3) 3 Ctr. 24 Meilen weit zu fahren, kostet 10 fl.; was kosten 12 Ctr. 120 Meilen weit? Antwort: 200 fl.

Beispiel 2. 8 Wägen, welche täglich 10 Stunden lang gehen, bringen einen Schutthaufen in 20 Tagen auf eine andere Stelle. Wie viele Tage zu 8 Stunden würden 12 Wägen daran zu fahren haben. ($16\frac{2}{3}$ Tg.)

Ansatz und Berechnung:

8 Wg.	10 Std.	20 Tg.
12 Wg.	8 Std.	?

8 Wg.			20 Tg.
1 „			8
12 „	(10 Std.)	12	
	1 „		10
	8 „	8	

Der Rechner denkt: 8 Wg. brauchen 20 Tg.; 1 Wg. braucht 8mal so lang; 12 Wg. brauchen den 12. Theil der Zeit, wenn sie täglich 10 Std. fahren; fahren sie täglich 1 Stunde, so 10mal so lang; wenn aber 8 Std., so den 8. Theil.

Aufgaben:

4) Vier Ctr. 7 Meilen weit zu fahren, gibt man 4 fl. 40 kr.; wie weit werden 48 Ctr. um 20 fl. gefahren? ($2\frac{1}{2}$ M.)

5) 7 Arbeiter verdienen in 3 Tagen $17\frac{1}{2}$ fl.; in welcher Zeit verdienen 12 Arbeiter 50 fl.? Antwort: 5 Tg.

6) Wenn 12 Gesellen täglich 8 Stunden lang arbeiten, so vollenden sie ein Werk in 24 Tagen. Wie v. Tg. werden 10 Gesellen dazu brauchen, wenn sie täglich 12 Stunden lang arbeiten? Antwort: $19\frac{1}{5}$ Tg.

7) 9 Arbeiter fertigen einen Graben in 4 Tagen zu 10 Stunden; in welcher Zeit fertigen 6 Arbeiter denselben, den Tag zu 8 Stunden gerechnet? Antwort: $7\frac{1}{2}$ Tg.

8) 5 Pflüge machen ein Feld in 7 Tagen zu 9 Std. um; in welcher Zeit vollenden 3 Pflüge diese Arbeit, den Tag zu 14 Stunden gerechnet? Antwort: $7\frac{1}{2}$ Tg.

9) Wie lange müssen 10 Mann täglich arbeiten, um in 4 Tgn. so viel zu verdienen, als 12 Mann in 5 Tgn. zu 8 Stunden? Antwort: 12 Std.

10) A geht in 15 Tg. zu 12 Std. 200 Stunden Wegs; wie lange muß er täglich gehen, um in 9 Tagen 180 Wegstunden zurückzulegen? Antwort: 18 Std.

Beispiel 3. Wie lange reichen 24 Personen mit dem Brode für 20 fl., wenn der Scheffel Korn 28 fl. kostet und jede Person täglich 20 Loth erhält; da 18 Personen an dem Brode für 12 fl., als der Scheffel 16 fl. kostete und jede Person 1 Pfd. 4 Lth. verzehrte, 10 Tage lang hatten?

Ansatz und Berechnung:

18 Perf.	12 fl. Brod	16 fl. Schff.	36 Lth.	10 Tg.
24 Perf.	20 fl. Brod	28 fl. Schff.	20 Lth.	?

18 Perf.		10 Tg.
1 "		18
24 " (12 fl. Brod)	24	
1 fl. "	12	
20 fl. " (16 fl. Schff.)		20
1 fl. "		16
28 fl. " (36 Lth.)	28	
1 "		36
20 "	20	
	7	90 | $12\frac{6}{7}$

Aufgaben.

11) Ein Graben, der 24 Schuh lang, 4 Schuh breit und 3 Schuh tief ist, kostet 8 fl. zu machen; was kostet ein anderer Graben von 150 Schuh Länge, 5 Schuh Breite und 2 Schuh Tiefe? Antwort: 41 fl. 40 kr.

12) 16 Arbeiter verdienen in 8 Monat, den Mon. zu 24 Tg. und den Tag zu 13 Std. gerechnet, 3840 fl. Was verdienen 24 Arb. in 5 Mon., den Mon. zu 25 Tg. und den Tag zu 12 Stunden angenommen? Antwort: 3461 fl. $32\frac{4}{13}$ kr.

13) 160 Arbeiter, welche 8 Wochen, täglich 12 Stunden arbeiten, kosten 5120 fl.; wie viele Arb., welche 14 Wochen, tägl. 10 Stdn. arbeiten, können mit 2520 fl. gehalten werden? (54 Arb.)

14) Eine bayerische Klafter Holz ist 6 Fuß weit, 6 Fuß hoch und $3\frac{1}{2}$ Fuß tief (Scheitlänge). Wie vielen dergleichen Klaftern kann ein Haufen Scheitholz gleich gerechnet werden, welcher 120 Fß. weit (oder lang), 15 Fuß hoch und 3 Fuß tief ist? ($42\frac{6}{7}$ Klftr.)

15) Ein Fuhrmann fährt $50\frac{1}{2}$ Ctr. für 120 fl. 40 Stunden weit, wenn der Scheffel Hafer 6 fl. 45 kr. kostet; wie viel wird er verlangen, $80\frac{4}{5}$ Ctr 75 Stunden weit zu fahren, wenn der Hafer 9 fl. 40 kr. kostet? Antwort: 515 fl. $55\frac{15}{27}$ kr.

Zusatz.

Zur Notiz für den Lehrer folgt noch die Berechnung einiger Aufgaben nach der Zweisatzform in anderer Weise.

a) Nach Stern.

Beispiel 1. 32 Ellen zu 90 fl.; wie viel kosten 20 Ellen?

	Ell.		fl.
Ansatz:	32	,	90
	20	,	?
Aufl.:	32	,	90
	4	,	$\frac{90}{8} = 11\frac{1}{4}$.
	20	,	$5 \times 11\frac{1}{4} = 56\frac{1}{4}$.

Oder:

Ell.		fl.
32	,	90
20	,	?
32	,	90
1	,	$\frac{90}{32} = 2\frac{13}{16}$.
20	,	$20 \times 2\frac{13}{16} = 56\frac{1}{4}$.

Beispiel 2. Für 4 fl. erhält man $\frac{3}{8}$ Pfd.; was kosten 16 Pfd.?

	Pfd.		fl.
Ansatz:	$\frac{3}{8}$	,	4
	16	,	?
Berechnung:	$\frac{3}{8}$	,	4
	$\frac{1}{8}$	,	$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
	$\frac{8}{8}$ oder 1	,	$8 \times 1\frac{1}{3} = 10\frac{2}{3}$
	16	,	$16 \times 10\frac{2}{3} = 170\frac{2}{3}$.

Beispiel 3. $\frac{3}{4}$ Pfd. kosten $1\frac{5}{8}$ fl.; was kosten $2\frac{2}{5}$ Pfd.?

	Pfd.		fl.
Ansatz:	$\frac{3}{4}$	,	$1\frac{5}{8}$
	$2\frac{2}{5}$	,	?
Berechnung:	$\frac{3}{4}$	,	$\frac{13}{8}$;
	$\frac{1}{4}$	,	$\frac{13}{8 \times 3} = \frac{13}{24}$;
	1	,	$\frac{13 \times 4}{24} = \frac{52}{24}$;
	$\frac{1}{5}$	,	$\frac{52}{24 \times 5} = \frac{52}{120}$;
	$2\frac{2}{5} = \frac{12}{5}$	,	$\frac{52 \times 12}{120} = \frac{624}{120} = 5\frac{1}{5}$ fl.

Beispiel 4. Für 9 fl. 36 kr. 25 Pfd. 20 Loth; wie viel für 50 fl.?

Ansatz und Berechnung:

fl.		Pfd.		fl.		Pfd.
$9\frac{3}{5}$	,	$25\frac{5}{8}$	abgekürzt:	$9\frac{3}{5}$	,	$25\frac{5}{8}$
50	,	?		50	,	?
$9\frac{3}{5} = \frac{48}{5}$	,	$\frac{205}{8}$		$\frac{48}{5}$	,	$\frac{205 \times 5 \times 50}{8 \times 48}$
$\frac{1}{5}$	,	$\frac{205}{8 \times 48}$		$\frac{1}{5}$	,	
1	,	$\frac{205 \times 5}{8 \times 48}$		1	,	
50	,	$\frac{205 \times 5 \times 50}{8 \times 48}$		50	,	

$$\frac{205 \times 5 \times 50}{8 \times 48} = \frac{51250}{384} = 133 \text{ Pfd. } 14\frac{5}{6} \text{ Lth.}$$

Beispiel 5. 12 Wägen bringen einen Schutthaufen, wenn sie täglich 8 Stunden lang gehen, in 6 Tagen auf eine andere Stelle. Wie viele Tage zu 10 Stunden werden 9 Wägen dazu brauchen?

Ansatz:	Wg.		Std.		Tg.
	12	,	8	,	6
	9	,	10	,	?

Berechnung:	Wg.		Std.	
	12	,	8	,
	12	,	1	,
	1	,	1	,
	1	,	10	,
	9	,	10	,

$$\frac{\overset{2}{\not{6}} \times 8 \times \overset{4}{\not{12}}}{\underset{5}{\not{10}} \times \underset{3}{\not{9}}} = \frac{32}{5} = 6\frac{2}{5} \text{ Tg.}$$

b) Nach Hentschel.

Beispiel 1. 1500 Stück zu 650 fl.; was kosten 3425 Stück?

Ansatz:

1500 St.	650 fl.
3425 St.	?

Berechnung.

a.

1500 St. — 650 fl.

1 " — $\frac{650}{1500}$ "

3425 " — $\frac{650 \times 3425}{1500}$

$= \frac{65 \times 3425}{150} = \frac{65 \times 137}{6}$

$= \frac{8905}{6} = 1484\frac{1}{4}$ fl.

b.

$$\begin{array}{r} 137 \\ 65 \\ \hline 685 \\ 822 \\ \hline 6 \mid 8905 \mid 1484\tfrac{1}{4} \text{ fl.} \\ 6 \\ \hline 29 \\ 24 \\ \hline 50 \\ 48 \\ \hline 25 \\ 24 \\ \hline 1 \end{array}$$

Zuerst wurde 650 gegen 1500 durch 10 gekürzt, dann 150 gegen 3425 durch 25.

Abgekürzte Darstellung.

1500 St.

1 "

3425 "

$$\frac{65\not{0} \times \overset{137}{\not{3425}}}{\underset{6}{\not{1500}}} = \frac{8905}{6} = 1484\tfrac{1}{4} \text{ fl.}$$

Beispiel 2. 3 Pfd. 25 Loth zu 16 fl. 21 kr.; was kosten 22 Lth.?

Ansatz.

3 Pfd. 25 Loth — 16 fl. 21 kr.

22 " — ? " "

Berechnung.

1.

a.

$$\begin{array}{r} 3 \text{ Pfd. } 25 \text{ Loth} \\ 32 \\ \hline 121 \text{ Loth} \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 16 \text{ fl. } 21 \text{ kr.} \\ 60 \\ \hline 981 \text{ kr.} \end{array}$$

2.

121 Loth

1 "

22 "

$$\frac{981 \times 22}{121} = \frac{21582}{121} = 178\tfrac{44}{121} \text{ kr.}$$

$$= 2 \text{ fl. } 58\tfrac{44}{121} \text{ kr.}$$

Beispiel 3. Für $4\frac{3}{4}$ Thlr. $5\frac{1}{2}$ Pfd.; wie viel für $6\frac{1}{3}$ Thlr.?

Ansatz.

$4\frac{3}{4}$ Thlr. $5\frac{1}{2}$ Pfd.
$6\frac{1}{3}$ " ? "

Berechnung.

$$4\frac{3}{4} \text{ Thlr.} = 5\frac{1}{2} \text{ Pfd.}$$

$$1 \;\text{"} = \frac{5\frac{1}{2}}{4\frac{3}{4}} = \frac{11 \times 4}{2 \times 19}$$

$$6\frac{1}{3} \;\text{"} = \frac{6\frac{1}{3} \times 11 \times 4}{2 \times 19} = \frac{\cancel{19} \times 11 \times \overset{2}{\cancel{4}}}{3 \times \cancel{2} \times \cancel{19}} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3} \text{ Pfd.}$$

Beispiel 4. 12 Mann verdienen in 16 Tagen 129 fl. 36 kr.; wie viele Mann werden in 30 Tagen 972 fl. verdienen?

Ansatz.

16 Tag , $129\frac{3}{5}$ fl. = 12 Mann;
30 " , 972 " = ? "

Berechnung.

$$16 \text{ Tag}, \; \frac{648}{5} \text{ fl.} = 12 \text{ Mann};$$

$$16 \;\text{"}, \; 648 \text{ fl.} = 5 \times 12 \text{ Mann};$$

$$16 \;\text{"}, \; 1 \text{ fl.} = \frac{5 \times 12}{648} \text{ Mann};$$

$$1 \;\text{"}, \; 1 \text{ fl.} = \frac{16 \times 5 \times 12}{648} \text{ Mann};$$

$$1 \;\text{"}, \; 972 \text{ fl.} = \frac{972 \times 16 \times 5 \times 12}{648} \text{ Mann};$$

$$30 \;\text{"}, \; 972 \text{ fl.} = \frac{972 \times 16 \times 5 \times 12}{30 \times 648} \text{ Mann};$$

$$\frac{\overset{\overset{12}{\cancel{108}}}{\cancel{972}} \times \overset{4}{\cancel{16}} \times \cancel{5} \times \overset{2}{\cancel{12}}}{\underset{\cancel{6}}{\cancel{30}} \times \underset{\underset{\underset{\cancel{9}}{\cancel{81}}}{\cancel{324}}}{\cancel{648}}} = 12 \times 4 = 48 \text{ Mann.}$$

8. Der Dreisatz
oder
die Regula de tri.

A. Einfache Regeldetri.

I. Mit einfach benannten ganzen Zahlen.

1) Die Zahlen gleicher Art haben gleiche Namen.

a) Aufgaben mit geraden Verhältnissen.

Beispiel 1. Für 44 kr. erhalte ich 1 Elle; was kosten 13 Ellen?

Betrachtung der Aufgabe.

Die Aufgabe enthält drei benannte Zahlen. Zwei derselben (1 Elle und 13 Ellen) bezeichnen Dinge gleicher Art. Die dritte (44 kr.) ist diesen ungleichartig.

Von einer der zwei gleichartigen Größen ist der Werth gegeben; der Werth von 1 Elle = 44 kr. Von der andern ist er zu berechnen; der Werth von 13 Ellen =? Es ist also zu (oder aus) den drei gegebenen Zahlen die entsprechende vierte Zahl zu suchen. Daher nennt man Aufgaben dieser Art Regeldetri-Aufgaben, d. i. Aufgaben mit 3 Zahlen oder Sätzen (de tri), wozu nach einer gewissen Regel oder Weise die verlangte vierte Zahl gefunden werden soll.

Fertigung des Ansatzes.

Die Fragezahl (13 Ell.) setzt man zur Rechten; die Zahl, welche Dinge von derselben Art bezeichnet, zur Linken, und die Zahl, welche mit dieser von gleichem Werthe ist und Dinge anderer Art in sich begreift, zwischen beide.

1 Elle 44 kr. 13 Ellen

Das ist der Ansatz. Er wird gelesen: 1 Elle zu 44 kr.; was kosten 13 Ellen?

Berechnung.

Wenn 1 Elle 44 kr. kostet, so kosten 13 Ellen 13 mal 44 kr. Die 44 kr. sind daher durch 13 zu multipliciren.

```
1 Elle        44 kr.  ×  13 Ellen
              13
             ----
             132
              44
       60 |  572 | 9 fl. 32 kr.
             540
             ----
              32
```

13 mal 44 kr. = 572 kr. = 9 fl. 32 kr.

Beispiel 2. Wie hoch kommt 1 Schff, wenn 18 Schff. 513 fl. kosten?

Ansatz und Berechnung.

```
18 Schff.          513 fl.          1 Schff.
------------------------------------------------
         18  |  513 fl.  |  28 fl.
                36
                ---
                153
                144
                ---
                  9
                 60
                ---
         18  |  540 kr.  |  30 kr.
                 54
                ---
                  0
```

Kosten 18 Schff. 513 fl., so kommt 1 Schff. auf den 18. Theil von 513 fl.; um diesen Theil zu finden, muß ich mit 18 in 513 fl. theilen.

Beispiel 3. 9 Ellen kosten 14 fl.; wie hoch kommen 13 Ell.?

Ansatz und Berechnung.

9 Ellen 14 fl. 13 Ellen

9 Ellen kosten 14 fl.; **1** Elle kostet den 9. Theil von 14 fl. Um diesen Theil zu erhalten, muß ich mit 9 in 14 fl. theilen. (Dieß zeige ich vorläufig durch einen Strich zwischen 9 und 14 fl. an) **13** Ellen kosten 13 mal so viel als 1 Elle. Sie kosten also den 9. Theil von **13** mal 14 fl. Demnach habe ich die 14 fl. durch 13 zu multipliciren (×) und das Produkt durch 9 zu theilen.

```
9 Ellen  |  14 fl.  ×  13 Ellen
            13
            ---
            42
            14
            ---
      9  |  182  |  20 fl.
            18
            ---
             2
            60
            ---
      9  |  120 kr.  |  13 1/3 kr.
             9
            ---
            30
            27
            ---
             3
```

Anm. Der vordere Satz ist der Divisor. Der zweite und dritte, mit einander multiplicirt, geben den Dividenden; sie sind daher als die Faktoren des Dividenden zu betrachten. Der Quotient ist die verlangte Antwort.

(Aufgaben: Seite 266 und 267, von Nr. 1 bis 10.)

(Das Heben.)

Beispiel 4. 21 Arbeiter verdienen 98 fl.; wie viel kommt auf einen derselben?

Ansatz und Berechnung.

7	21 Arb.	98 fl.	1 Arb.
	3	14 fl.	$4\frac{2}{3}$ fl.
		12	
		2	

21 Arbeiter verdienen 98 fl.; 1 Arb. erhält daher den 21. Theil von 98 fl. Wie suchen wir denselben auf die bequemste Weise im Kopfe? $21 = 7 \times 3$. Wir suchen zuerst den 7. Theil von 98 fl. und aus dem 7. Theil den dritten. Der 7. Theil von 98 (oder $70 + 28$) fl. $=$ 14 fl. Jetzt ist nur noch mit 3, d. i. mit dem 7. Theil von 21, in 14 fl., d. i. in den 7. Theil von 98 fl. zu dividiren. Der 21. Theil von 98 fl. $=$ dem 3. Theil von 14 fl. $= 4\frac{2}{3}$ fl.

Dasselbe geschieht beim schriftlichen Rechnen, wenn wir 21 und 98 durch 7 heben. Dadurch werden Divisor und Dividend zugleich auch 7mal so klein. Anstatt mit 21 in 98 fl. haben wir dann nur noch mit dem 7. Theil von 21 ($=$ 3) in den 7. Theil von 98 ($=$ 14) fl. zu theilen, wodurch sich derselbe Quotient ergibt.

Beispiel 5. Für 58 fl. kauft man 24 Pfd.; was kosten 42 Pfd.?

Ansatz und Berechnung.

6	24 Pfd.	58 fl.	$\times$	42 Pfd.
2	4	58 fl.	$\times$	7
	2	29 fl.	$\times$	7
		7		
2	203	$101\frac{1}{2}$ fl.		

Ein Blick auf die Zahlen zeigt, daß man den Theiler (24) gegen die Faktoren des Dividenden (58 und 42) heben kann.

Zuerst geschieht dieß mit 24 und 42 durch 6. Jetzt ist nur noch mit dem 6. Theil von 24, d. i. mit 4, in den 6. Theil von 42mal 58 fl., d. i. in 7mal 58 fl. zu dividiren.

Hierauf heben wir 4 und 58 durch 2. Nun bleibt noch mit dem halben Theil von 4, d. i. mit 2, in den halben Theil von 7mal 58, d. i. in 7mal 29 zu theilen.

24 = 6 × 4 = 6 × 2 × 2; der 6. Theil von 42mal 58 fl. = 7mal 58 fl.; der 2. Theil von 7mal 58 fl. = 7mal 29 fl.; der 2. Theil von 7mal 29 oder 203 fl. = $101\frac{1}{2}$ fl.

(Aufgaben: Seite 268, von Nr. 11 bis 18.)

b) Aufgaben mit umgekehrten Verhältnissen.

α) Mündlich. (Seite 268.)

β) Schriftlich.

Beispiel. 9 Männer vollenden eine Arbeit in 21 Wochen; wie lange haben 10 damit zu thun?

Ansatz und Berechnung.

9 M.		21 Woch.	10 M.
10		21 Woch. × 9	
		9	
	10	189	= $18\frac{9}{10}$ Wochen.

9 Männer haben 21 Wochen nöthig; 1 Mann braucht 9mal so lang. Die 21 Wochen sind daher durch 9 zu multipliciren. Darum setze ich die 9 als Multiplikator hinter die 21 Wochen. — 1 Mann braucht 9mal 21 Wochen; 10 Männer bedürfen nur den 10. Theil dieser Zeit. Die 9mal 21 Wochen sind daher durch 10 zu theilen. Darum setze ich 10 als Theiler vor. 9mal 21 Wochen = 189 Wochen; 189 Wochen, getheilt durch 10, = $18\frac{9}{10}$ Wochen. Also 2c.

(Aufgaben: Seite 270, von Nr. 19 bis 28.)

2) Die Zahlen gleicher Art haben verschiedene Namen.

Beispiel. Wie viel für 48 fl., wenn 6 Pfd. 45 kr. kosten?

Ansatz und Berechnung.

	45 kr.	6 Pfd.	48 fl.
			60
5	45 kr.	6 „ ×	2880 (kr.)
3	9	6 „ ×	576
3	3	6 „ ×	192
	1	6 „ ×	64 = 384 Pfd.

Im vorderen Gliede stehen Kreuzer, im hinteren Gulden. Um die Auflösung durch einen Divisions- und einen Multiplikationsschluß bewerkstelligen zu können, so

muß man die zwei äußern Glieder auf gleiche Namen bringen. Das ist Hauptgrundsatz bei dieser Rechenform, in ganzen wie in gebrochenen Zahlen. Wir machen daher die 48 fl. auch zu Kreuzer. Dann heißts: Für 45 kr. 6 Pfd.; wie viel für 2880 kr.?

(Aufgaben: Seite 272, von Nr 29 bis 36.)

II. Mit mehrfachbenannten ganzen Zahlen.

Beispiel 1. 1 Mtz. Korn zu 4 fl. 36 kr.; was kosten 5 Schff. 4 Mtz.?

Ansatz und Berechnung.

1 Mtz. 4 fl. 36 kr. 5 Schff. 4 Mtz.
60 6
276 kr. × 34 Mtz.
34
1104
828
60 | 9384 | 156 fl. 24 kr.

Beispiel 2. 3 Fdr. 5 Eim. kosten 1275 fl.; wie hoch kommt 1 Ms.?

Ansatz und Berechnung.

3 Fdr. 5 Eim. 1275 fl. 48 kr. 1 Ms.
12 60
41 Eim. 2624 | 76548 kr. | $29\frac{113}{656}$ kr.
64
164
246
2624 Ms.

Beispiel 3. Wie hoch kommen 4 Pfd. 24 Loth, wenn man für 13 Pfd. 21 Lth. 5 fl. 24 kr. zahlen muß?

Ansatz und Berechnung.

13 Pfd. 21 Lth. 5 fl. 24 kr. 4 Pfd. 24 Lth.
32 60 32
47 324 kr. 128
39 + 24
437 (Loth) | 324 kr. × 152 (Loth)
152
648
1620
324
437 | 49248 kr. | $112\frac{304}{437}$ kr. = 1 fl. $52\frac{304}{437}$ kr.

(Aufgaben: Seite 273, von Nr. 37 bis 60.)

III. Mit gebrochenen Zahlen.

a) Mündlich. (Siehe Seite 276.)

b) Schriftlich.

Beispiel 1. Für 1 Thlr. erhalte ich $^7/_8$ Pfd., wie viel für 25 Thlr.?

Ansatz und Berechnung.

1 Thlr.	$^7/_8$ Pfd.	×	25 Thlr.
8	7 Pfd.	×	25

```
        25
    8 | 175 | 21 Pfd. 28 Lth.
        16
        15
         8
         7
         - Pfd. = 28 Lth.
         8
```

Für 25 Thlr. erhalte ich 25 mal $^7/_8$ Pfd. Wie multiplicire ich $^7/_8$ Pfd. durch 25? Ich rechne 25 mal 7 Pfd., und theile das Produkt durch 8. Ich betrachte also die $^7/_8$ Pfd. als 7 ganze Pfund und setze den Nenner 8 als Theiler. 25 mal 7 Pfd. = 175 Pfd.; 25 mal $^7/_8$ Pfd. ist nur der 8. Theil davon; der 8. Theil von 175 Pfd. = 21 Pfd. 28 Lth.

(Aufgaben: Seite 277, von Nr. 1 bis 6.)

Beispiel 2. A verzehrt in 1 Woche und 5 Tg. $7^4/_5$ fl.; wie viel in 1 Tg.?

Ansatz und Berechnung.

1 Woch. 2 Tg.	$7^4/_5$ fl.	1 Tg.
9 Tg.	39 fl.	
× 5	60	
45	2340 kr.	52 kr.
	225	
	90	
	90	

1 Woche 2 Tag = 9 Tg.; $7^4/_5$ fl. = $^{39}/_5$ fl. In 9 Tagen verzehrt A $^{39}/_5$ fl., mithin in 1 Tag den 9. Theil von $^{39}/_5$ fl. Die $^{39}/_5$ fl. betrachte ich als 39 ganze Gulden. Dadurch wird der Dividend 5 mal so groß. Würde ich jetzt, d. i. mit 9 in 39 fl. theilen, so würde ich das 5fache von dem erhalten, was sich eigentlich ergeben darf. Um das richtige Ergebniß zu bekommen, hätte ich dann noch durch 5 zu theilen. Statt dessen multiplicire ich den

Theiler 9 mit 5, und theile gleich durch 5 mal 9 oder 45. Ich dividire also jetzt, anstatt mit 9 in $^{39}/_{5}$ fl., mit dem 5fachen von 9, d. i. mit 45, in das 5fache von $^{39}/_{5}$ fl., d. i. in 39 ganze Gulden, wodurch sich der gleiche Quotient ergibt.

Der 45. Theil von 39 fl. ist kein ganzer Gulden. 39 fl. = 2340 kr.; der 45. Theil von 2340 kr. = 52 kr. Also verzehrt A in 1 Tag 52 kr.

(Aufgaben: Seite 278, von Nr. 7 bis 12.)

Beispiel 3. Um $^{5}/_{6}$ fl. erhalte ich 8 Loth; was kosten 13 Loth?

Ansatz und Berechnung.

8 Loth	$^{5}/_{6}$ fl. × 13 Loth	
8	5 fl. × 13	
× 6	13	
48	65	1 fl. 21 kr. 1 pf.

8 Lth. kosten $^{5}/_{6}$ fl.; 1 Loth kostet den 8. Theil von 1 mal $^{5}/_{6}$ fl.; 13 Lth. kosten den 8. Theil von **13** mal $^{5}/_{6}$ fl. — Für $^{5}/_{6}$ fl. setze ich 5 ganze Gulden; ich rechne also 13 mal 5 fl. Das ist 6 mal so viel als 13 mal $^{5}/_{6}$ fl. Dafür multiplicire ich auch den Theiler 8 durch 6.

Beispiel 4. Was kosten $4^{1}/_{8}$ Pfd., wenn man für $^{7}/_{8}$ Pfd. 12 fl. 48 kr. zahlt?

Ansatz und Berechnung.

$^{7}/_{8}$ Pfd.	$12^{4}/_{5}$ fl.	$4^{1}/_{8}$ Pfd.
7	64 fl. × 33	
× 5	33	
35	192	
	192	
	2112	60 fl. 20 kr. $2^{2}/_{7}$ pf.

Wie beim schriftlichen Rechnen überhaupt, so ist hier insbesondere eine feste Ordnung in der Aufeinanderfolge der einzelnen Verrichtungen durchaus nothwendig. Dieselbe wird nun ein für allemal bestimmt.

Das Erste ist, daß man die zwei äußern Sätze, wenn sie nicht schon gleichnamig sind, gleichnamig macht, und dann von dem vorderen Satze auf den hinteren schließt.

Das Zweite ist, daß man den mittleren Satz, wenn derselbe aus einer gemischten Zahl besteht, einrichtet, und ihn, sowie den vorderen Satz, auf das Sovielfache erhebt, als sein Nenner sagt.

Das Dritte und Letzte ist, daß man die Operationen, welche beim Schließen angedeutet worden sind, vollzieht.

Bei vorstehender Aufgabe verwandeln wir also zuerst die $4\,^1/_8$ Pfd. in lauter 8tel-Pfd. und schließen dann von $^7/_8$ Pfd. über $^1/_8$ Pfd. auf $^{33}/_8$ Pfd., woraus sich ergibt, daß diese den 7. Theil von 33 mal $12\,^4/_5$ fl. kosten. — Hierauf richten wir den mittleren Satz ($12\,^4/_5$ fl.) ein und erheben ihn, sowie den Theiler 7, auf das 5fache ihres Werthes. Dieß geschieht, indem wir für $^{64}/_5$ fl. gleich 64 ganze Gulden setzen und den Theiler 7 durch 5 multipliciren. — Dann nehmen wir die 64 fl. 33 mal und theilen das Produkt durch 35.

(Aufgaben: Seite 279, von Nr. 13 bis 26.)

Beispiel 5. Für 75 fl. 30 kr. kauft man 7 Ctr.; was thun $^3/_5$ Ctr.? Antwort: 6 fl. $28\,^2/_7$ kr.

Ansatz.

7 Ctr.	$75\,^1/_2$ fl.	$^3/_5$ Ctr.
5		
35	151 fl.	× 3
× 2		
70		

Zuerst bringen wir den vordern und den hintern Satz auf gleiche Theile. Dieß geschieht dadurch, daß wir die 7 Ctr. auch in 5tel-Ctr. verwandeln. Nun heißt es: $^{35}/_5$ Ctr. kosten $75\,^1/_2$ fl.; was kosten $^3/_5$ Ctr.? Die kosten den 35. Theil von 3 mal $75\,^1/_2$ fl.

Hierauf richten wir $75\,^1/_2$ fl. ein; $75\,^1/_2$ fl. $= {}^{151}/_2$ fl. Wir setzen aber 151 ganze Gulden und theilen dafür, anstatt mit 35, mit 2 × 35 oder 70.

Beispiel 6. 3 Pfd. 8 Lth. zu 2 fl. 40 kr.; wie theuer sind 5 Ctr. 40 Pfd.? Antwort: 443 fl. $4\,^8/_{13}$ kr.

Ansatz.

$3\,^1/_4$ Pfd.	$2\,^2/_3$ fl.	540 Pfd.
		4
13	8 fl.	× 2160
× 3		

Beispiel 7. Wie viel kosten 28 Lth., wenn $3\,^2/_3$ Pfd. auf 15 Thlr. 12 Gr. kommen? Antwort: 3 Thlr. $20\,^1/_4$ Gr.

Ansatz.

$3\,^2/_3$ Pfd.	$15\,^2/_5$ Thlr.	$^7/_8$ Pfd.
11		7
8		3
88	77 Thlr.	× 21
× 5		

Nachdem $3\frac{2}{3}$ Pfd. eingerichtet sind, werden die beiden äussern Sätze in gleiche Theile verwandelt. Dieß geschieht, wenn man die $^{11}/_{3}$ Pfd. durch 8, und die $^{7}/_{8}$ Pfd. durch 3 erweitert. Dann heißt es: 88 Theile (nämlich 24stel) kosten $15\frac{2}{5}$ Thlr.; was kosten 21 Theile (von derselben Größe)? Die kosten den 88. Theil von 21 mal $15\frac{2}{5}$ Thlr.

Nun richte ich $15\frac{2}{5}$ Thlr. ein, setze aber 77 ganze Thlr. und multiplicire dafür den Theiler 88 durch 5.

(Aufgaben: Seite 281, von Nr. 27 bis 56.)

B. Zusammengesetzte Regeldetri.

Beispiel 1. 8 Arbeiter verdienen in 6 Tagen 36 fl.; wie viel werden 5 Arbeiter in 7 Tagen verdienen?

Betrachtung der Aufgabe.

8 Arbeiter verdienen in 6 Tagen 36 fl. Die 36 fl. werden eigentlich nicht für die 8 Arbeiter und nicht für die 6 Tage gezahlt, sondern für das, was die 8 Arbeiter in den 6 Tagen leisten. Der Werth ihrer Leistung = 36 fl. Die Größe der Leistung und deßhalb auch deren Werth hängt aber von den Arbeitern, welche dabei thätig sind, und von der Zeit, welche dazu verwendet wird, ab. Daher kann man auch setzen:

$$\left.\begin{matrix}\text{8 Arbeiter}\\ \text{6 Tage}\end{matrix}\right\} = 36 \text{ fl.};\quad \left.\begin{matrix}\text{5 Arbeiter}\\ \text{7 Tage}\end{matrix}\right\} = ?$$

Von zwei verschiedenartig benannten Zahlen ist demnach der Werth in einer benannten Zahl gegeben, und von zwei andern, jenen gleichartig benannten Zahlen ist der Werth zu suchen. Es ist also aus 5 gegebenen Zahlen die die fehlende 6. Zahl durch Rechnung zu finden — daher die frühere Bezeichnung: Regel von 5 Sätzen = **Regula de quinque.**

Ansatz und Berechnung.

8 Arb.	36 fl.	5 Arb.
6 Tage		7 Tage.

Zuerst untersucht man, ob die vorderen Glieder theilen und die hinteren multipliciren. 8 Arbeiter verdienen 36 fl.; 1 Arbeiter verdient den 8. Theil von 36 fl.; 5 Arbeiter verdienen den 8. Theil 5 mal. Nun steht:

8 Arb. |	36 fl.	×	5 Arb.
6 Tage			7 Tage

Werden in 6 Tagen 36 fl. verdient, so kommt auf 1 Tag der 6. Theil, auf 7 Tage aber kommt dieser Theil 7 mal.

	8 Arb.	36 fl.	×	5 Arb.
	6 Tage		×	7 Tage
12	48	36 fl.	×	35
	4	3 fl.	×	35

Verdienen 8 Arbeiter in 6 Tagen 36 fl., so verdient 1 Arbeiter in 1 Tag $\frac{1}{8} \times \frac{1}{6}$ mal so viel, d. i. 36 fl., getheilt durch 8×6 oder 48; 5 Arbeiter aber verdienen in 7 Tagen 5×7 mal so viel, als 1 Arb. in 1 Tag, d. i. 5×7 oder 35 mal 36, getheilt durch 48.

Die beiden Theiler (8 und 6), sowie die zwei Multiplikatoren (5 und 7) werden also mit einander multiplicirt. Hierauf wird wie bei der einfachen Regeldetri verfahren. 48 und 36 werden durch 12 gehoben. Dann wird aus 35 mal 3 fl. der 4. Theil gesucht.

(Aufgaben: Seite 285, von Nr. 1 bis 3.)

Beispiel 2. 5 Ctr. 8 Meilen weit zu fahren, kostet 7 fl. 45 kr.; wie weit werden 24 Ctr. um 75 fl. befördert.

Ansatz und Einrichtung.

5 Ctr.	8 Meilen	24 Ctr.
$7\frac{3}{4}$ fl.		75 fl.
31		4
		300

24	8 M.	×	5
31		×	300
3			100
31	1 M.	×	500

Das Erste ist, daß man $7\frac{3}{4}$ fl. und 75 fl. in gleiche Theile, nämlich in lauter 4tel-fl. verwandelt. Dann wird geschlossen:

a) Werden 5 Ctr. (für $\frac{31}{4}$ fl.) 8 Meilen weit gefahren, so wird 1 Ctr. für dasselbe Geld 5 mal so weit geschafft. Mit dem Satze 5 ist also zu multipliciren, folglich mit 24 zu dividiren; 5 hinter, 24 vor.

b) Fährt man 5 Ctr. um $\frac{31}{4}$ fl. 8 Meilen weit, so fährt man sie für $\frac{1}{4}$ fl. nur den 31. Theil dieses Wegs. Mit 31 ist daher zu theilen, durch 300 also zu multipliciren.

Mithin hat man die 8 Meilen durch 5×300 zu multipliciren und das Produkt durch 24×31 zu dividiren. Man kann aber vorher 24 gegen 8, und die aus 24 sich ergebene 3 gegen 300 heben.

Beispiel 3. 8 Wägen, welche täglich 10 Std. lang gehen, bringen einen Schutthaufen in 20 Tg. auf eine andere Stelle. Wie viele Tage zu 8 Std. werden 12 Wägen daran zu fahren haben?

Ansatz und Einrichtung.

8 Wg.	20 Tg.	12 Wg.
10 Std.		8 Std.

12	20 Tg. ×	8
8	×	10

8 Wägen brauchen 20 Tage; 1 Wagen braucht 8 mal so lang (8 hinter, 12 vor). — 8 Wägen brauchen bei 10 stündiger Arbeit 20 Tage, bei 1 stündiger Arbeit 10 mal so lang (10 hinter, 8 vor.)

(Aufgaben: Seite 285, von Nr. 4 bis 15.)

Anm. Damit, daß wir den Zwei- und Dreisatz gegeben haben, ist nicht gemeint, daß beide Rechnungsweisen in einer und derselben Schule vorzuführen seien. Wir rathen vielmehr, bei einer Form zu bleiben, hierin aber eine auf Selbstbewußtsein und Selbstthätigkeit beruhende und darum sichere Fertigkeit zu erstreben. Bei den nun folgenden, nach den Gegenständen der Rechnung geordneten und benannten Aufgaben geben wir, um den Raum zu sparen, gewöhnlich nur den Ansatz für die Regeldetri. Denkt man sich das dritte Glied desselben unter das erste gestellt, so verwandelt sich der Dreisatz in den Zweisatz.

I. Tausch-Rechnung.

Aufgabe 1. **A** gibt dem **B** 3 Schff. Korn, den Scheffel zu 10 fl. 45 kr. und bekommt dagegen $3\frac{1}{2}$ Schff. Dinkel, den Scheffel zu 7 fl. 20 kr. Wer muß dem andern hinauszahlen und wie viel?

Auflösung: Um die gestellte Frage beantworten zu können, so muß man den Werth des Getreide-Quantums, das Einer dem Andern gibt, berechnen. Das werden 2 einfache Regeldetri-Aufgaben.

1 Schff. Korn zu $10\frac{3}{4}$ fl.; was kosten 3 Schff.? Antw.: 32 fl. 15 kr.

1 Schff. Dinkel zu $7\frac{1}{3}$ fl.; was kosten $3\frac{1}{2}$ Schff.? Antw.: 25 fl. 40 kr.

A gibt dem **B** an Korn	32 fl. 15 kr.;
dafür erhält er an Dinkel	25 fl. 40 kr.;
also hat **A** von **B** noch gut	6 fl. 35 kr.

Aufgabe 2. Ein Zeugmacher gibt einem Schäfer 36 Ellen Wollenzeug, die Elle zu 1 fl. 12 kr. Dagegen nimmt er 50 Pfd. Wolle, das Pfd. zu 55 kr. Wie viel muß der Eine dem Andern noch an baarem Gelde zahlen?

Antwort: Der Zeugmacher dem Schäfer 2 fl. 38 kr.

Aufgabe 3. Einer hat Seide, das Pfund zu 8 Thlr. 6 Gr.; ein Anderer hat Sammt, das Stück zu 18 Thlr. 20 Gr. Wie viel Pfund Seide muß jener diesem für $23\frac{1}{2}$ Stück Sammt geben?

Antwort: 53 Pfd. 15 Lth. $3\frac{59}{123}$ Qt.

Auflösung: Zuerst berechnet man den Werth der $23\frac{1}{2}$ Stck. Sammt.

1 Stck. zu $18\frac{2}{3}$ Thlr.; was kosten $23\frac{1}{2}$ Stck.? ($438\frac{2}{3}$ Thlr.)

Hierauf, wie viel Pfd. Seide nöthig sind, damit ihr Werth gleichfalls $438\frac{2}{3}$ Thlr. beträgt. Die Aufgabe heißt:

Für $8\frac{1}{5}$ Thlr. 1 Pfd. Seife; wie viel für $438\frac{2}{3}$ Thlr.?

Aufgabe 4. Ein Kaufmann gibt in eine Zuckerfabrik 85 Pfd. Kaffee à 36 kr., 4 Ctr. Salz à 5 fl. 48 kr. und 70 Pfd. Reis à 14 kr., und will dafür Zucker nehmen, halb zu 20 und halb zu 24 kr. Wie viel wird er von jeder Sorte bekommen?

Auflösung: Kaffee, Salz und Reis machen zusammen 90 fl. 32 kr. = 2 mal 45 fl. 16 kr. Nun ist zu berechnen:

a) 20 kr. = 1 Pfd. Zucker; 45 fl. 16 kr. = ?
Antwort: 135 Pfd. $25\frac{3}{5}$ Lth.

b) 24 kr. = 1 Pfd. Zucker; 45 fl. 16 kr. = ?
Antwort: 113 Pfd. $5\frac{1}{3}$ Loth.

Aufgabe 5. Ein Metzger gibt einem Gerber 85 Pfd. Häute, das Pfd zu 9 kr, und erhält dafür 17 Pfd. Leder. Wie theuer ist ihm das Pfd. Leder gerechnet? Antwort: 45 kr.

Aufgabe 6. Ein Landmann gibt einem andern 4 Schff. 3 Mtz. Weizen, den Scheffel zu 18 fl., und bekommt dagegen 4 Schff. Korn und 15 fl. baar. Wie hoch ist der Scheffel Korn angesetzt.

a) 1 Schff. Weizen = 18 fl.; $4\frac{1}{2}$ Schff. = ? Antw.: 81 fl.
b) Hieran werden 15 fl. baar gezahlt; es bleiben also 81 — 15 = 66 fl.
c) 4 Schff. Korn = 66 fl.; 1 Schff. = ? Antw.: $16\frac{1}{2}$ fl.

Aufgabe 7. **A** und **B** wollen tauschen. **A** gibt dem **B** 48 Ellen Zeug à 54 kr.; **B** gibt dagegen Garn, das Pfd. zu 45 kr. und noch 13 fl. 12 kr. baar. Wie viele Pfd. Garn hat **B** an **A** abgegeben? Antwort: 40 Pfd.

Aufgabe 8. Es nimmt Jemand vom Silberarbeiter ein Dutzend silberne Eßlöffel, welche 39 Loth schwer sind. Dagegen gibt er $26\frac{1}{2}$ Loth altes Silber, das Loth zu 1 fl. 12 kr., und noch 36 fl. 27 kr. baares Geld. Nun suche, wie hoch ein Löffel zu stehen kommt!

Auflösung: Für 12 Stück silb. Eßlöffel werden gegeben $26\frac{1}{2}$ Loth altes Silber à 1 fl. 12 kr. = 31 fl. 48 kr. und 36 fl. 27 kr. baar, zusammen 68 fl. 15 kr.; folglich kommt 1 Löffel auf $\frac{1}{12}$ von 68 fl. 15 kr. = 5 fl. $41\frac{1}{4}$ kr.

(Stichrechnung.)

Aufgabe 9. Ein Bauer gibt einem Winzer 4 Schff. Korn, welches zur Zeit im Preise zu 13 fl. steht. Er setzt es aber zu 14 fl.

an und will Wein dafür nehmen, wovon der Eimer einen Werth von 16 fl. hat. Wie hoch muß nun der Winzer seinen Wein ansetzen, um ohne Nachtheil für sich auszutauschen? Und wie viel Wein muß er für das Getreide geben?

a) Des Bauern Rechnung:

1 Schff. Korn zu 14 fl.; was machen 4 Schff.? Antw.: 56 fl.

b) Des Winzers Rechnung:

1) Für 13 fl. setzt der Bauer 14 fl. an; wie viel muß ich demnach für 16 fl. setzen? Antwort: $17\frac{3}{13}$ fl.
2) Für $17\frac{3}{13}$ fl. gebe ich 1 Eimer; wie viel für 56 fl.?
Antwort: $3\frac{1}{4}$ Eimer.

Aufgabe 10. Einer hat Wachs, das will er gegen Ingwer vertauschen. Der Stein Wachs kostet für baares Geld 12 Thlr.; er setzt ihn aber für 13 Thlr. an. Wie hoch muß nun der Andere den Stein Ingwer, der baar 9 Thlr. 20 Gr. kostet, ansetzen, um ohne Schaden auszutauschen? Antwort: 10 Thlr. $14\frac{1}{6}$ Gr.

Aufgabe 11. Ein Bierbrauer gibt einem Schenkwirth auf dem Lande $36\frac{1}{2}$ Eimer Bier, wovon der Eimer 4 fl. 30 kr. kostet, und will Gerste dagegen nehmen. Dieselbe steht im Preise zu 15 fl. 45 kr., wird aber zu 16 fl. 30 kr. angesetzt. Wie hoch muß nun der Brauer den Eimer Bier berechnen, um keinen Schaden zu haben, und wie viele Schff. Gerste wird er erhalten?

Antw.: a) $4\frac{5}{7}$ fl.; b) 10 Schff. 2 Mtz. 2 Vrtl. $1\frac{1}{7}$ Ms.

Aufgabe 12. Zwei wollen tauschen. Des Einen Waare gilt baar 8 fl., im Tausche aber rechnet er sie für 11 fl. Dafür setzt auch der Andere seine Waare um 4 fl. höher an, als gegen baares Geld, wodurch er denn auch nichts gewinnt und nichts verliert. Wie wird er seine Waare gegen baares Geld verkaufen?

Antwort: Um 10 fl. 40 kr.

Auflösung: Hier ist zu dem Uebersatze von 4 fl. der baare Werth zu suchen. Um dieß thun zu können, so muß zu einem andern Uebersatze der baare Werth gegeben sein. Dieß ist in der Aufgabe zwar nicht geradezu enthalten, läßt sich jedoch leicht finden. Da der Eine seine Waare baar um 8 fl. und im Tausche um 11 d. i. um 8 + 3 fl. gibt; so wissen wir daraus, wie viel der baare Werth zu 3 fl. Uebersatz beträgt, nämlich 8 fl. Die nackte Aufgabe heißt daher: 3 fl. Uebersatz entsprechen dem baaren Werthe von 8 fl.; welcher baare Werth entspricht dem Uebersatze von 4 fl.?

3 fl. Uebersatz   8 fl. baar   4 fl. Uebersatz.

II. Gesellschafts- und Theilungs-Rechnung.

Wenn Zwei oder Mehrere zusammentreten, um gemeinschaftlich Etwas zu unternehmen, so bilden sie eine Gesellschaft. Beabsichtigen sie, einen Einkauf zu machen, ein Geschäft zu begründen &c., so haben sie hierzu eine gewisse Summe Geldes nöthig. Was Jeder dazu beiträgt oder einlegt, wird seine Einlage genannt. Entweder sind die Einlagen von gleicher, oder von verschiedener Größe. Sind sie von gleicher Größe, so wird auch der Gewinn oder der Verlust in gleiche Theile getheilt. Mit Aufgaben dieser Art haben wir es jedoch hier nicht zu thun. Vielmehr werden jetzt bloß solche Fälle in Betracht gezogen, wobei die Einlagen und dadurch auch die Antheile an dem Gewinn oder Verlust von verschiedener Größe sind. Das ist Gegenstand der eigentlichen Gesellschaftsrechnung. Es wird dieselbe aber auch bei Vertheilung der Steuern, Umlagen, Brandschatzungen und Einquartierungen, dann bei Konkursen, Erbtheilungen, sowie überhaupt da in Anwendung gebracht, wo Etwas nach bestimmten Verhältnissen zu vertheilen ist. Diese Verhältnisse werden sehr verschieden bezeichnet. In der Art und Weise, wie es geschieht, liegt die größere oder geringere Schwierigkeit der Berechnung. Daher ist es gut, die Schüler durch mündliches Berechnen von Aufgaben mit keineren Zahlengrößen auf die schriftliche Ausführung gehörig vorzubereiten.

a) Mündlich.

Vorbemerkung. Jede der nächstfolgenden Aufgaben ist von anderer Art. Wir überlassen es dem Lehrer, zu jeder derselben noch eine oder einige ähnliche zu bilden.

1) **A** und **B** haben 384 fl. so unter sich zu theilen, daß **A** 1 Theil und **B** 2 Theile von gleicher Größe erhalte. Wie viel wird Jeder bekommen?

Aufl.: Da A 1 Theil und B zwei Theile erhalten soll, so ist die zu theilende Summe in 1 + 2 oder 3 gleiche Theile zu zerlegen. 384 fl. = 3 mal 128 fl. A bekommt also 1 mal 128 fl., und B, dem 2 Theile gebühren, erhält 2 mal 128 = 256 fl.

2) Franz und Wilhelm bekommen 75 Kirschen. So oft Franz 2 derselben nimmt, nimmt Wilhelm 3. Wie viel wird Jeder bekommen?

Aufl. Bekommt Franz so oft 2 Kirschen, als Wilhelm 3; so erhält Franz 2 Theile, wie Wilhelm 3. Das Ganze ist also in 2 + 3 oder 5 gleiche Theile zu zerfällen. 75 = 5 mal 15. Franz erhält 2 Theile, also 2 mal 15 = 30; Wilhelm bekommt 3 Theile, mithin 3 mal 15 oder 45.

3) 1200 fl. sind so zu theilen, daß A 3 mal so viel als B bek.!

Aufl.: A soll 3 mal so viel als B erhalten. Bekommt B also 1 Theil, so muß A 3 mal 1 Th. = 3 Theile erhalten. Die 1200 fl. sind daher in 1 + 3 oder 4 gleiche Theile zu theilen. — Das Weitere wie oben.

4) 245 Thlr. sind so zu theilen, daß B $2\frac{1}{2}$ mal so viel als C bek.!

Aufl.: B soll $2\frac{1}{2}$ mal so viel als C bekommen. Gibt man dem C also 1 Theil, so muß B $2\frac{1}{2}$ mal 1 Theil = $2\frac{1}{2}$ Theil erhalten; gibt man dem C 2 Theile, so muß B $2\frac{1}{2}$ mal 2 = 5 Theile bekommen rc. Am einfachsten wird die Theilung, wenn man dem C 2 Theile gibt; denn in diesem Falle erhält B gerade 5. Die 245 Thlr. sind daher in 2 + 5 oder 7 gleiche Theile zu zerlegen rc.

5) Von 423 Kronenthalern soll C $\frac{4}{7}$ und D $\frac{5}{7}$ empfangen. Wie viel wird Jeder bekommen?

Aufl.: $\frac{4}{7} + \frac{5}{7} = \frac{9}{7}$ = 423 Krthlr.; $\frac{1}{7}$ = 47 Krthlr.; also erhält C mit $\frac{4}{7}$ 4 mal 47 Krthlr., und D mit $\frac{5}{7}$ 5 mal 47 Krthlr.

6) Zwei Dörfer, N und M, haben 75 Morgen Weideplatz so unter sich zu theilen, daß sich ihre Antheile wie 5 zu 3 verhalten. Wie viel wird jedem Dorfe zufallen?

Aufl.: Wie verhält sich 5 zu 3? Antwort: 5 ist $1\frac{2}{3}$ mal so viel als 3. So oft also das Dorf M 3 Theile erhält, muß das Dorf N $1\frac{2}{3}$ mal 3 oder 5 Theile bekommen. Also ist der Ausdruck: die Antheile von N und M sollen sich wie 5 zu 3 verhalten = N soll 5 Theile erhalten wie M 3. Die ganze Fläche ist daher in 5 + 3 oder 8 gleiche Theile zu theilen rc.

7) Fritz und Karl bekommen 105 Haselnüsse mit dem Auftrage, sie so unter sich zu theilen, daß ihre Antheile wie $\frac{1}{3}$ zu $\frac{1}{4}$ sich verhalten.

Aufl.: $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ verhalten sich zu einander wie $\frac{4}{12}$ und $\frac{3}{12}$. Fritz soll also 4 solche Theile bekommen, wie Karl 3. Folglich sind die 105 Haselnüsse in 4 + 3 oder 7 gleiche Theile zu zerfällen.

8) A und B unternehmen einen Handel. A gibt 500 Thlr. dazu, B 700 Thlr. Sie gewinnen 360 Thlr. Wie viel hat Jeder davon anzusprechen?

Aufl.: Gibt A 500 Thlr. und B 700 Thlr., so ist die ganze Einlage 1200 Thlr. Mit diesen 1200 Thlrn. werden 360 Thlr. gewonnen. Hiervon erhält Jeder gerade so viel, als mit seiner Einlage gewonnen wird. Die erste Frage ist daher: Mit 1200 Thlr. werden 360 Thlr. gewonnen, wie viel mit den 500 Thlrn. des A? Die andere Frage heißt: Mit 1200 Thlr. werden 360 Thlr. gewonnen, wie viel mit den 700 Thlrn. des B? Beide Fragen sind leicht zu beantworten, wenn wir wissen, wie viel mit 100 Thlrn. gewonnen wird. Da mit 1200 Thlrn. 360 Thlr. gewonnen werden, so kommt auf 100 Thlr. $\frac{1}{12}$ von 360 Thlr. = 30 Thlr. Also erhält A mit

500 Thlr. 5mal 30 oder 150 Thlr., und B mit 700 Thlr. 7mal 30 oder 210 Thlr. Dadurch ist der ganze Gewinn erschöpft. Denn 150 + 210 Thlr. = 360 Thlr.

9) Ich denke mir zwei Zahlen. Ihre Summe = 70; ihr Unterschied = 14. Wie heißen die beiden Zahlen? Antw.: 28 u. 42.

Aufl. a) Wären die beiden Zahlen von gleicher Größe, so würden sie 35 + 35 heißen. Ihr Unterschied ist aber 14. Wie bilde ich nun aus 35 und 35 zwei Zahlen, deren eine um 14 größer ist als die andere? Wie viel beträgt der Unterschied, wenn ich von der einen Zahl 14 nehme und der andern zulege? Wie viel werde ich also nur von der einen nehmen und der andern geben dürfen?

b) Wäre die kleinere Zahl auch von derselben Größe als die größere, wie viel würde dann ihre Summe betragen? 70 + 14 = 84. Beide würden 42 heißen. Wie viel wird demnach die kleinere betragen? 42 — 14 = 28.

c) Wäre die größere Zahl auch nur so groß als die kleinere, wie viel würde in diesem Falle ihre Summe betragen? 70 — 14 = 56. Beide würden dann 28 heißen. Wie viel wird also die größere betragen? 28 + 14 = 42.

10) Theile (in derselben Weise) 250 fl. in zwei Theile, deren einer 70 fl. mehr beträgt als der andere! (Beide Theile = 160 + 90 fl.)

b) Schriftlich (und zum Theil auch mündlich.)

Aufgabe 1. Drei Männer treten in Gesellschaft, um eine Unternehmung auszuführen. A gibt 123 fl., B 536 fl. und C 141 fl. dazu. Sie gewinnen 130 fl. Wie viel kommt auf eines Jeden Antheil?

Ansatz.

a.

Die Einlage des A = 123 fl.
B = 536 fl.
C = 141 fl.

Die ganze Einlage = 800 fl.

Auf die Summe von 800 fl. kommen 130 fl. Gewinn.

b.

800 fl. Einl. geben 130 fl. Gew.; wie viel geben 123 fl. Einl.?
800 fl. Einl. „ 130 fl. Gew.; „ „ „ 536 fl. Einl.?
800 fl. Einl. „ 130 fl. Gew.; „ „ „ 141 fl. Einl.?

Antworten: A erhält 19 fl. 59 kr. 1 pf.
B „ 87 fl. 6 kr. — pf.
C „ 22 fl. 54 kr. 3 pf.

Die Antheile des A + B + C = 130 fl. — kr. — pf.

Aufgabe 2. Vier Dörfer sollen 512 fl. Straßenbaukosten bezahlen, welche nach der Steuer zu vertheilen sind. Das eine Dorf gibt 885 fl. Steuer, das andere 948 fl., das dritte 508 fl. und das vierte 212 fl. Wie viel muß jedes Dorf beitragen?

Antwort: Das 1te Dorf 177 fl. 29 kr. $^{404}/_{851}$ pf.
" 2te " 190 fl. 7 kr. $^{652}/_{851}$ pf.
" 3te " 101 fl. 52 kr. $2^{730}/_{851}$ pf.
" 4te " 42 fl. 30 kr. $3^{767}/_{851}$ pf.

Aufgabe 3. Es hinterläßt Jemand 5225 fl. an Haus und Feld. Darauf hat einzunehmen A 1550 fl., B 2790 fl. und C 3200 fl. Wie viel wird jeder der drei Gläubiger nur erhalten?

Antwort: A 1087 fl. $4^{124}/_{149}$ kr.; B 1893 fl. $37^{67}/_{149}$ kr.; C 2244 fl. $17^{107}/_{149}$ kr.

Aufgabe 4. Vier vollenden eine Arbeit. A arbeitet 12 Tage, B 15 Tage, C 20 Tage und D 24 Tage lang daran. Dafür erhalten sie zusammen 60 fl. Wie viel bekommt Jeder auf seinen Theil?

Antw.: A 10 fl. 8 kr. $1^{57}/_{71}$ pf.; B 12 fl. 40 kr. $2^{18}/_{71}$ pf.; C 16 fl. 54 kr. $^{24}/_{71}$ pf.; D 20 fl. 16 kr. $3^{43}/_{71}$ pf.;

Aufgabe 5. Ein feindlicher General fordert von 3 Ortschaften 16000 fl. Brandschatzung. Diese zahlen in der Art: so oft das eine Dorf 8 fl. gibt, zahlt das andere 12 und das dritte 15. Wie viel kommt auf jedes Dorf? Antw.: Auf das 1. Dorf $3657^1/_7$ fl., aufs 2te $5485^5/_7$ fl., aufs 3te $6857^1/_7$ fl.

Aufgabe 6. Um Dintenpulver zu machen, nimmt man zu 6 Loth Galläpfel 3 Loth Eisenvitriol und 1 Loth arabisches Gummi. Wie viel muß man von jeder Species nehmen, um 25 Pfd. Dintenpulver zu erhalten?

Antw.: 14 Pfd. Galläpfel, $7^1/_2$ Pfd. Eisenvitr. u. $2^1/_2$ Pfd. Gummi.

Aufgabe 7. Vier haben um 12000 Thlr. 336 Mrg. Wald gekauft. Wenn sie nun jährlich $^1/_{28}$ abschlagen und A 9 Theile bekommt bis B 5, C 7 und D 3; wie groß ist die Fläche, die Jedem jährlich zufällt?

Antw.: A $4^1/_2$ Mrg., B $2^1/_2$ Mrg., C $3^1/_2$ Mrg., D $1^1/_2$ Mrg.

Aufl.: Die jährliche Hiebfläche beträgt $^1/_{28}$ von 336 Mrg. = 12 Mrg. Diese sind in 9 + 5 + 7 + 3 = 24 Theile zu bringen, wovon auf A 9, auf B 5, auf C 7 und auf D 3 kommen.

Aufgabe 8. Fünf Arbeiter verdienen 80 fl. mit einander. Hiervon erhält A 1 Theil, B 2, C 3, D 4 und E 5. Wie viel kommt auf Jeden? Antw.: Auf A 5 fl. 20 kr., B 10 fl. 40 kr., C 16 fl., D 21 fl. 20 kr., E 26 fl. 40 kr.

Aufgabe 9. Auf einer Festung sind 3900 Mann. Darunter sind 3 mal so viel Artilleristen und 9 mal so viel Infanteristen als Kavalleristen. Wie viele Leute von jedem Corps befinden sich darin?

Antw.: 300 M. Kavall., 900 M. Artill. u. 2700 M. Infanterie.

Aufl.: Die Kavalleristen, die geringsten an Anzahl, bilden 1 Theil der Besatzung. Artilleristen sind es 3 mal so viel; sie bilden also 3 dergleichen Theile. Und die Infanteristen, 9 mal so zahlreich als die Kavalleristen, bilden 9 solcher Theile. Also besteht die ganze Besatzung aus $1 + 3 + 9 = 13$ gleichen Theilen. Diese 13 Theile $= 3900$ Mann. Frage: Wie viele Mann kommen auf 1 Theil? auf 3 Theile? auf 9 Theile?

Aufgabe 10. Ein Mann hinterläßt seiner Frau, seinem Sohn und seinen 2 Töchtern 3600 Thlr. Seinem letzten Willen gemäß soll der Sohn 2 mal so viel als die Mutter, und die Mutter 2 mal so viel als eine Tochter davon empfangen. Wie ist das Geld zu vertheilen? Antw.: Dem Sohn gebühren 1800, der Mutter 900 und jeder Tochter 450 Thlr.

Aufl. Am wenigsten erhalten beide Töchter. Man setzt daher für jede einen Theil. Da die Mutter 2 mal so viel erhalten soll, als eine Tochter, so gebühren ihr 2 Theile, und dem Sohne, der wieder 2 mal so viel als die Mutter anzusprechen hat, 2 mal 2 oder 4 Theile. Das ganze Vermögen ist daher in $1 + 1 + 2 + 4 = 8$ Theile zu zerlegen.

Aufgabe 11. 4200 fl. sind unter **A** und **B** so zu theilen, daß der Antheil des **A** zu dem des **B** wie 3 zu 4 sich verhalte. Wie viel muß Jeder erhalten. Antw.: **A** 1800 fl., **B** 2400 fl.

Aufl.: Damit sich der Antheil des **A** zu dem des **B** wie 3 zu 4 verhalte, so sind die 4200 fl. in $3 + 4$ oder 7 Theile zu theilen, wovon dem **A** 3 und dem **B** 4 gebühren.

Aufgabe 12. Die Bevölkerung dreier Provinzen, welche 4800 Mann ins Feld zu stellen haben, verhält sich zu einander wie 3, 5 und 7. Wie viele Rekruten wird jede derselben ausheben lassen müssen? Antwort: Die eine Provinz 960 M., die 2te 1600 M., die 3te 2240 M.

Aufgabe 13. Von Dreien wird eine Tonne Häringe gekauft, welche 1300 Stück enthält und 31 fl. 30 kr. kostet. **A** zahlt $^1/_3$, **B** $^1/_4$, **C** $^1/_7$. Wie viele Häringe gebühren jedem derselben?

Antw.: Dem **A** $596^{44}/_{61}$, dem **B** $447^{33}/_{61}$, dem **C** $255^{45}/_{61}$.

84 Vorarbeit.

$^1/_3$	28	A bezahlt und empfängt $^1/_3$ oder $^{28}/_{84}$;
$^1/_4$	21	B " " " $^1/_4$ oder $^{21}/_{84}$;
$^1/_7$	12	C " " " $^1/_7$ oder $^{12}/_{84}$.
	61	A + B + C bezahlen und empfangen $^{61}/_{84}$.

Die 1300 Häringe kommen also auf 61 Theile. Die Ausrechnung besteht nun darin, zu suchen, wie viele derselben auf die 28 Theile des A, auf die 21 Theile des B und auf die 12 Theile des C zu kommen haben.

Aufgabe 14. Ein Landesherr feiert zum 50. Male den Tag seiner Thronbesteigung. Zur Beglückwünschung erscheinen 546 seiner Unterthanen. Hierunter befinden sich $^1/_6$ Adelige, $^1/_4$ geistliche Herren, $^1/_8$ weltliche Beamten, $^1/_3$ Offiziere und $^3/_4$ Gewerbs- und Handelsleute. Wie viele sind es aus jedem dieser Stände?

Antwort: 56 Adelige, 84 Geistliche, 42 Beamte, 112 Offiziere und 252 Gewerbs- und Handelsleute.

Aufgabe 15. A, B und C kaufen ein Fuder Wein für 360 fl. A erlegt davon $^2/_3$, B $^3/_5$, C $^2/_7$. Wie viel hat Jeder gezahlt? Antwort: A $154^{98}/_{163}$ fl., B $139^{23}/_{163}$ fl., C $66^{42}/_{163}$ fl.

Aufgabe 16. A, B und C bilden eine Gesellschaft. A legt 43 fl. baar und B ? fl.; C aber gibt einen Eimer Wein dazu. Sie gewinnen 60 fl. Davon gebührt dem A $^1/_3$, dem B $^1/_4$ und dem C $^1/_5$. a) Wie viel muß Jeder vom Gewinn erhalten? b) Wie viel hat B baar eingelegt? c) Wie viel ist der Eimer Wein des C werth gewesen?

Auflösung:

a) Die Beantwortung der ersten Frage bietet nichts Besonderes. A erhält $25^{25}/_{47}$ fl., B $19^7/_{47}$ fl., C $15^{15}/_{47}$ fl.

Die Beantwortung der beiden andern Fragen besteht darin, aus dem Gewinne des B und C deren Einlagen zu bestimmen. Dieß kann auf zweierlei Weise geschehen: mittelst der in der Aufgabe enthaltenen Verhältnißzahlen, und mittelst der bereits gefundenen Gewinnantheile.

b) $^1/_3$ = 43 fl.; wie viel beträgt $^1/_4$? Antwort: $32^1/_4$ fl.
Oder: $25^{25}/_{47}$ fl. Gew. = 43 fl. Einl.; $19^7/_{47}$ fl. Gew = ?

c) $^1/_3$ = 43 fl.; wie viel beträgt $^1/_5$? Antwort: $25^4/_5$ fl.
Oder: $25^{25}/_{47}$ fl. Gew. = 43 fl. Einl.; $15^{15}/_{47}$ fl. Gew. = ?

Aufgabe 17. 4500 fl. sind so zu vertheilen: so oft A 3 fl. erhält, soll B 5 bekommen, so oft aber B 4 fl. erhält, soll C 7 bek.!

Antw.: A $805^{65}/_{67}$ fl., B $1343^{19}/_{67}$ fl., C $2350^{50}/_{67}$ fl.

Mündlich. I. In Bruchzahlen.

a) A nimmt 3 und B 5 fl.; wie viel soll jetzt C nehmen? Da B 5, d. i. $1\frac{1}{4}$mal 4 fl. hat, so gebühren dem C $1\frac{1}{4}$mal 7 = $8\frac{3}{4}$ fl. Also hat jetzt A 3, B 5 und C $8\frac{3}{4}$ fl. = $\frac{12}{4} + \frac{20}{4} + \frac{35}{4} = \frac{67}{4}$; $\frac{67}{4}$ = 4500 fl.

b) B nimmt 4 und C 7 fl.; wie viel soll jetzt A nehmen? Da B 4, d. i. $\frac{4}{5}$mal 5 fl. hat, so gebühren dem A $\frac{4}{5}$mal 3 = $2\frac{2}{5}$ fl. Also hat nun A $2\frac{2}{5}$, B 4 und C 7 = $\frac{12}{5} + \frac{20}{5} + \frac{35}{5} = \frac{67}{5}$; $\frac{67}{5}$ = 4500 fl.

II. In ganzen Zahlen.

a) Wir lassen den B 4mal 5, und den A 4mal 3 fl. nehmen. A hat jetzt 12 und B hat 20; 20 = 5mal 4; also gebühren dem C nun 5mal 7 oder 35 fl. Alle drei haben nun 12 + 20 + 35 = 67 fl.

b) Wir lassen den B 5mal 4, und den C 5mal 7 fl. nehmen. C hat jetzt 35, B hat 20; 20 = 4mal 5; also gebühren nun dem A 4mal 3 oder 12 fl.

Schriftlich dargestellt:

A	B	B	C
3	5	4	7
× 4	× 4	× 5	× 5
12	20	20	35

Aufgabe 18. Ein Offizier, ein Korporal und ein Gemeiner erbeuten im Kriege 12000 Thlr. mit einander, welche sie so unter sich theilen: so oft der Gemeine 3 Thlr. nimmt, zieht der Korporal 4; so oft aber der Korporal 3 Thlr. bekommt, erhält der Offizier 5. Wie viel wird Jeder erhalten? Antw.: Der Gemeine $2634\frac{6}{41}$ Thlr.; der Korporal $3512\frac{8}{41}$ Thlr.; der Offizier $5853\frac{27}{41}$ Thlr.

Aufgabe 19. Drei Städte wollen nach dem Verhältnisse ihrer Einwohnerzahl 808 Mann zu einem Feldzug stellen. Die Bevölkerung der Stadt **A** verhält sich aber zu der von **B** wie 3 zu 5, und die Volkszahl der Stadt **B** verhält sich zu der von **C** wie 7 zu 8. Wie viele Mann hat jede Stadt zu stellen?

Antwort: **A** 168, **B** 280, **C** 360 Mann.

Aufgabe 20. Theile 750 fl. so in zwei Theile, daß auf den einen 75 fl. mehr als auf den andern kommen!

Diese Aufgabe läßt sich, wie Nr. 9 Seite 305, auf dreierlei Weise auflösen. Beim schriftlichen Rechnen aber schlägt man gewöhnlich nur das dort mit c) bezeichnete Verfahren ein. Man nimmt das, was auf einen Theil mehr kommen soll als auf den andern, von der zu theilenden Summe im Voraus weg, theilt den Rest in zwei gleiche Theile, und vermehrt dann wieder den einen der beiden Theile um den Abzug.

750 fl.	Der kleinere Theil = . . . $337\frac{1}{2}$ fl.
— 75	Der größ. Th. = $337\frac{1}{2}$ + 75 = $412\frac{1}{2}$ fl.
2 | 675 | $337\frac{1}{2}$ fl.	Summa 750 fl.

Aufgabe 21. A, B und C haben 1234 Thlr. unter sich zu theilen. A erhält dabei für besondere Bemühungen 64 Thlr. im Voraus. Wie viel wird Jeder auf seinen Theil erhalten?

Antwort: A 454 Thlr., B 390 Thlr., C 390 Thlr.

Aufgabe 22. 1854 fl. sind unter 3 Personen so zu theilen, daß B 100 fl. mehr erhält als A, und C wieder 280 fl. mehr als B. Wie viel muß Jeder bekommen?

Ansatz und Berechnung.

A erhält 1 Theil,
B „ 1 „ + 100 fl.
C „ 1 „ + 380 fl. (= 100 + 280 fl.)

Also sind 3 Theile + 480 fl. = 1854 fl.

Da 3 Theile + 480 fl. = 1854 fl., so sind 3 Theile ohne 480 fl. = 1854 fl. — 480 fl.

1854 fl.
— 480 fl. Voraus.
3 | 1374 fl. | 458 fl.

Also erhält A . . . . . . 458 fl.
B 458 + 100 fl. = 558 fl.
C 458 + 380 fl. = 838 fl.
Zusammen 1854 fl.

Aufgabe 23. Unter 120 Personen sind 8 Männer mehr als Frauen und 8 Frauen mehr als Kinder. Wie viele Männer, Frauen und Kinder sind es? Antw.: 32 Kinder, 40 Frauen, 48 Männer.

Aufgabe 24. Zwei Brüder sollen 100 Nüsse also unter sich theilen, daß der jüngere 10 *weniger* bekommt als der ältere. Wie viel gebührt einem Jeden? Antw.: Dem ält. Brud. 55, dem jüng. 45.

Aufl.: Wie groß müßte die zu vertheilende Summe sein, wenn der jüngere Bruder auch so viel erhalten sollte, als der ältere? Antwort: 100 + 10 = 110. Dann würde auf jeden die Hälfte von 110 = 55 kommen. Der jüngere Bruder soll aber 10 weniger erhalten. Also bekommt er 55 — 10 = 45.

Aufgabe 25. Von 1200 fl. soll B 120 fl. weniger als A, C 150 fl. weniger als B, und D 180 fl. weniger als C erhalten. Wie viel hat Jeder zu bekommen?

Ansatz und Berechnung.

A erhält 1 Theil;
B „ 1 Theil — 120 fl;
C „ 1 Theil — 270 fl. (näml. 1 Th. — 120 — 150 fl.);
D „ 1 Theil — 450 fl. (näml. 1 Th. — 270 — 180 fl.).

Also sind 4 Theile — 840 fl. = 1200 fl.

Bekommt Einer so viel als der Andere? (Nein, sondern ꝛc.) Wie groß müßte die zu vertheilende Summe sein, damit auch **B**, **C** und **D** so viel erhalten könnten als **A**? (Sie müßte 1200 + 840 fl. betragen.) Wie viel würde dann Jeder davon bekommen? (den 4. Theil.) Das ist zwar in der That nicht so, aber wir nehmen vorläufig an, daß es so sei, und zuletzt ziehen wir denen, die weniger als 1 ganzen Theil erhalten sollen, wieder so viel ab, als ihnen weniger gebührt.

1200 fl.
\+ 840
4 | 2040 fl. | 510 fl.

Also erhält **A** . . . . . . 510 fl.
B 510 — 120 = 390 fl.
C 510 — 270 = 240 fl.
D 510 — 450 = 60 fl.
Zusammen 1200 fl.

Aufgabe 26. Vier Brüder haben 1000 Thlr. so unter sich zu theilen, daß jeder jüngere 25 Thlr. weniger bekomme als der nächste ältere. Wie viel kommt auf eines Jeden Theil?

Antw.: **A** $287\frac{1}{2}$, **B** $262\frac{1}{2}$, **C** $237\frac{1}{2}$, **D** $212\frac{1}{2}$ Thlr.

Aufgabe 27. Von 1000 Dukaten soll **B** 125 Stück weniger und **C** 125 Stück mehr erhalten als **A**. Wie viel wird Jeder bek.?

Berechnung:

A erhält 1 Theil;
B „ 1 Theil — 125 St.
C „ 1 Theil + 125 St.
Also sind 3 Theile = 1000 Duk.

Was **B** weniger als 1 Theil bekommt, erhält **C** mehr als 1 Theil. Mehr und Weniger heben sich darum gegeneinander auf.

3 | 1000 Duk. | $333\frac{1}{3}$; **A** erhält also . . . . $333\frac{1}{3}$ Duk.
B „ $333\frac{1}{3}$ — 125 = $208\frac{1}{3}$ „
C „ $333\frac{1}{3}$ + 125 = $458\frac{1}{3}$ „
Zusammen 1000 Duk.

Aufgabe 28. Ein Wald von 240 Mrg. ist auf 3 Bauernhöfe also zu vertheilen, daß auf den zweiten 36 Mrg. weniger und auf den dritten 48 Mrg. mehr als auf den ersten fallen.

Berechnung:

Der 1. Hof erhält 1 Theil;
„ 2. „ „ 1 Theil — 36 Mrg.;
„ 3. „ „ 1 Theil + 48 Mrg..
Also sind 3 Theile + 12 Mrg. = 240 Mrg.

Die 36 Mrg., welche der 2. Hof weniger als 1 Theil erhält, bekommt der 3. mehr und noch 12 Mrg. Die 240 Mrg. sind daher in 3 gleiche Theile und 12 Mrg. zu theilen.

240 Mrg.		Also erhält der 1. Hof . . . 76 Mrg.
— 12		„ 2. „ 76—36 = 40 „
3 | 228 Mrg. | 76 Mrg.		„ 3. „ 76+48 = 124 „
		Zusammen 240 Mrg.

Aufgabe 29. **A** legt eine Summe Geldes, **B** legt 125 fl. weniger, **C** 150 fl. mehr, **D** wieder 180 fl. weniger als **A**. Sie gewinnen 1500 fl. Wie viel wird auf Jeden kommen?

Antw.: Auf **A** $413\frac{3}{4}$, **B** $288\frac{3}{4}$, **C** $563\frac{3}{4}$, **D** $233\frac{3}{4}$ fl.

Aufgabe 30. 3 Brüder wollen 14 Tgw. Wiesen so unter sich theilen, daß der eine 3 Theile — 3 Tgw., der andere 2 Theile — 1 Tgw., und der dritte 1 Theil + 1 Tgw. erhalte. Wie viel wird auf Jeden kommen? Antw.: Auf den Einen $5\frac{1}{2}$, auf den Andern $4\frac{2}{3}$, auf den Dritten $3\frac{5}{6}$ Tgw.

Aufgabe 31. **A** gibt 20 fl. auf 4 Monat, **B** 24 fl. auf 3 Monat und **C** 40 fl. auf $1\frac{1}{2}$ Monat in den Handel. Sie gewinnen 120 fl. Wie viel gebührt Jedem?

Antw.: Dem **A** $45\frac{15}{53}$, **B** $40\frac{40}{53}$, **C** $33\frac{51}{53}$ fl.

Auflösung. Man denkt sich die Sache also: **A** legt 20 fl. ein. Nach 1 Monat nimmt er diese 20 fl. zurück und zahlt dafür andere 20 fl. Nach Abfluß des 2. Monats zieht er auch diese 20 fl. ein und gibt wieder andere 20 fl. dafür hin. Eben so thut er nach Verfluß des 3. Monats. Nach dem 4. Monat nimmt er die zuletzt eingelegten 20 fl. zurück und zahlt nichts mehr. Man kann nun sagen: **A** hat 20 fl. auf 4 Monat, sowie: **A** hat 4 mal 20 fl. oder 80 fl. auf 1 Monat eingelegt.

Also sind 20 fl. auf 4 M. eingel. = 4 mal 20 oder 80 fl. auf 1 M.
Dsgl. „ 24 fl. auf 3 M. eingel. = 3 mal 24 oder 72 fl. auf 1 M.
„ „ 40 fl. auf $1\frac{1}{2}$ M. eingel. = $1\frac{1}{2}$ mal 40 od. 60 fl. auf 1 M.

Folglich sind 20+24+40 fl. auf verschied. Zeiten = 212 fl. auf 1 M.

Nun heißt die Aufgabe: Mit 212 fl. werden 120 fl. gewonnen; wie viel mit 80 fl.? mit 72 fl.? mit 60 fl.?

Aufgabe 32. **A**, **B**, **C** und **D** machen ein Geschäft. **A** gibt dazu 3000 Thlr. auf 4 Monat, **B** 4000 Thlr. auf 5 Monat, **C** 2500 Thlr. auf $6\frac{1}{2}$ Mon. und **D** 3600 Thlr. auf $7\frac{2}{3}$ Mon. Ihr Gewinn = 1590 Thlr. Wie viel hat Jeder davon anzusprechen?

Antw.: **A** 251 fl. $32\frac{1436}{1517}$ kr., **B** 419 fl. $14\frac{1382}{1517}$ kr.,
C 340 fl. $38\frac{554}{1517}$ kr., **D** 578 fl. $33\frac{1179}{1517}$ kr.

Aufgabe 33. **A**, **B**, **C** und **D** unternehmen, 12 Mrg. Land urbar zu machen. **A** stellt dazu 4 Arbeiter auf 20 Tage, **B** 5 Arb. auf 18 Tg., **C** 6 Arb. auf 17 Tg. und **D** 7 Arb. auf 16 Tage. Wie

viel von dem Lande muß Jedem werden? Antw.: Dem A $2^1/_2$, dem B $2^{13}/_{16}$, dem C $3^3/_{16}$, dem D $3^1/_2$ Mrg.

Auflösung:

A	stellt 4 Arb. auf 20 Tg.	=	20 mal 4 oder 80 Arb.		auf 1 Tg.
B	„ 5 Arb. auf 18 Tg.	=	18 mal 5 oder 90 Arb.		
C	„ 6 Arb. auf 17 Tg.	=	17 mal 6 oder 102 Arb.		
D	„ 7 Arb. auf 16 Tg.	=	16 mal 7 oder 112 Arb.		

$4 + 5 + 6 + 7$ Arb. auf verschied. Zeiten = 384 Arb. auf 1 Tg.

Nun heißt die Aufgabe: A, B, C und D bekommen für ihre 384 Arbeiter 12 Mrg.; wie viel erhält A für seine 80 Arb.? B für seine 90 Arb.? ꝛc.

Aufgabe 34. Eine Stadt hat 3500 Mann Soldaten auf 8 Tage, ein Marktflecken 1800 Mann auf 7 Tage, ein Dorf 750 M. auf 9 Tage und ein Einzelhof 60 Mann auf 10 Tg. in Quartier und Verpflegung. Dafür erhalten sie 6000 fl. vergütet. Wie ist diese Summe zu vertheilen?

Antw.: Der Stadt gebühren $3503^{623}/_{959}$ fl., dem Marktfl. $1576^{616}/_{959}$ fl., dem Dorfe $844^{604}/_{959}$ fl., dem Einzelhofe $75^{75}/_{959}$ fl.

Aufgabe 35. A kauft für 2600 fl. Waare und handelt 2 Jahre lang damit. Da tritt B in seine Gesellschaft mit 2000 fl., und wieder nach 2 Jahren tritt C mit 1800 fl. ein. Nach 10 Jahren, vom Anfang an gerechnet, theilen sie ihren Gewinn von 4800 fl. Wie viel hat Jeder davon anzusprechen?

Antw.: A $2363\ ^7/_{11}$ fl., B $1454^6/_{11}$ fl., C $981^9/_{11}$ fl.

Aufl.: A hatte 2600 fl. 10 Jahre, B 2000 fl. $10 - 2 = 8$ Jahre, C 1800 fl. $8 - 2 = 6$ Jahre in dem Handel. Das Uebrige bekannt.

Aufgabe 36. Am 1. Juli 1839 fing A ein Geschäft mit 1500 Thlrn. an; am 1. Dezbr. 1840 vereinigte sich B mit ihm und legte 1800 Thlr. ein, und am 16. Sept. 1843 schloß sich C mit 2000 Thlr. an. Am 1. Febr. 1848 schlossen sie ihr Geschäft, das ihnen 7200 Thlr. reinen Gewinn abwarf. Wie viel kann Jeder auf seinen Theil in Anspruch nehmen? Antw.: A $2212^{3504}/_{4158}$ Thlr., B $2507^{1494}/_{4158}$, C $2479^{3318}/_{4158}$ Thlr.

Auflösung: Das Erste ist, zu suchen, wie lange Jeder an dem Geschäfte betheiligt war, und die gefundene Zeit in Monate zu verwandeln.

Das Zweite ist, die Einlagen auf die Größe zu bringen, die erforderlich ist, um denselben Gewinn in 1 Monat abzuwerfen.

Das Dritte endlich ist, aus der Summe der dadurch erhaltenen Produkte und dem gegebenen Gewinn den Gewinn zu den einzelnen Produkten zu berechnen.

III. Mischungs-Rechnung.

Mündlich und schriftlich.

Beispiel 1. A hat unter 60 Pfd. Kornmehl 40 Pfd. Weizenmehl gemischt. Wie viel muß er von beiden Sorten nehmen, um 30 Pfd. gemischtes Mehl von gleicher Qualität zu erhalten?

60 Pfd. Kornmehl und 40 Pfd Weizenmehl unter einander gemengt, geben 100 Pfd. Also gehören

a) zu 100 Pfd. Mischung 60 Pfd. Kornmehl, wie viel zu 30 Pfd.?

b) zu 100 Pfd. Mischung 40 Pfd. Weizenmehl, wie viel zu 30 Pfd.?

Oder: 60 = 3mal 20, und 40 = 2mal 20. Die Mischung besteht sonach aus 3 + 2 oder 5mal 20 Pfd., mithin aus 5 gleichen Theilen, wovon 3 auf das Kornmehl und 2 auf das Weizenmehl kommen. Will A 30 Pfd. Mischung von gleicher Qualität erhalten, so muß er also $^3/_5$ mal 30 oder 18 Pfd. Kornmehl und $^2/_5$ mal 30 oder 12 Pfd. Weizenmehl zusammen nehmen.

Beispiel 2. Ein Kaufmann mischt 7 Pfd. Tabak, das Pfd. zu 36 kr., und 9 Pfd. Tabak, das Pfd. zu 48 kr. untereinander. Wie theuer muß er das Pfund der Mischung verkaufen, um keinen Schaden zu haben?

7 Pfd. à 36 kr. thun 7mal 36 kr. = 4 fl. 12 kr.
9 Pfd. à 48 kr. thun 9mal 48 kr. = 7 fl. 12 kr.

Die 16 Pfd. der Mischung also = 11 fl. 24 kr.

Mithin kommt 1 Pfd. derselben auf den 16. Theil von 11 fl. 24 kr., d. i. auf $42^3/_4$ kr.

Aufgabe 1. Ein Gastwirth mischt 1 Eimer Wein zu 13 fl. unter einen Eimer zu 16 fl.; wie hoch kommt der Eimer Mischling?
Antwort: Auf 14 fl. 30 kr.

Aufgabe 2. Ein ander Mal mischt er 1 Eimer zu 8 fl., 1 Eimer zu 12 fl. und 1 Eimer zu 25 fl. unter einander. Wie hoch kommt die Maas der Mischung, den Eimer zu 60 Ms. gerechnet?
Antwort: Auf 15 kr.

Aufgabe 3. A kauft 4 Eimer à 9 fl., 5 Eimer à 11 fl. 36 kr. und 7 Eimer à 12 fl. 24 kr., und füllt dieß in ein Faß zusammen. Wie viel kostet ihn die Maas der Mischung, den Eimer zu 64 Ms. gerechnet? Antwort: 10 kr. $2^3/_8$ pf.

Beispiel 3. A will aus 2 Sorten Kaffee, zu 30 und 40 kr., eine Mittelsorte zu 36 kr. mischen. Wie viel hat er von jeder Sorte zu nehmen?

Auflösung. Die Mischung kommt in ein besonderes Gefäß. Jedes Pfund Kaffee, das in dasselbe gethan wird, erhält dadurch den Mischlingspreis von 36 kr. Nimmt A also 1 Pfd. der geringeren Sorte (à 30 kr) dazu, so macht er damit 6 kr. Gewinn; nimmt er 1 Pfd. der besseren Sorte (à 40 kr.) dazu, so hat er daran 4 kr. Verlust. 6 kr. Gewinn und 4 kr. Verlust heben sich aber nicht gegen einander auf. Der Gewinn ist größer als der Verlust. Nimmt A also von jeder Sorte 1 Pfd., d. i. gleichviel, so hat er Vortheil. Durch das Mischen selbst soll sich aber weder ein Gewinn, noch ein Verlust ergeben. Es entsteht daher die Frage: Wie viel muß er von beiden Sorten nehmen, damit Gewinn und Verlust sich gegenseitig decken? Das läßt sich auf mehrfache Weise berechnen.

a) Wir setzen, A nehme zuerst 1 Pfund von der geringeren Sorte. Das macht für ihn 6 kr. Gewinn. Nun berechnen wir, wie viel er von der besseren dazu thun muß, um wieder 6 kr. zu verlieren. Nimmt er 1 Pfd. der besseren Sorte dazu, so hat er 4 kr. Verlust. Um 6 oder $1^1/_2$mal 4 kr. zu verlieren, muß er $1^1/_2$mal 1 Pfd., d. i. $1^1/_2$ Pfd. nehmen. Die Mischung besteht nun aus $1 + 1^1/_2 = {}^2/_2 + {}^3/_2$ Pfd. Folglich muß er immer 2 Theile von der geringeren Sorte und 3 Theile von der besseren zusammenmischen.

b) Wir setzen, A nehme zuerst 1 Pfd. der besseren Sorte. Dadurch hat er 4 kr. Verlust. Wie viel muß er nun von der geringeren Sorte nehmen, um diesen wieder zu decken? Da 1 Pfd. zu 30 kr. 6 kr. Gewinn ergibt, so muß er, um 4 oder ${}^2/_3$mal 6 kr zu gewinnen, ${}^2/_3$mal 1 Pfd., d. i. ${}^2/_3$ Pfd. nehmen. Die Mischung besteht nun aus $1 + {}^2/_3 = {}^3/_3 + {}^2/_3$ Pfd., mithin wieder aus 3 Theilen der besseren Sorte und aus 2 Theilen der geringeren.

c) Wir suchen, wie viel A von beiden Sorten nehmen muß, um mit der geringeren Sorte 1 kr. zu gewinnen und mit der besseren 1 kr. zu verlieren.

Schriftliche Darstellung.

Geringere Sorte	30	36	+ 6	${}^1/_6$	${}^2/_{12}$	2
Bessere Sorte	40	36	— 4	${}^1/_4$	${}^3/_{12}$	3

Das Pfd. von der geringeren Sorte kostet für sich 30 kr., unter der Mischung 36 kr.; das macht 6 kr. Gewinn (+ 6). Das Pfd. von der besseren Sorte kostet für sich 40 kr., unter der Mischung aber nur 36 kr.; das macht 4 kr. Verlust (— 4). Zu 6 kr. Gewinn gehört 1 Pfd. der geringeren Sorte, zu 1 kr. Gewinn also ${}^1/_6$ Pfd. Zu 4 kr. Verlust gehört 1 Pfd. der besseren Sorte, zu 1 kr. Verlust also ${}^1/_4$ Pfd. — ${}^1/_6$ und ${}^1/_4 = {}^2/_{12} + {}^3/_{12}$ oder 2 und 3 gleiche Theile. Also muß A 2c.

Aufgabe 4. B hat 2 Sorten Wein, zu 10 und zu 15 Thlr. Daraus will er 8 Eimer zu 12 Thlr. mischen. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

Ansatz und Berechnung.

Geringere Sorte	10	12	+ 2	1/2	3/6	3
Bessere Sorte	15	12	− 3	1/3	2/6	2

Da **B** 8 Eimer Mischling haben will, so heißt es nun:

a) Zu (2 + 3 =) 5 Eimer Mischling gehören 3 Eimer von der geringeren Sorte, wie v. zu 8 Eim. Mischl.? Antw.: $4\frac{4}{5}$ Eim.

b) Zu 5 Eimer Mischling gehören 2 Eimer von der besseren Sorte, wie viel zu 8 Eimer Mischling? Antw.: $3\frac{1}{5}$ Eimer.

Aufgabe 5. **C** braucht 10 Eimer Wein zu 24 Thlr. Den will er aus 2 Sorten mischen, welche 20 und 36 Thlr. kosten. Wie viel soll er von jeder Sorte nehmen?

Antw.: $7\frac{1}{2}$ Eim. à 20 Thlr. und $2\frac{1}{2}$ Eim. à 36 Thlr.

Aufgabe 6. **D** will aus zweierlei Wein, zu 12 und 30 kr. die Ms., einen Mischling zu 18 kr. machen. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen, um 48 Ms. von dieser Mischung zu erhalten?

Antw.: 32 Ms. à 12 kr. und 16 Ms. à 30 kr.

Aufgabe 7. Zu 8 Eimer Wein à 18 fl. sollen so viele Eimer Wein à 10 fl. kommen, daß der Eimer Mischling 10 fl. werth sei. Wie viel muß von der geringeren Sorte genommen werden? ($2\frac{2}{3}$ Eim.)

Ansatz.

Bessere Sorte	18	16	− 2	1/2	3/6	3
Geringere Sorte	10	16	+ 6	1/6	1/6	1

Zu 3 Eimer der besseren Sorte muß 1 Eimer der geringeren kommen, wie viel zu 8 Eim.?

Aufgabe 8. Wie viel Wasser wird **E** zu 54 Ms. Branntwein à 36 kr. gießen müssen, damit er, ohne Schaden zu haben, die Maas zu 24 kr. geben kann? Antwort: 27 Maas.

Branntwein	36	24	− 12	1/12	2/24	2
Wasser	0	24	+ 24	1/24	1/24	1

Zu 2 Ms. Branntw. gehört 1 Ms. Wasser, wie viel zu 54 Ms.?

Gold und Silber.

Die Gewichtseinheit für die edlen Metalle ist die alte kölnische Mark. Sie beträgt 233,8 Grammen; 0,42 Pfd. bayer. und österreich.; 0,47 Pfd. bad.; 0, 50 Pfd. würtemb. und preuß.; 0,47 Pfd. sächs. &c. Als Goldgewicht wird sie anders eingetheilt, denn als Silbergewicht.

1 Mark Silber = 16 Loth; 1 Loth = 18 Gran.

1 Mark Gold = 24 Karat; 1 Karat = 12 Gran.

Eine Mark reines Silber oder Gold, ohne Zusatz, heißt eine feine Mark; eine Mark gemischtes Silber oder Gold heißt eine rauhe oder gekörnte Mark.

Enthält eine rauhe Mark Silber 12 Loth reines Silber und 4 Loth Zusatz, so sagt man, das Silber sei 12 löthig. Und enthält eine rauhe Mark Gold 16 Karat reines Gold und 8 Karat Zusatz, so sagt man, das Gold sei 16 karatig.

Mündlich und schriftlich.

Aufgabe 1. Wie viel reines Silber ist in 4 Mrk. 10 Lth. 12löthigem Silber enthalten?

Aufl.: 1 Mark 12 löthiges Silber enthält 12 Loth reines Silber. 4 Mark 10 Lth. oder $4^5/_8$ Mark 12löth. Silber enthalten also $4^5/_8$ mal 12 Lth. reines Silber. $4^5/_8$ mal 12 Loth $= 48 +$ $7^1/_2$ Lth. $=$ 3 Mark $7^1/_2$ Loth. Also enthalten 4 M. 10 Lth. 12löthiges Silber 3 Mark $7^1/_2$ Loth reines Silber.

Aufgabe 2. Wie viel reines Silber enthalten 8 Mark 12 Lth. 10löthiges Silber? Antwort: 5 Mark $7^1/_2$ Lth.

Aufgabe 3. Wie viel reines Gold ist in 2 Mark 12 Karat 18karatigen Golde? Antwort: 1 Mark 21 Karat.

Aufl.: 1 Mark 18 karatiges Gold enthält 18 Karat reines Gold. 2 Mark 12 Karat oder $2^1/_2$ Mark 18karatiges Gold enthalten daher $2^1/_2$ mal 18 Karat feines Gold. $2^1/_2$ mal 18 Karat $=$ $36 + 9 = 45$ Karat $=$ 1 Mark 21 Karat. Also 2c.

Aufgabe 4. 3 Mark 20 Karat 16 karatiges Gold enthalten wie viel feines Gold? Antw.: 2 Mark $13^1/_3$ Karat.

Aufgabe 5. Ein Silberarbeiter schmelzt 3 Mark 6 Lth. 8löthiges und 2 Mark 10 Lth. 12löthiges Silber zusammen. Wie viellöthig wird die Mischung?

Aufl.: 3 M. 6 Loth 8löth. Silber $= 3^3/_8$ mal $8 = 27$ Loth f. S.
2 M. 10 Loth 12löth. Silber $= 2^5/_8$ mal $12 = 31^1/_2$ Loth f. S.

Die 6 Mark legirtes Silber enthalten also $58^1/_2$ Loth f. S.

Folglich kommt auf 1 Mark $^1/_6$ von $58^1/_2$ Loth $= 9^3/_4$ Loth. Die Mischung wird also $9^3/_4$löthig.

Aufgabe 6. 4 Mark 2 Loth 12löthiges, 7 Mark 8 Loth 10löth. und 3 Mark 7 Loth 8löthiges Silber zusammengeschmolzen, gibt ein wie viellöthiges Silber? Antw.: $10^{22}/_{241}$löthiges Silber.

Aufgabe 7. Ein Münzmeister schmelzt 8 Mark feines Silber und 3 Mark Kupfer zusammen. Wie viellöthig wird die Mischung?

Aufl.: 8 Mark Silber + 3 Mark zusammengeschmolzen, geben 11 Mark Mischung. Diese enthalten 8 Mark oder 8 mal $16 =$ 128 Loth f. S.; also kommt auf 1 Mark der Mischung $^1/_{11}$ von 128 $= 11^7/_{11}$ Loth. Die Mischung wird demnach $11^7/_{11}$löthig.

Aufgabe 8. Ein Goldarbeiter schmelzt 1 Mark 10 Karat 14karatiges und 1 Mark 18 Karat 16karatiges Gold zusammen. Wie vielkaratig wird die Mischung? Antw.: $15\frac{2}{19}$karatig.

Aufgabe 9. Wiederum schmelzt er 3 Mark 16 Karat 12karatiges, 1 Mark 22 Karat 10karatiges und 1 Mark feines Gold zusammen. Von welchem Gehalte wird die Mischung? ($13\frac{19}{79}$karatig.)

Aufgabe 10. A hat 8= und 15löthiges Silber. Daraus will er 12löthiges legiren. In welchem Verhältniß muß er mischen? Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen, um 2 Mark Mischung zu erhalten?

Ansatz und Berechnung.

8	12	$+ 4$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{12}$	3
15	12	$- 3$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{12}$	4

Alles 8= und 15löthige Silber, das in den Schmelztiegel kommt, wird für 12löthig angesehen und berechnet. An der Mark 8löthigem Silber hat A demnach 4 Loth Gewinn ($+ 4$), an der Mark 15löthigem Silber 3 Loth Verlust ($- 3$).

Da sich 4 Loth Gewinn und 3 Loth Schaden nicht gegenseitig decken, so darf von beiden Sorten nicht gleichviel genommen werden. Wir suchen, wie viel von jeder Sorte genommen werden muß, um 1 Loth Gewinn und 1 Loth Verlust zu haben.

Zu 4 Loth Gewinn gehört 1 Mark 8löthig, zu 1 Loth also $\frac{1}{4}$ Mk.
Zu 3 Loth Verlust gehört 1 Mark 15löthig, zu 1 Loth also $\frac{1}{3}$ Mk.

$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12}$ oder $3 + 4$ gleiche Theile. Also muß A, damit Gewinn und Verlust sich gegen einander aufheben, immer 3 Theile 8löthiges und 4 Theile 15löthiges Silber zusammenschmelzen. Dieß gibt 7 Theile 12löthiges Silber. Es gehören also

a) zu 7 Mark Mischung 3 Mark 8löthiges Silber, wie viel zu 2 Mark Mischung? Antwort: $\frac{6}{7}$ Mark;

b) zu 7 Mark Mischung 4 Mark 15löthig. Silber, wie viel zu 2 Mark Mischung? Antwort: $1\frac{1}{7}$ Mark.

Aufgabe 11. Aus 9= und 14löth. Silber sollen 3 Mk. 12 Lth. 12löthiges legirt werden. Wie viel ist von jeder Sorte dazu einzuschmelzen? Antw.: $1\frac{1}{2}$ Mk. 9löthig und $2\frac{1}{4}$ Mk. 14löthig.

Aufgabe 12. Ein Goldschmied braucht 2 Mark 14karatiges Gold. Er hat aber nur 12= und 18karatiges. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

Antwort: $1\frac{1}{3}$ Mark 12karatig und $\frac{2}{3}$ Mark 18karatig.

Aufgabe 13. Aus 10= und 16karatigem Golde sind 3 Mark 13karatiges Gold zu legiren. Wie viel ist von beiden Sorten zu nehmen? Antw.: $1\frac{1}{2}$ Mark 10karatig und $1\frac{1}{2}$ Mark 16karatig.

Aufgabe 14. Ein Silberarbeiter will aus 4 Mark 13 Loth 8löthigem Silber 10löthiges machen. Wie viel feines Silber muß er beimischen? Antwort: 1 Mark 9 Loth 12 Gran.

Aufl.: Unter 4 Mark 13 Loth 8löthigem Silber sind $4\frac{13}{16}$ mal 8 = $38\frac{1}{2}$ Loth Zusatz. 1 Mark 10löthiges Silber enthält 6 Loth Zusatz. Die $38\frac{1}{2}$ Loth Zusatz reichen daher zu so vielmal 1 Mark 10löth. Silber hin, als 6 Loth in $38\frac{1}{2}$ Loth enthalten sind, nämlich zu $6\frac{5}{12}$ Mark. Nun fragt es sich: Wie viel Silber ist zu $6\frac{5}{12}$ Mark 10löth. Silber nöthig? Antwort: $64\frac{1}{6}$ Loth. Wie viel f. S. ist in den 4 Mark 13 Loth 8 löth. Silber bereits vorhanden? Antwort: $38\frac{1}{2}$ Loth. Wie viel feines Silber ist noch beizumischen? Antwort: $64\frac{1}{6} - 38\frac{1}{2} = 25\frac{2}{3}$ Loth = 1 Mark 9 Loth 12 Gran.

Aufgabe 15. Ein bayerischer Münzmeister will Mardor prägen, welche $18\frac{1}{2}$karatig sind. Wie viel 22karatiges Dukatengold und Zusatz muß er zusammenschmelzen, um 5 Mark Mischung zu bekommen?

Ansatz und Berechnung.

22	$18\frac{1}{2}$	$+ 3\frac{1}{2}$	7	$\frac{1}{7}$	37
(Zusatz) 0	$18\frac{1}{2}$	$- 18\frac{1}{2}$	37	$\frac{1}{37}$	7

37 + 7 = 44. a) Zu 44 Mark Mischung braucht man 37 Mark Dukatengold, wie viel zu 5 Mark Mischung? ($4\frac{9}{44}$ Mk.)

b) Zu 44 Mark Mischung braucht man 7 Mark Zusatz, wie viel zu 5 Mark Mischung? Antw.: $\frac{35}{44}$ Mark.

IV. Procent-Rechnung.

Der Werth der Schnittwaaren wird meistens per Elle, der Flüssigkeiten per Maas und Eimer, der Materialwaaren per Ctr., Pfd., Loth, Qt., vieler zählbaren Dinge per Stück, Dutzend, Mandel und Schock festgesetzt. Zins und Rabatt, oft auch Gewinn und Verlust, sowie die chemischen Bestandtheile mancher Dinge pflegt man vom Hundert (= pro cent) zu bestimmen. Was also z. E. bei den Schnittwaaren die Elle ist, das ist in den Fällen, wo der Werth nach Procenten bestimmt zu werden pflegt, das Hundert. Und wie dort der Werth gewöhnlich von 1 Elle gegeben und von einer größeren oder kleineren Länge zu berechnen ist, oder umgekehrt; so ist hier entweder der Werth vom Hundert gegeben und der Werth von einer größeren oder kleineren Summe ist zu suchen, oder es ist der Werth von einer größeren oder kleineren Summe als 100 gegeben und vom Hundert zu berechnen.

A. Aus dem gegebenen Werth pro cent wird der Werth von einer andern Größe gesucht.

Mündlich und schriftlich.

(Als Vorübung.)

1) Aus wie vielmal Hundert bestehen folgende Zahlen: 4000; 5600; 30000; 47000; 25700; 100000; 500000 360000, 428000; 234600; 1000000; 8000000; 3400000; 5760000, 8952000; 4685300?

2) Verwandle alle Zahlen von 1 bis 99 in ein- und mehrfache Bruchtheile von 100, als:

$1 = {}^1/_{100}$ von 100; $4 = {}^4/_{100} = {}^1/_{25}$;
$2 = {}^2/_{100} = {}^1/_{50}$; $5 = {}^5/_{100} = {}^1/_{20}$;
$3 = {}^3/_{100}$; $6 = {}^6/_{100} = {}^3/_{50}$;
$= 2 + 1 = {}^1/_{50} + {}^1/_{100}$; $= 5 + 1 = {}^1/_{20} + {}^1/_{100}$ ꝛc.

3) Stelle folgende Zahlen als vermischte Vielfache von 100 dar: 250; 525; 820; 410; 875; 940; 690; 345; 460; 870; 1050; 1280; 1530; 1815; 2035; 3456!

$250 = 200 + 50 = 2$ mal $100 + {}^1/_2$ mal $100 = 2^1/_2$ mal 100;
$525 = 500 + 25 = 5$ mal $100 + {}^1/_4$ mal $100 = 5^1/_4$ mal 100 ꝛc.

(Anwendung.)

Bestandtheile einiger Feldfrüchte, nach Procenten bestimmt.

	Nahrungs-Theile					Wasser	Faser ꝛc.
	Eiweiß	Stärke	Zucker	Fett	Summe		
Erbsen	24%	36%	10%	2%	72%	15%	13%
Weizen	18	60	5	1	84	14	2
Korn	12	56	10	2	80	14	6
Mais	10	58	3	8	79	15	6
Reis	6	75	1	1	83	14	3
Kartoffel	4	20	3	0	27	70	3

Der Erbse fast gleich stehen Bohne und Linse, dem Korne fast gleich Gerste und Haber. Der vorzüglichste Nahrungstheil ist das Eiweiß. Unter den Speisen stehen Fleisch und Eier obenan. —

Lufttrocken enthalten die Erbsen 24 % oder ${}^{24}/_{100} = {}^6/_{25}$ Eiweiß,
36 % oder ${}^{36}/_{100} = {}^9/_{25}$ Stärkemehl,
10 % oder ${}^{10}/_{100} = {}^1/_{10}$ Zuckerstoff,
2 % oder ${}^2/_{100} = {}^1/_{50}$ fettartige Theile.

Zusammen 72 % oder ${}^{72}/_{100} = {}^{18}/_{25}$ Nahrungstheile.

4) Eben so lasse man den Nahrungsgehalt vom Weizen &c. bestimmen.

5) Durchschnittlich wiegt der bayer. Scheffel Erbsen (Linsen und Bohnen) 310 Pfd., Weizen 300 Pfd., Korn 275 Pfd., Gerste 260 Pfd., Kartoffel 285 Pfd. Wie viele Nahrungstheile enthält ein Scheffel dieser Feldfrüchte?

Aufl.: Bei der Erbse sind unter 100 Gewichtstheilen immer 72 Theile Nahrungsstoff; also enthält 1 Schff. (= 310 Pfd.) Erbsen $^{72}/_{100}$ oder $^{18}/_{25}$ mal 310 Pfd. desselben. $^{1}/_{25}$ mal 310 Pfd. = $12^{2}/_{5}$ Pfd.; $^{18}/_{25}$ mal 310 Pfd. = 18 mal $12^{2}/_{5}$ Pfd. = $223^{1}/_{5}$ Pfd.

Oder: In 100 Pfd. Erbsen sind 72 Pfd. Nahrungsstoff enthalten; mithin in 310 oder $3^{1}/_{10}$ mal 100 Pfd. $3^{1}/_{10}$ mal 72 Pfd.; $3^{1}/_{10}$ mal 72 Pfd. = $223^{1}/_{5}$ Pfd.

Dreisatz:

100 Pfd. Erbsen = 72 Pfd. Nahrungsth.; 310 Pfd. Erbsen =?

6) Ein Tagwerk Acker ertrage $3^{1}/_{2}$ Schff. Erbsen, oder 4 Schff. Weizen, oder 6 Schff. Korn, oder 7 Schff. Gerste, oder 12 Schff. Kartoffel. Wie viele Nahrungstheile im Ganzen liefert der Acker bei jeder dieser Fruchtgattungen?

Aufl. $3^{1}/_{2}$ Scheffel Erbsen wiegen $3^{1}/_{2}$ mal 310 Pfd. = 1085 Pfd. Die Regeldetriaufgabe heißt also: 100 Pfd. Erbsen enthalten 72 Pfd. Nahrungsstoff; wie viel enthalt. 1085 Pfd.? &c.

7) Ein Scheffel Erbsen sei so schwer als 1 Schff. Kartoffel und koste 20 fl.; wie viel ist ein Schff. Kartoffel werth, wenn man alle Nahrungstheile in Anschlag bringt?

Aufl. 1 Schff. Erbsen enthält unter 100 Gewichtstheilen 72 Theile Nahrungsstoff, 1 Schff. Kartoffel aber nur 27. Die Aufgabe ist daher: 72 Theile kosten 20 fl.; wie viel kosten 27 Theile? Antwort: 7 fl. 30 kr.

8) Ein Schff. Weizen wiege 320 Pfd., 1 Schff. Korn 300 Pfd.; wie viele Nahrungstheile enthalten beide? Der Schff. Korn koste 12 fl. 30 kr.; wie viel ist demnach der Schff. Weizen werth?
Antwort: 14 fl.

9) Ein Grundstück erträgt 36 Schff. Kartoffel (á Schff. 285 Pfd.); wie viel Pfd. Stärkmehl können daraus gewonnen werden?
Antwort: 2052 Pfd.

10) Wie viel Pfd. Stärkemehl liefern 20 Schff. Weizen, der Schff. zu 325 Pfd. gerechnet?
Antwort: 3900 Pfd.

Die Heizkraft der Holzarten, nach Procenten bestimmt:

1) Pappelholz	40 %;	5) Roßkastanie	56 %;	9) Ahornholz	66 %;
2) Lindenholz	45 ;	6) Buchenholz	60 ;	10) Eichenholz	70 ;
3) Lerchenholz	48 ;	7) Birkenholz	62 ;	11) Hainbuche	75 .
4) Fichten u. Tannen	55 ;	8) Eschenholz	64 ;		

Frisches Holz enthält 25 bis 30 % Wasser, lufttrockenes Holz 15 bis 20 %. Der Wassergehalt vermindert die Heizkraft des Holzes, indem ein Theil der Wärme zur Verdampfung des Wassers verwendet wird. Bei obiger Tabelle ist vorausgesetzt, daß das Holz gleich trocken sei. — Alles Holz enthält auch Luft, das harte Holz etwa $^1/_4$ seines Rauminhaltes, das weiche etwa die Hälfte. Je mehr Luft im Holz enthalten ist, desto weniger Holzstoff oder Heizkraft hat dasselbe. Pappelholz hat 40 % Heizkraft, d. h. 100 Raumtheile (etwa Kubikzoll) desselben enthalten nur 40 dergleichen eigentliche Holzsubstanz; diese beträgt also nur $^{40}/_{100}$ oder $^2/_5$ von dem Ganzen.

10) Bestimme eben so die Heizkraft von den übrigen Holzarten!

11) Eine Klafter Holz, 126 Kubikfuß groß, ist so zusammen geschlichtet, daß die leeren Räume zwischen den Scheiten $^1/_6$ der ganzen Klafter betragen. Wie viel Kubikfuß eigentlichen Holzstoff enthält eine Klafter Pappelholz? Lindenholz? ɔc.

Aufl. $^1/_6$ von 126 Kubikfuß = 21 Kubikfuß; 126 — 21 = 105. Nun heißt die Aufgabe: 100 Kubikfuß Pappelholz enthalten 40 K.-Fuß eigentlichen Holzstoff; wie viel deßgleichen enthalten 105 Kubikfuß Pappelholz? Antw.: 42 K.-Fuß.

12) Eine Klafter Fichtenholz kostet 10 fl.; wie viel ist eine Klafter Pappelholz werth? Wie viel eine Klafter Lindenholz? ɔc.

40 Theile Holzstoff kosten 10 fl.; wie viel kosten 45? Antw.: $11^1/_4$ fl.

13) Wie viele Klafter Tannenholz haben gleichen Werth mit 25 Klafter Eichenholz?

Antw.: 25 mal 70, dividirt durch 55 = $31^9/_{11}$ Klftr.

14) Gewöhnlich beträgt die Anzahl der werktagschulpflichtigen Kinder 14 % der Bevölkerung. Wie groß wird die Anzahl der Schulkinder im Kgr. Bayern sein, das $4^1/_2$ Mill. Seelen zählt?

Antwort: 630000.

B. Aus dem gegebenen Werth von verschiedenen Größen ist der Werth pro cent, d. i. vom Hundert zu berechnen.

Wie verhält sich 100 zu 50? $33^1/_3$? 25? 20? 10? 5? ɔc.
Wie zu 200? 500? 1000? 1500? 3000? 4500? ɔc.

100 ist das 2fache von 50, das 3fache von $33^1/_3$, das 4fache von 25 ɔc.
100 ist die Hälfte von 200, $^1/_3$ von 300, $^1/_4$ von 400 ɔc.

15) 5 Pfd. Kartoffel enthalten 1 Pfd. Stärkemehl; wie viel %?
Wie viel % = wie viel vom Hundert. a) 5 Pfd. Kartoffel geben 1 Pfd. Stärkemehl; 100 oder 20 mal 5 Pfd. Kartoffel geben 20 mal 1 Pfd. = 20 Pfd. b) Aus 5 Pfd. Kartoffel erhält man 1 Pfd. Stärkemehl, d. i. $^1/_5$ von der ganzen Masse; also erhält man aus 100 Pfd. Kartoffel $^1/_5$ von 100 Pfd. = 20 Pfd. an Stärke = 20 %.

16) 4 Pfd. Weizen enthalten 3 Pfd. Stärkemehl; wie viel pr. c.?

17) 10 Pfd. Runkelrüben enthalten 1 Pfd. Zuckerstoff, wie viel %?

18) 50 Pfd. Zuckerrohr geben 9 Pfd. Zucker; wie viel pr. c.?

19) 20 Pfd. Eichenrinde enthalten 3 Pfd. Gerbestoff; wie viel %?

20) Von 4 Pfd. frischer Butter erhält man 3 Pfd. Schmalz; wie v. %?

21) Von den $4^1/_2$ Mill. Einwohnern des Kgr. Bayern gehören 72000 dem Militärstande an; wie viel proc.? Antw.: $1^3/_5$ %.

22) In einer Gemeinde von 1200 Seelen sterben in 1 Jahre 90 Personen; wie viel macht das proc. Antw.: $7^1/_2$ %.

23) A hat sich ein Haus um 7500 fl. gekauft und nimmt jährlich 320 fl. Miethzins davon ein. Wie viel proc. wirft ihm dasselbe ab? Antwort: $4^4/_{15}$ %.

24) B kauft eine Wiese um 800 fl.; ihr jährlicher Heuertrag ist durchschnittlich 85 Ctr. Wie viel proc. wirft sie ihm ab, der Ctr. Heu zu 48 kr. gerechnet?

Aufl. 85 Ctr. betragen 85 mal $^4/_5$ fl. = 68 fl.; 800 fl. werfen also 68 fl. Ertrag ab; mithin kommt aufs Hundert $^1/_8$ von 68 fl. = $8^1/_2$ fl. Die Wiese erträgt also $8^1/_2$ %.

25) C kauft einen Acker um 1250 fl. Im ersten Jahre erträgt derselbe 18 Schff. 4 Mtz. Korn, im zweiten Jahre 21 Schff. 5 Mtz. Haber, im 3. Jahre liegt er in der Brache. Das Stroh rechnet C für die Bewirthschaftung des Feldes. Den Scheffel Korn verkauft er aber zu 12 fl. 30 kr. und den Scheffel Haber zu 5 fl. 45 kr. Wie viel proc. erträgt ihm das auf den Acker verwendete Kapital?

Auflösung.

$18^2/_3$ Schff. Korn à $12^1/_2$ fl. = $233^1/_3$ fl.
$21^5/_6$ Schff. Haber à $5^3/_4$ fl. = $125^{13}/_{24}$ fl.

Der Ertrag für 2 + 1 = 3 Jahre ist also $358^7/_8$ fl.; mithin für 1 Jahr = $119^5/_8$ fl. Das ist die jährliche Rente aus den 1250 fl. Nun heißt es: 1250 fl. Kpt. werfen $119^5/_8$ fl. ab; wie viel kommt auf 100 fl. Kpt. Antw.: $9^{57}/_{100}$ fl.

V. Zins-Rechnung.

A hat eine Summe Geldes baar vorräthig. Da er dieselbe für sich nicht mit Vortheil zu verwenden weiß, so leiht er sie dem B, der sie in Grundstücken oder im Handel nutzbringend anlegt. Dafür gibt B dem A jährlich eine bestimmte Vergütung. Dieselbe nennt man den Zins, und ihre Größe wird vom oder für das Hundert, mithin nach Procenten festgesetzt. Besteht also das dargeliehene Geld, Kapital genannt, in 300 fl., und hat B dafür jährlich 4 vom Hundert (= 4 %) zu zahlen; so beträgt der Jahreszins 3 mal 4 oder 12 fl. — Weil bei der Zinsberechnung der Zins vom Hundert, gleichwie bei der Längenmessung der Fuß, als Maßstab dient; so nennt man ihn den Zinsfuß. — Der Ausdruck von 100 ist unbenannt. Man muß sich aber jedesmal dieselbe Münzsorte dazu denken, in welcher das Kapital besteht, wovon der Zins zu berechnen ist. 4 % kann also heißen:

von je 100 Gulden Kapital jährlich 4 Gulden Zins,
von je 100 Thalern Kapital jährlich 4 Thaler Zins,
von je 100 Groschen Kapital jährlich 4 Groschen Zins ꝛc.

Noch ist zu bemerken, daß man den Darleiher auch Gläubiger oder Kreditor und den, welcher das geliehene Geld empfängt, den Schuldner nennt.

Ist der Zins gerade auf ein Jahr zu berechnen, so ist es eine einfache Regeldetri-Aufgabe; ist derselbe aber für eine größere oder geringere Zeit zu suchen, so ist es eine zusammengesetzte. In beiden Fällen aber kann nicht nur der Zins, sondern auch das Kapital und der Zinsfuß in Frage stehen, und bei den zusammengesetzten Zins-Regeldetriaufgaben auch die Zeit.

A. Einfache Zins-Regeldetriaufgaben.

1) Der Zins ist zu berechnen.

a) Mündlich.

Beispiel 1. Wie viel Zins ertragen 700 fl. Kpt. zu $3\frac{1}{2}$ % jährl.?

Aufl.: $3\frac{1}{2}$ % = $3\frac{1}{2}$ von 100; 100 fl. Kpt. tragen also jährlich $3\frac{1}{2}$ fl. Zins. Mithin tragen 700 fl. Kpt. 7 mal $3\frac{1}{2}$ = $24\frac{1}{2}$ fl. jährlichen Zins.

Beispiel 2. Wie viel beträgt der Zins aus 65 Thlr. zu 5 %?

Aufl.: 65 Thr. = 50 + 10 + 5 Thlr.; 100 Thlr Kpt. geben 5 Thlr. Zins; mithin geben

50 Thlr. Kpt. $\frac{1}{2}$ mal 5 Thlr. = 2 Thlr. 15 Gr. Zins,
10 Thlr. „ $\frac{1}{10}$ mal 5 Thlr. = — Thlr. 15 Gr. „
5 Thlr. „ $\frac{1}{2}$ mal 15 Gr. = — Thlr. 7 Gr. 6 Pfg.,

65 Thlr. Kpt. geben also jährlich 3 Thlr. 7 Gr. 6 Pfg. Zins.

Oder: 100 Thlr. Kpt. geben 5 Thlr. Zins; 1 Thlr. Kpt. gibt den 100. Theil von 5 Thlr. = $^{5}/_{100}$ = $^{1}/_{20}$ Thlr.; folglich geben 65 Thlr. Kpt. 65 mal $^{1}/_{20}$ = $^{65}/_{20}$ = $3^{1}/_{4}$ Thlr. Zins.

Oder: Bei 5 % beträgt der Zins $^{1}/_{20}$ vom Kapital; $^{1}/_{20}$ von 65 Thlr. = $3^{1}/_{4}$ Thlr.

Beispiel 3. Wie groß ist der Jahreszins aus 495 fl. zu 4 %?

Berechnung: 400 fl. Kpt. geben 4 mal 4 fl. = 16 fl. Zs.;
50 fl. „ „ $^{1}/_{2}$ mal 4 fl. = 2 fl. Zs.; 16 + 2 = 18 fl.
25 fl. „ „ $^{1}/_{4}$ mal 4 fl. = 1 fl. Zs.; 18 + 1 = 19 fl.
20 fl. „ „ $^{1}/_{5}$ mal 4 fl. = $^{4}/_{5}$ fl. Zs.; zusammen $19^{4}/_{5}$ fl.

b) Schriftlich.

Beispiel. Wie viel Zins ertragen 855 fl. Kpt. zu $4^{1}/_{2}$ %?

Zweisatz

100 fl. K. $4^{1}/_{2}$ fl. Zs.
855 fl. K. ?

100 fl. K.	$4\frac{1}{2}$ fl.
1 fl. K. 100	
855 fl. K.	855
2	9
200	7695

Dreisatz

100 fl. K.	$4^{1}/_{2}$ fl. Zins × 855 fl. K.	
× 2	9	
200	855	
200	7695	38 fl. $28^{1}/_{2}$ kr.

Aufgaben.

Mündlich und schriftlich.

1) Wie viel Zins geben in einem Jahre
400 fl. Kpt. zu 4 %? 500 fl. Kpt. zu $3^{1}/_{2}$ %?
800 fl. „ „ 3 %? 700 fl. „ „ $4^{1}/_{4}$ %?
1200 fl. „ „ 5 %? 1800 fl. „ „ $4^{3}/_{4}$ %?

2) Wie viel beträgt der jährliche Zins
von 36 fl. Kpt. zu 3 %? von 64 fl. Kpt. zu $4^{1}/_{2}$ %?
„ 75 fl. „ „ 4 %? „ 45 fl. „ „ $3^{3}/_{4}$ %?
„ 80 fl. „ „ 5 %? „ 58 fl. „ „ $5^{1}/_{4}$ %?

3) Wie groß ist der Jahreszins aus
135 fl. Kpt. zu $3^{1}/_{2}$ %? 3750 fl. Kpt. zu $3^{1}/_{4}$ %?
357 fl. „ „ $4^{1}/_{2}$ %? 5895 Thlr. „ „ $4^{3}/_{4}$ %?
725 Thlr. „ „ 4 %? 12580 fl. „ „ 5 %?

2) Das Kapital ist zu berechnen.

Beispiel. Welches Kapital trägt jährlich zu 4 % $18^{1}/_{2}$ fl. Zins?

Mündlich. Hier ist das Kapital zu $18^{1}/_{2}$ fl. Zins zu suchen. Um dieß thun zu können, so muß das Kapital zu einem anderen Zinse gegeben sein. Das ist

der Fall. Der Ausdruck 4 % zeigt an, daß zu 4 fl. Zins 100 fl. Kpt. gehören. Die Aufgabe heißt also: zu 4 fl. Zins gehören 100 Kpt.; welches Kapital gehört zu $18\frac{1}{2}$ fl. Zins? Dieß läßt sich auf verschiedene Weise finden.

a) Muß man, um 4 fl. Zins zu erhalten, 100 fl. Kpt. ausstehen haben, so braucht man zu 1 fl. Zins den 4. Theil von 100 fl. = 25 fl. Kpt., zu $18\frac{1}{2}$ fl. Zs. also $18\frac{1}{2}$ mal 25 fl. Kpt.; 18 mal 25 fl. = 450 fl.; $\frac{1}{2}$ mal 25 fl. = $12\frac{1}{2}$ fl.; 450 + $12\frac{1}{2}$ = $462\frac{1}{2}$ fl.

b) So vielmal 4 fl. Zins, so vielmal 100 fl. Kpt. Zu $18\frac{1}{2}$ fl. Zs. sind daher so vielmal 100 fl. Kpt. erforderlich, als 4 fl in $18\frac{1}{2}$ fl. Zins enthalten sind. 4 in $18\frac{1}{2}$ = $\frac{8}{2}$ in $\frac{37}{2}$ = 8 in 37 = $4\frac{5}{8}$ mal. $18\frac{1}{2}$ fl. sind also $4\frac{5}{8}$ mal 4 fl.; folglich bedarf man zu $18\frac{1}{2}$ fl. Zins $4\frac{5}{8}$ mal 100 fl. Kpt.; $4\frac{5}{8}$ mal 100 fl. = $462\frac{1}{2}$ fl.

Schriftlich.

Zweisatz

4 fl. Zs.		100 fl. K.
$18\frac{1}{2}$ fl. Zs.		?
4 fl. Zs.		100 fl. K.
1	4	
$18\frac{1}{2}$		$18\frac{1}{2}$
	2	37
	8	3700

Dreisatz

4 fl. Zs.	100 fl. K.	$18\frac{1}{2}$ fl. Zs.
2		
8	100 fl. K. × 37	
	37	
8	3700	$462\frac{1}{2}$ fl. Kpt.
	32	
	50	
	48	
	20	
	16	
	4	

Aufgaben (mündlich und schriftlich).

4) Welches Kapital trägt jährlich

zu 4 % 48 fl. Zs.?	zu $3\frac{1}{2}$ % 50 fl. Zs.?
zu 3 % 100 fl. Zs.?	zu $4\frac{1}{2}$ % 96 Thlr. Zs.?
zu 5 % 324 fl. Zs.?	zu $3\frac{3}{4}$ % 120 fl. Zs.?

3) Der Zinsfuß ist zu berechnen.

Beispiel 1. A nimmt von 800 fl. Kpt. jährlich 36 fl. Zins ein; zu wie viel pro cent ist das Kapital ausgeliehen?

Aufl.: Hier ist der Zins pro cent, d. i. vom Hundert zu berechnen, und der Zins von 800 fl. ist bekannt. 800 fl. Kpt. tragen 36 fl. Zins. Mithin kommt auf das Hundert der 8. Theil von 36 fl. Der 8. Theil von 36 fl. ist $4\frac{1}{2}$ fl. Das Kapital ist demnach zu $4\frac{1}{2}$ vom Hundert, d. i. zu $4\frac{1}{2}$ % ausgestellt.

Beispiel 2. Von 75 Thlr. Kpt. erhält man 3 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Gr. Jahreszins, wie viel %?

Mündlich. Um aus dem gegebenen Zinse von 75 Thlr. Kpt. den Zins pro cent oder vom Hundert zu finden, so schließe ich von 75 Thlr. auf 25 Thlr. und von 25 Thlr. auf 100 Thlr. 75 Thlr. Kpt. = $3^3/_4$ Thlr. Zins; 25 Thlr. Kpt. = $1^1/_4$ Thlr. Zs.; 100 Thlr. Kpt. = 4mal $1^1/_4$ = 5 Thlr. Zins. Die 75 Thlr. Kpt. sind demnach zu 5% ausgeliehen.

Schriftlich.

Zweisatz

75 Th. K.	$3^3/_4$ Th. Zs.
100 Th. K.	?

75		$3\frac{3}{4}$ Th. Z.
1	75	
100		100
	4	15

Dreisatz

75 Th. K.	$3^3/_4$ Th. Zs. × 100 Th. K.
× 4	
~~300~~	15 Th. Zs. × ~~100~~

Aufgaben.

5) Bei welchem Zinsfuße geben

725 fl. Kp. 29 fl. Zs.? (4 %.) — 1250 Th. Kp. $62^1/_2$ Th. Zs.? (5 %.)
875 fl. Kp. 35 fl. Zs.? (4 %.) — 1534 fl. Kp. $69^3/_{100}$ fl. Zs.? ($4^1/_2$ %.)
365 fl. Kp. $14^3/_5$ fl. Zs.? (4 %.) — 2004 fl. Kp. $100^1/_5$ fl. Zs.? (5 %.)

B. Zusammengesetzte Zins-Regeldetriaufgaben.

1. Der Zins ist zu berechnen.

Beispiel 1. Was tragen 640 fl. zu $3^1/_2$ % in 4 Jahren Zs.?

Mündlich. Bevor ich berechne, was der Zins auf 4 Jahre beträgt, suche ich erst, wie viel derselbe auf 1 Jahr macht. 640 fl. Kpt. tragen in 1 Jahre zu $3^1/_2$ % $6^2/_5$mal $3^1/_2$ fl. = 22 fl. 24 kr. Beträgt der Zins auf 1 Jahr 22 fl. 24 kr., so macht er auf 4 Jahre 4mal 22 fl. 24 kr. = 88 fl. + 1 fl. 36 kr. = 89 fl. 36 kr.

Oder: Ich suche zuerst den Zins von 100 fl. auf 4 Jahre. Derselbe ist 4mal $3^1/_2$ = 14 fl. Also beträgt der Zins aus 640 fl. auf diese Zeit $6^2/_5$mal 14 fl. = 84 fl. + 5 fl. 36 kr. = 89 fl. 36 kr.

Schriftlich.

Zweisatz

100 fl. K. 1 J.	4 fl. Zs.
640 fl. K. 4 J.	?

100 fl.		4 fl. Zs.
1 fl.	100	
640 fl. (1 J.)		640
4 „		4

Dreisatz

100 fl. K.	4 fl. Zs. × 640 fl. K.
1 J.	× 4 J.
100	4 fl. Zs. × 2560

Beispiel 2. Wie viel Zins geben 730 fl. Kapital zu 5 % in 7 Mon.?

Mündlich. Da der Zins vom Hundert auf 1 Jahr gegeben ist, so suche ich zuerst den Zins auch von 730 fl. auf 1 Jahr. Derselbe beträgt $7^3/_{10}$ mal 5 fl. $= 35 + 1^1/_2 = 36^1/_2$ fl. — Nun berechne ich den Zins auf 7 Monat. Das kann ich auf verschiedene Weise thun.

a) Ich schließe von 12 Mon. auf 1 Mon. und von 1 Mon. auf 7 Mon.

b) Ich zerlege die 7 Monate in 6 + 1, oder in 4 + 3, oder in 4 + 2 + 1 Monat und suche dann den Zins für die einzelnen Posten besonders.

Schriftlich.

Zweisatz

100 fl. K. 12 M. 5 fl. Zs.
730 fl. K. 7 M. ?

100 fl. K.		5 fl. Zs.
1 „ „	100	
730 „ „ (12 M.)		730
1 „	12	
7 „		7

Dreisatz

	100 fl. K.	5 fl. Zs. × 730 fl. K.
	12 M.	× 7 M.
5	1200	5 fl. Zs. × 5110
	24	1 fl. Zs. × 511
24	511 fl.	21 fl. $17^1/_2$ kr.

Beispiel 3. Wie viel beträgt der Zins aus 875 fl. Kpt. zu 4 % auf 3 Jahre 10 Monate und 15 Tage?

Mündlich und schriftlich.

Auf 1 Jahr beträgt der Zins aus 875 fl. Kpt. $8^3/_4$ mal 4 fl.
= 35 fl.; mithin auf 3 Jahre 3 mal 35 fl. = 105 fl.
„ 6 Mon. $^1/_2$ mal 35 fl. = 17 fl. 30 kr.
„ 3 Mon. $^1/_2$ mal 17 fl. 30 kr. = 8 fl. 45 kr.
„ 1 Mon. $^1/_3$ mal 8 fl. 45 kr. = 2 fl. 55 kr.
„ $^1/_2$ Mon. $^1/_2$ mal 2 fl. 55 kr. = 1 fl. 27 kr. 2 pf.

auf 3 Jahre 10 Mon. und 15 Tage also 135 fl. 37 kr. 2 pf.

Zweisatz.

100 fl. K. 1 J. 4 fl. Zs.
875 fl. K. $46^1/_2$ M. ?

100 fl.		4 fl.	100 fl. Kpt. geben 4 fl. Zins;
1 fl.	100		1 fl. Kpt. gibt den 100. Theil;
875 fl. (1 J.)		875	875 fl. Kpt. geben 875 mal so viel,
1 M.	12		nämlich in 1 Jahre, in 1 Mon. nur
$46^1/_2$ „		$46^1/_2$	den 12. Theil, in $46^1/_2$ Mon. $46^1/_2$ mal so viel.

Dreisatz.

100 fl. K.	4 fl. Zs. ×	875 fl. K.
12 Mon.		$46\frac{1}{2}$ M.
2	×	93
24		

Aufgaben.

Wie viel Zins ertragen

1) 400 fl. K. zu 4 % in 5 J.? 365 fl. zu $3\frac{1}{2}$ % in $2\frac{1}{2}$ J.?
1200 fl. K. zu 6 % in 7 J.? 720 fl. zu $4\frac{1}{2}$ % in $5\frac{3}{4}$ J.?
2740 Thlr. K. zu 5 % in 6 J.? 1570 fl. zu 5 % in $7\frac{5}{6}$ J.?

2) 300 fl. K. zu $2\frac{1}{2}$ % in 8 M.? 580 fl. zu 4 % in $5\frac{3}{5}$ M.?
960 fl. K. zu $3\frac{3}{4}$ % in 10 M.? 740 fl. zu 5 % in $9\frac{2}{3}$ M.?
4800 fl. K. zu 4 % in 7 M.? 284 fl. zu $3\frac{1}{2}$ % in $8\frac{1}{2}$ M.?

3) 1750 fl. K. zu 4 % in 7 M. 24 Tg.? (Antw.: $45\frac{1}{2}$ fl.)

4) 8520 fl. zu $3\frac{1}{2}$ % in 8 M. 25 Tg.? (Antw.: 219 fl. $30\frac{1}{2}$ kr.)

5) 370 fl. zu 5 % vom 15. Aug. bis 20 Dezbr.? ($6\frac{61}{144}$ fl.)

6) 735 fl. zu $2\frac{3}{4}$ % vom 25. Juli 1853 bis 1. März 1854?
Antwort: $12\frac{267}{1460}$ fl.

7) 480 fl. zu $3\frac{1}{3}$ % v. 1. Mai 1852 — 15. Sept. 1854? (38 fl.)

8) 3150 fl. zu $4\frac{1}{4}$ % vom 12. Febr. 1851 — 22. Aug. 1854?
Antwort: $472\frac{9}{32}$ fl.

2) Das Kapital ist zu berechnen.

Beispiel 1. Welches Kapital wirft zu 5 % in 6 Jahren 480 fl. Zinsen ab?

Wie zu einem gegebenen einfachen Jahreszins das Kapital gefunden wird, ist uns bekannt. Hier aber soll das Kapital zu dem gegebenen 6fachen Jahreszins berechnet werden. Wie thut man dieß? Man führt den 6fachen Jahreszins auf den einfachen zurück und sucht dann zu diesem das Kapital. — Der 6jährige Zins = 480 fl.; der 1jährige also = 80. Nun ist die Frage: Welches Kapital gibt zu 5% jährlich 80 fl. Zins? Zu 5 fl. Zs. gehören 100 fl. Kpt.; mithin gehört zu 80 oder 16 mal 5 fl. Zs. ein Kapital von 16 mal 100 = 1600 fl.

Beispiel 2. Wie groß ist das Kapital, welches zu 4 % in 8 Mon. 44 fl. Zins erträgt?

Wie vorhin den Zins für die 5 Jahre, so berechnet man auch hier den Zins für die 8 Monate zuerst auf 1 Jahr. Gibt das Kapital in 8 Mon. 44 fl. Zins, so gibt es in 4 Mon. 22 fl. und in 12 Monaten 66 fl. Jetzt ist wieder die Frage: Welches Kapital erträgt bei 4 % in 1 Jahre 66 fl. Zins? Da hier 4 fl. Zins

100 fl. Kapital erfordern, so gehören zu 66 oder $16^1/_2$mal 4 fl. Zins $16^1/_2$mal 100 fl. Kapital; $16^1/_2$mal 100 fl. = 1650 fl.

Anm. In beiden Fällen wird die Antwort auch gefunden, wenn man den Zins vom Hundert auf die gegebene Zeit berechnet und dann sucht, wie oft derselbe in dem gegebenen Zinse enthalten ist. Der Quotient gibt das gesuchte Kapital in Hunderten.

Beispiel 3. Es hatte Jemand ein Kapital zu $3^1/_2$ % ausstehen, welches ihm in 4 Jahren und 8 Monaten 392 fl. Zinsen ertrug. Wie groß war dasselbe? Antwort: 2400 fl.

a) In zwei einfache Regeldetriaufgaben zerlegt.

Auf $4^2/_3$ Jahre beträgt der Zins 392 fl.; wie viel in 1 Jahre? Antwort: 84 fl.

Zu $3^1/_2$ fl. Zins gehören 100 fl. Kapital, wie viel zu 84 fl. Zs.? Antwort: 2400 fl.

b) Durch einen Ansatz.

$3^1/_2$ fl. Zs.	12 M.	100 fl. K.	
392 fl. Zs.	56 M.	?	

$3^1/_2$ fl. Zs.		100 fl. K.
1 " "	$3^1/_2$	
392 " " (12 M.)		392
1 "		12
56 "	56	

Zu $3^1/_2$ fl. Zins gehören 100 fl. Kpt., zu 1 fl. Zs. $3^1/_2$mal so wenig, d. i. 100 fl. dividirt durch $3^1/_2$; zu 392 fl. Zins hingegen 392 mal so viel, und zwar, wenn die 392 fl. Zins in 12 Mon. ertragen werden sollen. Um in 1 Mon. diesen Zins abzuwerfen, muß das Kapital 12 mal so viel betragen; um aber in 56 M., so braucht dasselbe nur $^1/_{56}$mal so groß zu sein.

Dreisatz.

12 Mon.	100 fl. Kpt.	56 M.
$3^1/_2$ fl. Zs.		392 fl. Zs.
		2
7		784

56	100 fl. Kpt.	12
7		784

Will man in 12 Mon. $3^1/_2$ fl. Zins erhalten, so muß man 100 fl. Kapital ausstehen haben; will man aber in 1 Mon. denselben Zins bekommen, so muß das Kapital 12 mal so viel betragen. Durch 12 ist daher zu multipliciren, folglich durch 56 zu dividiren. (12 hinter, 56 vor.)

Um $^7/_2$ fl. Zins zu erhalten, muß man 100 fl. Kpt. ausleihen; um nur $^1/_2$ fl. Zins zu bekommen, bedarf man nur des 7. Theils von 100 fl. Kpt. Mit 7 ist daher zu theilen, folglich durch 784 zu multipliciren.

Welches Kapital erträgt

9) bei 4 % in 3 Jahren 150 fl. Zins? Antw.: 1250 fl. Kpt.
10) zu $3\frac{1}{2}$ % in 8 Jahren 450 Thlr. Zs.? Antw.: $1607\frac{1}{7}$ Thlr. K.
11) zu 5 % in 10 Mon. 48 fl. Zs.? Antw.: 1152 fl. Kpt.
12) bei $4\frac{1}{2}$ % in $1\frac{1}{3}$ J. $176\frac{2}{3}$ fl. Zs.? Antw.: $2944\frac{4}{9}$ fl. K.
13) zu 4 % in $3\frac{1}{2}$ Mon. 420 fl. Zs.? Antw.: 36000 fl. K.
14) zu $5\frac{1}{2}$ % in 4 Mon. 88 Thlr. Zs.? Antw.: 3800 Thlr. K.

3) Der Zinsfuß ist zu suchen.

Beispiel. 480 fl. Kapital werfen in 4 Jahren 96 fl. Zinsen ab; zu welchem Zinsfuße ist dasselbe ausgeliehen?

Mündlich. Zu welchem Zinsfuße? = zu wie viel pro cent? = wie viel Zins jährlich vom Hundert? Es ist hier also der jährliche Zins von 100 fl. Kapital zu suchen. Gegeben ist, was 480 fl. Kpt. in 4 Jahren Zins ertragen. Werfen 480 fl. Kpt. in 4 Jahren 96 fl. Zinsen ab, so macht das auf 1 Jahr den 4. Theil von 96 fl. = 24 fl. 480 fl. Kpt. geben also in 1 Jahre 24 fl. Zins; was geben 100 fl.? 480 = 48mal 10 = 24mal 20. Kommen daher auf 480 fl. Kpt. 24 fl. Zins, so kommt auf 20 fl. Kpt. nur der 24. Theil von 24 fl. = 1 fl.; auf 100 oder 5mal 20 fl. treffen also 5mal 1 fl. = 5 fl. Das Kapital ist demnach zu 5 pro cent ausgeliehen.

Zweisatz.

480 fl. K.	4 J.	96 fl. Zs.
100 fl. K.	1 J.	?

480 fl. K.		96 fl. Zs.
1 fl. „	480	
100 fl. „ (4 J.)		100
1 „	4	

Der Schüler spricht:
480 fl. K. geben 96 fl. Zs.;
1 fl. K. gibt den 480. Theil;
100 fl. K. geben 100 mal so viel, nämlich in 4 Jahren; in 1 J. geben sie den 4. Theil.

Dreisatz.

480 fl. Kpt.	96 fl. Zs. ×	100 fl. Kpt.
4 J.		1 J.

Aufgaben. Man erhält an Zins

15) von 120 fl. Kpt. in 3 J. 18 fl.; wie viel %? (5 %.)
16) von 72 Thlr. K. in 7 Mon. 3 Thlr.; wie viel %? ($7\frac{1}{7}$ %.)
17) von 7440 fl. in 5 J. 1302 fl.; wie viel %? ($3\frac{1}{2}$ %.)
18) von 4230 Thlr. in 4 J. 846 Thlr.; wie viel %? (5 %.)

4) Die Zeit ist zu berechnen.

Beispiel. 625 Thlr. Kpt. haben zu 4 % in einer gewissen Zeit 180 Thlr. Zs. ertragen. Wie lange sind sie ausgestanden?

Mündlich. 625 Thlr. Kpt. ertragen zu 4% in 1 Jahre $6\frac{1}{4}$ mal 4 oder 25 Thlr. Zins. In 2 Jahren ertragen sie 2 mal 25 Thlr., in 3 Jahren 3 mal 25 Thlr. u. s. f. Die 625 Thlr. Kpt. werden daher, um 180 Thlr. Zinsen abzuwerfen, so vielmal 1 Jahr ausstehen müssen, als 25 Thlr. in 180 Thlr. enthalten sind. 25 Thlr. sind in 180 (= 175 + 5) Thlr. $7\frac{1}{5}$ mal enthalten. Mithin müssen 625 Thlr. Kpt., um 180 Thlr. Zinsen zu tragen, $7\frac{1}{5}$ mal 1 Jahr = $7\frac{1}{5}$ Jahr lang ausgestanden sein.

Zweisatz.

100 Thl. K.	4 Thl. Zs.	1 J.
625 Thl. K.	180 Thl. Zs.	?

100 Thl. K.		1 J.
1 „ „		100
625 „ „ (4 Thl. Zs.)	625	
1 „ „	4	
180 „ „		180

Der Rechner spricht: 100 Thlr. K. müssen (um 4 Thlr. Zs. zu geben) 1 J. ausstehen; 1 Thlr. K. — 100 mal so lang; 625 Thlr. K. den 625. Theil dieser Zeit. Die Ausrechnung würde jetzt ergeben, wie lange 625 Thlr. Kpt. ausstehen müssen, um 4 Thlr. Zins zu ertragen. Um 1 Thlr. Zs. zu geben, brauchen sie nur den 4. Theil dieser Zeit; um aber 180 Thr. Zs. abzuwerfen, 180 mal so lang.

Dreisatz.

100 Thlr. Kpt.	1 Jahr	625 Thlr. Kpt.
4 Thlr. Zs.		180 Thlr. Zs.

625	1 Jahr ×	100
4	×	180

100 Thlr. Kpt. müssen, um 4 Thlr. Zins zu tragen, 1 Jahr ausstehen; 1 Thlr. Kpt. aber muß, um diesen Zins zu ertragen, 100 mal 1 Jahr lang ausgeliehen werden. (100 hinter, 625 vor.)

Um 4 Thlr. Zs. abzuwerfen, muß das Kpt. 1 Jahr ausstehen; um 1 Thlr. Zs. zu ertragen, nur den 4. Theil so lang.

Aufgaben. In welcher Zeit ertragen

19) 350 fl. Kpt. zu 4 % 70 fl. Zins? (In 5 Jahren.)
20) 800 Thlr. Kpt. zu 6 % 336 Thlr. Zins? (In 7 Jahren.)
21) 3000 fl. Kpt. zu 5 % 750 fl. Zins? (In 5 Jahren.)
22) 730 fl. Kpt. bei 5 % $182\frac{1}{2}$ fl. Zins? (In 5 Jahren.)

C. Zins aus Zins.

Beispiel 1. Es entlehnt Jemand 1000 fl. Kpt., gibt 5 % und läßt den fälligen Zins alljährlich wieder zum Kapitale schreiben. Zu welcher Summe wird das Kapital innerhalb dreier Jahre anwachsen?

Erste Berechnung.

1) Wie viel betragen Kapital und Zins zusammen nach dem 1. Jahre?

Da das Kapital zu 5 % aussteht, so machen 100 fl. desselben mit dem einjährigen Zinse 100 + 5 = 105 fl. In gleichem Maße wächst das ganze Kapital. Es bildet sich daher die Regeldetriaufgabe

100 fl. Kpt. 105 fl. Kpt. u. Zs. 1000 fl. Kpt.

Antwort: 1050 fl. So viel beträgt das Kapital nach Verfluß des ersten Jahres. Im zweiten Jahre sind daher, statt 1000 fl., 1050 fl. zu verzinsen.

2) Wie viel betragen Kapital und Zins zusammen nach dem 2. Jahre?

100 fl. Kpt. 105 fl. Kpt. u. Zs. 1050 fl. Kpt.

Antwort: $1102\frac{1}{2}$ fl. Dieß ist die Schuld nach Verfluß des zweiten Jahres, folglich auch die Summe, welche im dritten zu verzinsen ist.

3) Wie viel betragen Kapital und Zins zusammen nach dem dritten Jahre?

100 fl. Kpt. 105 fl. Kpt. u. Zs. $1102\frac{1}{2}$ fl. Kpt.

Antwort: $1157\frac{5}{8}$ fl. Wird also der fällige Zins alljährlich wieder zum Kapitale geschlagen und mit demselben verzinst; so machen 1000 fl. Kpt. zu 5 % nach Abfluß dreier Jahre $1157\frac{5}{8}$ fl.

Würde der fällige Zins nicht zum Kapitale geschrieben und mit verzinset, so würden Kapital und Zins nach 3 Jahren 1000 fl. + 3 mal 50 fl. = 1000 + 150 = 1150 fl. betragen. $1157\frac{5}{8}$ fl. — 1150 fl. = $7\frac{5}{8}$ fl. Diese $7\frac{5}{8}$ fl. sind der eigentliche Zins aus Zins. Sie berechnen sich aus den 50 fl. Zins des ersten Jahres, welche im zweiten und dritten Jahre, und aus den 50 + $2\frac{1}{2}$ fl. Zins des zweiten Jahres, welche im dritten Jahre mit dem ursprünglichen Kapitale zur Verzinsung kommen.

Zweite Berechnung.

Das jährliche Zins steht immer in einem bestimmten Verhältniß zu dem Kapitale. Dieß Verhältniß wird durch den Zinsfuß ausgedrückt. So ist der Jahreszins

bei 1 % = . . $\frac{1}{100}$ des Kp.	bei $3\frac{1}{2}$ % = $\frac{3\frac{1}{2}}{100} = \frac{7}{200}$ des. K.
bei 2 % = . $\frac{2}{100} = \frac{1}{50}$ " "	bei 4 % = $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ " "
bei $2\frac{1}{2}$ % = $\frac{2\frac{1}{2}}{100} = \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$ " "	bei $4\frac{1}{2}$ % = $\frac{4\frac{1}{2}}{100} = \frac{9}{200}$ " "
bei 3 % = . . $\frac{3}{100}$ " "	bei 5 % = $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ " "

In dem gegebenen Falle ist der Zinsfuß = 5. Der jährliche Zins bildet also $\frac{1}{20}$ des Kapitals. Kapital und Zins zusammen genommen betragen daher nach jedem Jahre $1 + \frac{1}{20}$ oder $\frac{21}{20}$ mal so viel als die zinstragende Summe. Mithin machen 1000 fl., wenn der Zins alljährlich wieder zum Kapitale geschlagen und mit verzinset wird,

nach 1 Jahre . . . . $\frac{21}{20}$ mal 1000 fl.,

nach 2 Jahren . . . . $\frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$ mal 1000 fl.,

nach 3 Jahren . . $\frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$ mal 1000 fl.

$$\frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} = \frac{21 \times 21 \times 21}{20 \times 20 \times 20} = \frac{9261}{8000};$$

$$\frac{9261}{8000} \times 1000 = \frac{9261000}{8000} = \frac{9261}{8} = 1157\tfrac{5}{8} \text{ fl.}$$

Beispiel 2. Was machen 500 fl. zu $3\frac{1}{2}$ % mit Zinseszins in 5 Jahren?

Berechnung.

Bei $3\frac{1}{2}$ % beträgt der jährliche Zins immer $\frac{3\frac{1}{2}}{100} = \frac{7}{200}$ des Kapitals. Kapital und Zins betragen daher nach dem ersten Jahre $1 + \frac{7}{200}$ oder $\frac{207}{200}$ mal so viel als das ursprüngliche Kapital; nach dem 2. Jahre wieder $1 + \frac{7}{200}$ oder $\frac{207}{200}$ mal so viel als nach dem ersten, im Ganzen also $\frac{207}{200} \times \frac{207}{200}$ mal so viel als das ursprüngliche Kapital ꝛc.; 500 fl. Kapital machen demnach nach 5 Jahren

$$\frac{207}{200} \times \frac{207}{200} \times \frac{207}{200} \times \frac{207}{200} \times \frac{207}{200} \text{ mal } 500 \text{ fl.} = 593\tfrac{169}{200} \text{ fl.}$$

Obgleich abgekürzt, so ist doch auch diese Berechnung, wenn die Ausführung nicht mittelst der Logarithmen geschieht, immerhin noch sehr mühsam. Wir geben daher zum Gebrauche für den Lehrer und zur etwaigen Mittheilung an die Schüler nachfolgende Tabelle, worin der Zinseszins vom Hunderttausend zu 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$ u. 5 % auf 35 Jahre berechnet ist. Will man z. B. finden, wie viel 500 fl. zu $3\frac{1}{2}$ % mit Zinseszins in 10 Jahren machen, so sucht man in der Jahrenreihe die Zahl 10. Auf derselben Zeile rechts steht in der

mit $3\frac{1}{2}$% bezeichneten Rubrik die Zahl 141060, welche sagt, was 100000 fl. zu $3\frac{1}{2}$% in 10 Jahren betragen. Die einfache Aufgabe ist dann:
100000 fl. machen mit Zinseszins 141060 fl.; wie viel machen 500 fl.?

100000 fl. machen nach

Jahren	3 pr. c.	$3\frac{1}{2}$ pr. c.	4 pr. c.	$4\frac{1}{2}$ pr. c.	5 pr. c.
1	103000	103500	104000	104500	105000
2	106090	107123	108160	109203	110250
3	109273	110872	112486	114117	115763
4	112551	114752	116986	119252	121551
5	115927	118769	121665	124619	127628
6	119405	122926	126532	130226	134010
7	122987	127228	131593	136086	140710
8	126677	131681	136857	142210	147746
9	130477	136290	142331	148610	155133
10	134392	141060	148024	155297	162889
11	138423	145997	153945	162285	171034
12	142576	151107	160103	169588	179586
13	146853	156396	166507	177220	188565
14	151259	161869	173168	185194	197993
15	155797	167535	180094	193528	207893
16	160471	173399	187298	202237	218287
17	165285	179468	194790	211338	229202
18	170243	185749	202582	220848	240662
19	175351	192250	210685	230786	252695
20	180611	198979	219112	241171	265330
21	186029	205943	227877	252024	278596
22	191610	213151	236992	263365	292526
23	197359	220611	246472	275217	307152
24	203279	228333	256330	287601	322510
25	209378	236324	266584	300543	338635
26	215659	244596	277247	314068	355576
27	222129	253157	288337	328201	373346
28	228793	262017	299870	342970	392013
29	235657	271188	311865	358404	411614
30	242726	280679	324340	374532	432194
31	250008	290503	337313	391384	453804
32	257508	300671	350806	408998	476494
33	265234	311194	364838	427403	500319
34	273191	322086	379432	446636	525335
35	281386	333359	394609	466735	551602

VI. Die Rabatt-Rechnung.

A kauft von B Waaren. Der Betrag dafür ist nach einem Jahre zahlbar, d. h. derselbe darf ein Jahr lang unverzinslich stehen bleiben. Mithin kann A die hiezu nöthige Summe noch 1 Jahr zu seinem Nutzen verwenden. Zahlt er aber aus irgend einem Grunde sogleich, so geht dieser Vortheil auf B über. Dafür gewährt dann B dem A einen verhältnißmäßigen Abzug. Dieser Abzug heißt Rabatt.

Wie der Zins, so wird auch der Rabatt pro cento d. i. vom Hundert festgesetzt. Man sagt z. B.: es werden 4 % Interessen, und: es werden 4 % Rabatt gegeben. Der letztere Ausdruck läßt sich aber in einem doppelten Sinne nehmen. A erhält 4 % Rabatt, kann heißen:

a) A zahlt anstatt 100 nur 100 — 4 = 96 (Rabatt in 100);
b) A zahlt anstatt 100 + 4 oder 104 nur 100 (Rabatt auf 100).

Durch die Rabattberechnung soll sich weder für den einen Theil, noch für den andern ein Gewinn, oder ein Verlust ergeben. Die Summe, welche nach Abzug des Rabattes zu bezahlen ist, soll daher immer genau so viel betragen, daß sie bei den gegebenen Procenten bis zur Verfallzeit so viel Interessen gibt, als der Rabatt ausmacht.

Gewährt B dem A 4 % Rabatt in 100, so erhält er anstatt 100 fl. nur 100 — 4 = 96 fl. 96 fl. machen zu 4 % in 1 Jahre $3^{21}/_{25}$ fl. Zins. 4 fl. Rabatt hat B gegeben, $3^{21}/_{25}$ fl. Zins nimmt er dagegen ein; folglich hat er $^4/_{25}$ fl. Verlust.

Gestattet B dem A 4 % Rabatt auf 100, so erhält er für je 104 fl. nur 100 fl. baar. 100 fl. ertragen zu 4 % in 1 Jahre netto 4 fl. Zins. Der von ihm gegebene Rabatt und der dafür erhaltene Zins heben sich also in diesem Falle gegenseitig auf.

Die Berechnung des Rabattes auf 100 ist demnach nur allein die richtige. Gleichwohl geschieht es, daß die Kaufleute, Wechsler und Buchhändler den Rabatt in 100 berechnen.

Die ursprüngliche Summe, welche nach einer gewissen Zeit zu zahlen ist, nennt man das Kapital, die Schuld oder den künftigen Werth, und die vor dem Zahlungstermine gezahlte und um den Rabatt verkürzte Summe die Baarzahlung, den baaren oder gegenwärtigen Werth.

a) Rabatt in Hundert.

1) Ich kaufe für 125 fl. Bücher, welche erst nach Abfluß von 1 Jahre zu bezahlen sind, aber auch mit 10 % Rabatt sogleich bezahlt werden können. Wie viel habe ich zu zahlen, wenn ich das Geld sogleich erlege?

Aufl.: Von 100 fl. gehen 10 fl. ab, von 25 fl. also der 4. Theil von 10 = $2^1/_2$ fl., und von 125 (= 5mal 25) fl. 5mal $2^1/_2$ = $12^1/_2$ fl. Ich zahle daher 125 fl. — $12^1/_2$ fl. = $112^1/_2$ fl.

Oder: 125 fl. = $1^1/_4$mal 100 fl.; also erhalte ich von 125 fl. auch $1^1/_4$mal 10 = $12^1/_2$ fl. Rabatt; 125 fl. — $12^1/_2$ fl. = $112^1/_2$ fl.

Oder: Bei 10% in Hundert beträgt der Rabatt $^1/_{10}$ der Schuld; $^1/_{10}$ von 125 fl. = $12^1/_2$ fl. rc.

Oder: Für 100 fl. zahle ich 100 — 10 = 90 fl., für 25 fl. $^1/_4$mal 90 = $22^1/_2$, und für 125 fl. 5mal $22^1/_2$ = $112^1/_2$ fl.

Oder: Zahle ich für 100 fl. nur 90, so habe ich für 125 fl. $1^1/_4$mal 90 = 90 + $22^1/_2$ = $112^1/_2$ fl. zu entrichten.

2) A kauft für 272 fl. Bücher und erhält, da er sogleich bezahlt, 10 % Rabatt. Wie viel darf er nur zahlen? ($244^4/_5$ fl.)

3) Ein Handelsmann bezieht aus einer Fabrik für 1380 fl. Waare, zahlbar nach 6 Monat, oder baar mit 8 % Rabatt. Wie viel beträgt die baare Zahlung?

Aufl.: Von 100 fl gehen 8 fl. ab, von 1380 (= $13^4/_5$mal 100) fl. also $13^4/_5$mal 8 fl. = 104 + $6^2/_5$ = $110^2/_5$ fl. Es bleiben also 1380 — $110^2/_5$ = $1269^3/_5$ fl. zu zahlen.

4) B kauft für 2400 fl. Waaren, welche über 8 Monate zahlbar sind, aber auch mit $^3/_4$ % monatlichen Rabatt (oder Diskonto) sogleich bezahlt werden können. Wie viel beträgt die baare Zahlung?

Aufl.: Auf 1 Monat ist der Rabatt = $^3/_4$ %, auf 8 Monat also 8mal $^3/_4$ = 6 %; 24mal 6 = 144 fl. ganzer Rabatt. 2400 fl. — 144 fl. = 2256 fl. Baarzahlung.

5) C kauft einen Wechsel im Betrage von 800 fl., welcher nach 4 Monat zahlbar ist, mit $^1/_2$ % monatlichen Rabatt. Wie viel muß er zahlen? Antwort: 784 fl.

6) D kauft einen Wechsel von 1500 Thlr. zahlbar über 3 Monate, mit $^3/_4$ % monatlichen Rabatt. Wie viel hat er zu zahlen? Antwort: $1466^1/_4$ Thlr.

b) Rabatt auf Hundert.

1) E kauft einen Acker um 600 fl. mit der Bedingung, daß der Kaufschilling ein Jahr unverzinst stehen bleibe. Einen Tag darauf gehen dem Käufer unerwartet 600 fl. ein und der Verkäufer könnte das Geld jetzt auch recht wohl brauchen. Beide kommen nun dahin überein, daß E jetzt gleich, jedoch nur so viel zahle, daß die gezahlte Summe, zu 5 % verzinst, mit diesem Zinse bis zum Zahlungstermine gerade 600 fl. betrage. Wie viel wird E nur zahlen dürfen?

Aufl.: Zu 5% verzinst, machen 100 fl. nach 1 Jahre mit dem Zinse 105 fl.; 100 fl. baar haben also den künftigen Werth von 105 fl. Mithin

sind umgekehrt 105 fl. Schuld = 100 fl. baar. Die Aufgabe ist daher: E zahlt für 105 fl. Schuld 100 fl. baar; wie viel hat er für 600 fl. Schuld zu zahlen? Antwort: $571^3/_7$ fl.

Oder: Von 105 fl. Schuld erhält E 5 fl. Rabatt; wie viel von 600 fl.? Antwort: $28^4/_7$ fl.; er zahlt also 600 — $28^4/_7$ = $571^3/_7$ fl. baar.

2) Was sind 750 fl., nach einem Jahre zahlbar, bei 4 % jetzt werth? Antwort: $721^2/_{13}$ fl.

3) Wie viel beträgt der jetzige Werth von 1250 fl., welche in 1 Jahre bezahlt werden sollen, bei 3 %? Antw.: $1213^{61}/_{103}$ fl.

4) B kauft ein Haus für 4500 fl., über 3 Jahre zahlbar, oder baar mit 4 % jährlichen Rabatt. B will seine Schuld sogleich abtragen. Wie viel braucht er nur zu zahlen?

Aufl.: Der 1jährige Rabatt = 4 fl., der 3jährige Rabatt = 3 mal 4 oder 12 fl.; 112 fl. Schuld machen also 100 fl. baar; wie viel machen 4500 fl. Schuld? Antwort; $4017^6/_7$ fl.

5) Ein Vater hat an seinen Stiefsohn einen Pflichttheil von 6400 fl. nach Abfluß von 5 Jahren hinaus zu zahlen. Der Sohn hat aber das Geld zur Begründung eines Geschäfts jetzt nöthig und will seinem Vater bei sofortiger Bezahlung 5 % jährlichen Rabatt gestatten. Wie viel wird dieser nun zu zahlen haben? Antwort: 5120 fl.

6) Was sind 1200 Thlr., nach 10 Jahren zahlbar, bei $3^1/_2$ % jetzt werth? Antwort: $8888^8/_9$ Thlr.

C. Die Kettenregel.

A. Entwickelung des Ansatzes.

Beispiel: 7 Pfd. von Padua thun 5 zu Venedig, 10 Pfd. von Venedig thun 6 Pfd. zu Nürnberg, und 100 Pfd. von Nürnberg thun 73 zu Cöln. Wie viel thun 1000 Pfd. von Padua zu Cöln?

Betrachtung der Aufgabe.

Die Frage heißt: 1000 Pfd. von Padua thun wie viel Pfd. in Cöln? Die Beantwortung derselben ist sehr einfach, wenn man weiß, wie viel eine andere Anzahl Pfunde von Padua in Cöln beträgt. Das ist hier aber nicht der Fall. Die Aufgabe sagt, daß 7 Pfd. von Padua = 5 Pfd. zu Venedig, 10 Pfd. von Venedig = 6 Pfd. zu Nürnberg, und 100 Pfd. von Nürnberg = 73 Pfd. zu Cöln. Wir verwandeln daher zuerst die 1000 Pfd. von Padua in Venediger Pfd., hierauf die erhaltene Anzahl Venediger Pfund in Nürnberger Pfund, und diese endlich in Cölner Pfund.

Ansatz und Berechnung.

I.

7 Pfd. Padua   5 Pfd. Venedig   1000 Pfd. Padua
Antwort: $714\frac{2}{7}$ Pfd. Venedig.

10 Pfd. Venedig   6 Pfd. Nürnbg. $714\frac{2}{7}$ Pfd. Venedig.
Antwort: $428\frac{4}{7}$ Pfd. Nürnbg.

100 Pfd. Nürnbg.   73 Pfd. Cöln $428\frac{4}{7}$ Pfd. Nürnb.
Antwort: $312\frac{6}{7}$ Pfd. Cöln.

Also sind 1000 Pfd. von Padua = $714\frac{2}{7}$ Pfd. zu Venedig = $428\frac{4}{7}$ Pfd. zu Nürnberg = $312\frac{6}{7}$ Pfd. zu Cöln. — Wie viel die 1000 Pfd. von Padua zu Venedig und zu Nürnberg machen, haben wir nur berechnet, um zur letzten Antwort zu gelangen. Eine Forderung der Aufgabe ist es eigentlich nicht. Folglich können wir uns auch beim ersten und zweiten Ansatz das Multipliciren und Dividiren ersparen. Wir deuten diese Operationen einfach an und führen sie erst ganz am Ende aus.

II.

7 Pfd. Padua   5 Pfd. Venedig   1000 Pfd. Padua
Antwort: $\frac{5 \times 1000}{7}$ Pfd. Venedig.

10 Pfd. Venedig   6 Pfd. Nbg. $\frac{5 \times 1000}{7}$ Pfd. Ven.

Antwort: $\frac{6 \times 5 \times 1000}{10 \times 7}$ Pfd. Nürnb.

100 Pfd. Nürnb.   73 Pfd. Cöln $\frac{6 \times 5 \times 1000}{10 \times 7}$ Pfd. Nbg.

Antwort: $\frac{73 \times 6 \times 5 \times 1000}{100 \times 10 \times 7}$ Pfd. Cöln.

Das ist: 1000 Pfd. von Padua = 1000 mal 5 mal 6 mal 73 Cölner Pfd., getheilt durch 7 mal 10 mal 100 = 2190000 : 7000 = 2190 : 7 = $312\frac{6}{7}$ Pfd. Durch diese Weise wird die Berechnung schon bedeutend vereinfacht. Aber noch mehr; sie dient dazu, uns auf ein noch kürzeres Verfahren hinüber zu leiten. Vergleichen wir nämlich die drei Regeldetri-Ansätze mit der letzten Antwort

$$\frac{73 \times 6 \times 5 \times 1000}{100 \times 10 \times 7},$$

so ergibt sich, daß die dortigen Vorderglieder hier als Faktoren des Divisors, die dortigen Mittelglieder aber sammt dem Hintergliede 1000

hier als Faktoren des Dividenden stehen. Was darf man daher nur thun, um die drei Ansätze in einen einzigen zu verwandeln? —

Adam Riesen, aus dessen Rechenbuch die Aufgabe genommen ist, setzte, wie folgt:

III.

7 Pfd. Padua	5 Pfd. Venedig	
10 Pfd. Venedig	6 Pfd. Nürnb.	1000 Pfd. Padua
100 Pfd. Nürnbg.	73 Pfd. Cöln	

und lehrte: multiplicire die vorderen Glieder miteinander, deßgleichen auch die mittleren, so steht:

7000 2190 1000

Er führte also die zusammengesetzte Aufgabe auf einen einfachen Regeldetri-Ansatz zurück.

Bei der nun folgenden Berechnung war aber das Produkt der mittleren Glieder (= 2190) wieder durch das hintere Glied zu vervielfachen. Basedow hat daher das dritte Glied den übrigen Faktoren des Dividenden gleich im Ansatze oben beigefügt und dadurch diesem folgende Form gegeben:

IV.

? Pfd. Cöln	1000 Pfd. Padua
7 Pfd. Padua	5 Pfd. Vened.
10 Pfd. Vened.	6 Pfd. Nürnb.
100 Pfd. Nürnb.	73 Pfd. Cöln

Das Eigenthümliche dieser Rechenweise läßt sich in folgende Sätze zusammenfassen:

1) Die Zahlen stehen in 2 senkrechten Reihen untereinander.
2) Als erstes Glied der linken Reihe steht ein Fragezeichen mit dem Namen der gesuchten Größe und ihm gegenüber als erstes rechtes Glied die gegebene Größe, wovon der Werth zu suchen ist.
3) Das linke Glied jeder folgenden (wagrechten) Zeile schließt sich durch gleichen Namen an das vorherstehende rechte an.
4) Jede (wagrechte) Zeile enthält zwei gleiche Werthe.
5) Die rechte Reihe ist als Dividend, die linke als Divisor anzusehen.

Da die Glieder des Ansatzes durch Namen und Werth wie die Glieder einer Kette zusammenhängen, so wird er Kettensatz und das ganze Verfahren Kettenregel oder Kettenrechnung genannt.

Der holländische Kaufmann Rees machte noch zwischen beide Zahlenreihen einen senkrechten Strich, berechnete alle Aufgaben ohne Unterschied nach dieser Weise und schrieb ein besonderes Buch darüber. Nach ihm wird diese Rechenform auch Reesische Regel genannt, mit Unrecht, denn er hat, wie aus dem Bisherigen ersichtlich ist,

das Wenigste dazu gethan. Auch ist die Kettenregel nicht für alle Fälle zu empfehlen. Mit Vortheil wird dieselbe nur angewendet

a) bei Aufgaben, wo der Werth von einer höheren Sorte gegeben und von einer niederen zu berechnen ist, oder umgekehrt;

b) bei Aufgaben, welche außerdem zwei oder mehrere solche einfache Regeldetri-Ansätze erfordern, wo immer das erste Glied des folgenden Ansatzes mit dem zweiten Gliede des vorigen gleichnamig ist.

Ein besonderer Vortheil, Aufgaben beider Art nach dem Kettensatze zu berechnen, besteht darin, daß sich die Faktoren des Divisors und des Dividenden leicht gegeneinander heben lassen.

? Pfd. Cöln	1000 Pfd. Padua
7 Pfd. Padua	5 Pfd. Venedig
10 Pfd. Venedig	6 Pfd. Nürnbg.
100 Pfd. Nürnb.	73 Pfd. Cöln
7	2190 | 312 6/7.

B. Anwendung der Kettenregel.

I. Einfache Regeldetri-Aufgaben mit Resolutionen und Reduktionen.

1) Mit einfach benannten ganzen Zahlen.

Aufgabe 1. Was kosten 4 Ctr., wenn man für 12 kr. 1 Pfd. kauft?

Ansatz und Berechnung.

?	4 Ctr.
Ctr. 1	100 Pfd.
Pfd. 1	12 kr.
kr. 60	1 fl.
5	20
1	80 fl.

Die Frage ist: „Wie viel (?) kosten 4 Ctr." Da die Aufgabe sagt, was 1 Pfd. kostet, so müssen die 4 Ctr. auch in Pfunde verwandelt werden. Wir setzen daher: „1 Ctr. = 100 Pfd." und gleich darunter 1 Pfund mit seinem Werthe, nämlich: 1 Pfund = 12 kr.

Da voraussichtlich eine große Anzahl von Kreuzern sich ergibt, so verwandelt man dieselben gleich in Gulden. Dieß geschieht, indem man sie durch 60 dividirt. Daher setzt man zum Schlusse noch: „60 kr. = 1 fl." — Das ist der Ansatz. Er wird gelesen: Was kosten 4 Ctr., wenn 1 Ctr. = 100 Pfd., 1 Pfd. = 12 kr., und 60 kr. = 1 fl.?

4 Ctr. oder 4 × 100 Pfd. kosten 4 × 100 × 12 kr., oder 4 × 100 × 12 × 1 fl., dividirt durch 60. 12 gegen 60 aufgehoben, gibt 5; 5 gegen 100 aufgehoben, gibt 20; 20 mal 4 = 80. Also kosten 4 Ctr. 80 fl.

2) Das Loth wird mit 18 kr. bezahlt, wie theuer sind 3 Ctr.? Antwort: 2880 fl.

3) Mit 24 kr. kauft man 1 Qt.; wie hoch kommen 5 Pfd.?
Antwort: 224 fl.

4) Der Bogen Papier zu 3 pf.; wie viele Gulden der Ballen?
Antwort: 60 fl.

5) Die Maas Wein zu 48 kr.; wie hoch kommt das Fuder?
Antwort: 614 fl. 24 kr.

6) 1 Karat feines Gold zu 16 fl.; was kosten 12 köln. Mark?
Antwort: 4608 fl.

7) Ein Pfd. zu 64 fl.; wie viele Kreuzer kostet 1 Qt.?

Ansatz und Berechnung:

? kr.	1 Qt.	Wie viele kr. kostet 1 Qt., da
4	1 Lth.	4 Qt. = 1 Loth,
32	1 Pfd.	32 Lth. = 1 Pfd.,
1	64 fl.	1 Pfd. = 64 fl.,
1	60 kr.	1 fl. = 60 kr.?
1	30 kr.	

1 Pfd. ist = 32 × 4 Qt. und kostet 64 mal 60 kr. Um also zu finden, was 1 Qt. kostet, so muß man mit 4 × 32 in 64 × 60 kr. theilen. 4 und 32 können gegen 64 und 60 aufgehoben werden, wodurch sich ohne weiteres Rechnen sogleich die Antwort ergibt.

8) Für 160 fl. kauft man 4 Ctr.; wie hoch kommt 1 Lth.? (3 pf.)

9) Was kostet die Maas, das Fuder zu 350 fl.? (27 kr. $1\frac{3}{8}$ pf.)

10) A verdient in 8 Jahren 1372 fl.; wie viel in 1 Monat?
Antwort: 14 fl. $17\frac{1}{2}$ kr.

11) 6 Ries Papier zu 15 fl.; wie hoch kommt 1 Bch.? ($7\frac{1}{2}$ kr.)

12) Die Mark f. Silber zu 24 fl.; wie theuer 1 Gran? (5 kr.)

13) 24 Pfd. kosten 70 fl.; was kosten 7 Loth?

Ansatz und Berechnung:

?	7 Loth	Was kosten 7 Loth;
32	1 Pfd.	wenn 32 Loth = 1 Pfd.
24	70 fl.	24 Pfd. dem Werthe nach = 70 fl.?
1	60 kr.	
32	1225 kr. = 38 kr. $1\frac{1}{8}$ pf.	

24 Pfd. oder 24 mal 32 Loth kosten 70 fl.; wie theuer sind 7 Loth? Würde 1 Loth 70 fl. kosten, so kämen 7 Loth auf 7 mal 70 fl. Da aber 24 mal 32 Loth 70 fl. kosten, so kosten 7 Loth 7 mal 70 fl., getheilt durch 24 × 32. Es ist leicht einzusehen, daß der Divisor größer wird als der Dividend. Weil sich deßhalb ganze Gulden nicht ergeben, so verwandelt man die 70 fl. gleich in Kreuzer.

Dieß geschieht, indem man noch setzt: 1 fl. = 60 kr. Dann hebt man 24 gegen 60 und 70 auf.

14) 8 Pfd. zu 45 kr.; was kosten 15 Ctr.? (140 fl. $37\frac{1}{2}$ kr.)

15) Wie viel Geld braucht B in 4 Tg.; da er in 13 Wochen 50 fl. nöthig hat? Antwort: 2 fl. $11\frac{79}{91}$ kr.

16) 12 Ms. zu 54 kr.; wie hoch kommen 6 Eimer? ($28\frac{4}{5}$ fl.)

2) Mit gebrochenen Zahlen.

Beispiel. Ein Dampfschiff legt in $4\frac{1}{6}$ Std. $64\frac{4}{5}$ Seemeilen zurück; wie weit kommt dasselbe in $18\frac{3}{4}$ Std.? Antw.: $291\frac{3}{5}$ Std.

Ansatz und Einrichtung.

? M.	$18\frac{3}{4}$ Std.
$4\frac{1}{6}$	$64\frac{4}{5}$ M.
4	75
25	6
5	324

Würde das Schiff in 1 Stunde $64\frac{4}{5}$ Meilen zurücklegen, so käme es in $18\frac{3}{4}$ Std. $18\frac{3}{4}$ mal $64\frac{4}{5}$ Meilen weit. Da es aber erst in $4\frac{1}{6}$ Std. $64\frac{4}{5}$ Meilen macht, so beträgt sein in $18\frac{3}{4}$ Std. zurückgelegter Weg nur $18\frac{3}{4}$ mal $64\frac{4}{5}$ M., dividirt durch $4\frac{1}{6}$.

Um die Brüche wegzuschaffen, so erhebt man Divisor und Dividend

a) indem man $18\frac{3}{4}$ oder $\frac{75}{4}$ als 75 Ganze betrachtet und den Nenner 4 auf die linke Seite setzt, auf das 4fache;

b) indem man $4\frac{1}{6}$ oder $\frac{25}{6}$ als 25 Ganze ansieht und den Nenner 6 auf die entgegengesetzte Seite schreibt, wieder auf das 6fache (des 4fachen, also auf das 24fache);

c) indem man $64\frac{4}{5}$ oder $\frac{324}{5}$ als 324 setzt und den Nenner 5 auf die linke Seite führt, wieder auf das 5fache (des 24fachen, also auf das 120fache), was für das Ergebniß gleichviel ist.

Hierauf werden die Faktoren des Divisors gegen die Faktoren des Dividenden so viel als möglich wieder aufgehoben.

17) 4 Personen verdienen $\frac{11}{12}$ fl., was 25 Pers.? ($5\frac{35}{48}$ fl.)

18) C verdient in 27 Tg. $12\frac{2}{3}$ fl., wie v. in 6 Tg.? ($2\frac{22}{27}$ fl.)

19) Wie theuer sind 7 Schff., $\frac{3}{4}$ Mtz. zu 50 kr.? ($46\frac{2}{3}$ fl.)

20) 5 Pfd. zu 44 kr.; wie theuer sind $4\frac{1}{2}$ Lth.? ($1\frac{19}{80}$ kr.)

21) $18\frac{3}{4}$ Pfd. zu $10\frac{2}{5}$ Thlr., was thun 25 Pfd.? ($13\frac{13}{15}$ Thlr.)

22) $3\frac{1}{8}$ Ellen Zeug zu $8\frac{1}{2}$ fl.; was kosten $\frac{3}{4}$ Ellen? ($2\frac{1}{25}$ fl.)

3) Mit mehrfach benannten Zahlen.

Beispiel: Für 8 Lth. 2 Qt. löst man 13 kr. 3 pf.; wie viel für 12 Pfd. 20 Lth.? Antwort: 10 fl. $53\frac{9}{17}$ kr.

I. Vorarbeit:

a.		b.	
8 Lth. 2 Qt. =	34 Qt.	8 Lth. 2 Qt. =	$8\frac{1}{2}$ Lth.
13 kr. 3 pf. =	55 pf.	13 kr. 3 pf. =	$13\frac{3}{4}$ kr.
12 Pfd. 20 Lth. =	404 Lth.	12 Pfd. 20 Lth. =	$12\frac{5}{8}$ Pfd.

II. Ansatz.

? fl.	404 Lth.
1	4 Qt.
34	55 pf.
4	1 kr.
60	1 fl.
102	1111 fl.

oder:

? fl.	$12\frac{5}{8}$ Pfd.
1	32 Loth.
$8\frac{1}{2}$	$13\frac{3}{4}$ kr.
60	1 fl.
102	1111 fl.

23) Was kosten 3 Pfd., 18 Lth. zu 12 fl. 36 kr.? ($67\frac{1}{5}$ fl.)

24) Wie theuer sind 4 Eimer 48 Ms., 1 Fdr. zu 240 fl.? (95 fl.)

25) Eine französische Kilogramme ist nahe 1 Pfd. 24 Lth. bayer. Gewicht. Wie viele Kilogr. sind 6 bayr. Ctr.? ($342\frac{6}{7}$ Kilogr.)

26) Was thun 28 Loth 2 Qt., 1 Ctr. zu 36 fl. 20 kr.? ($19\frac{133}{320}$ kr.)

27) Wie viel für 42 kr. 2 pf, wenn 8 Rth. 8 Fß. 18 fl. kosten? Antwort: $4\frac{5}{54}$ Fuß.

II. Zusammengesetzte Aufgaben.

Beispiel: 4 preuß. Thlr. = 7 fl., und 24 fl. = 10 Konvthlr. Wie viele Konvthlr. erhält man für 120 prß. Thlr.?

Antwort: $87\frac{1}{2}$ Konvthlr.

Ansatz und Berechnung.

? Kvthlr.	120 prß. Thlr.
4	7 fl.
24	10 Kvthlr.

Erste Zeile. Wie viele Kvthlr. = 120 prß. Thlr.?

Zweite Zeile. Da von einer andern Anzahl prß. Thlrn. nicht gesagt ist, wie viel sie in Konvthlrn. beträgt, sondern wie viel in Gulden; so müssen wir die 120 prß. Thlr. zuerst zu Gulden machen. Dieß geschieht, indem wir setzen: 4 pr. Thlr. = 7 fl. Wäre 1 prß. Thlr. = 7 fl., so würden 120 prß. Thlr. 120 mal 7 fl. geben. Da aber 4 prß. Thlr. = 7 fl., so machen 120 prß. Thlr. 120 mal 7 fl., getheilt durch 4. Die Ausrechnung würde daher jetzt Gulden ergeben. Nach Gulden ist aber nicht gefragt. Wir sollen suchen, wie viel die 120 prß. Thlr. in Konvthlrn. betragen. Darum führen wir die Gulden jetzt auf solche zurück. Das geschieht durch

Die dritte Zeile: 24 fl. = 10 Kvthlr. Wäre 1 fl. = 10 Kvthlr., so würden die 120 prß. Thlr. 120 mal 7 mal 10 Kvthlr. geben, getheilt durch 4. Da aber erst 24 fl. = 10 Kvthlr, so geben sie nur $^{1}/_{24}$ mal so viel, d. i. 120 mal 7 mal 10, getheilt durch 4×24.
Das Frageglied oben links und das Schlußglied unten rechts sind nun gleichnamig. Die Kette ist geschlossen, der Ansatz fertig.

28) Ein Landmann hat 12 Mrg. Wiesen; von jedem Morgen erntet er 3 Fuhr Heu; jede Fuhr wiegt 18 Ctr.; jeden Ctr. verkauft er um 45 kr. Wie groß ist sein Erlös? Antwort: 486 fl.

29) Es hat Jemand 20 Tagw. Feld mit Korn bestellt. Von jedem Tagw. erntet er 115 Garben; von je 45 Garben bekommt er 1 Schff. Körner, welcher 270 Pfd. schwer ist. Der Müller liefert für 280 Pfd. Korn 240 Pfd. reines Backmehl; 3 Pfd. Mehl geben 4 Pfd. Brod; 6 Pfd. Brod kosten 24 kr. Wie viele Gulden macht der Ertrag der 20 Tagw.?

Antwort: $1051^{3}/_{7}$ fl.

30) Ein Nürnberger kauft in Hamburg 242 Pfd. Gewürz; 116 Pfd. in Hamburg thun 100 Pfd. in Nürnberg; von 25 Pfd. wiegt er 1 Pfd. ein; das Pfd. gibt er für 48 kr. Wie viel löst er aus den 242 Pfd., die er in Hamburg eingekauft?

Antwort: 160 fl. $13^{7}/_{29}$ kr.

Ansatz.

? fl.	242 Pfd. Hbg.	Wie viel fl. thun 242 Pfd. von Hamburg,
116	100 Pfd. Nbg.	wenn 116 Pfd. von Hbg. = 100 Pfd. zu Nbg.,
25	24 Pfd.	25 Pfd. Einkauf = 24 Pfd. Verkauf,
1	48 kr.	1 Pfd. im Werthe = 48 kr. und
60	1 fl.	60 kr. = 1 fl.
145	23232 fl.	

31) Vier Fässer mit Oel wiegen 4 Ctr. 13 Pfd., 3 Ctr. 21 Pfd., 5 Ctr. 16 Pfd. und 3 Ctr. 75 Pfd. Wie viel ist dafür zu zahlen, wenn 10 % Tara gerechnet und für den Ctr. Netto 25 fl. $22^{1}/_{2}$ kr. entrichtet werden? Antw.: 371 fl. $6^{9}/_{16}$ kr.

a) Vorarbeit.

4	Ctr.	13	Pfd.
3	"	21	"
5	"	16	"
3	"	75	"
16	Ctr.	25	Pfd.

b) Ansatz.

? fl.	1625 Pfd. Brtt.	Wie v. kosten 1625 Pfd., wenn
100	90 Pfd. Netto	100 Pfd. Brtt. = 90 Pfd. Ntt., u.
100	$25^{3}/_{8}$ fl.	100 Pfd. Netto = $25^{3}/_{8}$ fl.?
64	23751	

32) Zwei Kisten Waare wiegen 8 Ctr. 70 Pfd. und 6 Ctr. 48 Pfd. Vom Ctr. Brutto werden $13\frac{1}{2}$ Pfd. Tara abgerechnet. Wie viel muß man zahlen, wenn der Ctr. Netto $36\frac{5}{6}$ fl. kostet?
Antwort: 483 fl. $38\frac{847}{1000}$ kr.

33) Ein Kaufmann erhält 3 Tonnen mit Honig. Sie wiegen 6 Ctr. 45 Pfd., 3 Ctr. 13 Pfd. und 5 Ctr. 48 Pfd. Was ist dafür zu zahlen, wenn man 12 % Tara rechnet, und 14 Pfd. Netto 3 fl. 54 kr. kosten? Antwort: 369 fl. $10\frac{174}{175}$ kr.

34) Von 4 Kisten Seife wiegt die eine 3 Ctr. weniger 13 Pfd., die andere 4 Ctr. 1 Pfd., die dritte 4 Ctr. weniger 28 Pfd. und die vierte 3 Ctr. weniger 11 Pfd. Wenn nun 11 % Tara abgerechnet werden und das Pfund Netto $14\frac{1}{2}$ kr. kostet: wie viel ist zu zahlen? Antwort: 290 fl. $8\frac{169}{200}$ kr.

35) F läßt sich 3 Ctr. 75 Pfd. Baumwolle à Pfd. 20 kr. kommen. Er findet aber, daß der Ctr. 12 Pfd. von einer Sorte enthält, welche er nur zu 8 kr. brauchen kann. Wie viel wird er demnach im Ganzen zahlen? Antwort: 116 fl.

Ansatz und Berechnung.

a) für die bessere Sorte.

? fl.	$3\frac{3}{4}$ Ctr.
1	88 Pfd.
1	20 kr.
60	1 fl.
1	110

b) für die geringere Sorte.

? fl.	$3\frac{3}{4}$ Ctr.
1	12 Pfd. Fusti
1	8 kr.
60	1 fl.
1	6

36) Drei Fässer Waare wiegen 759 Pfd.; die Tara = 84 Pfd., und 100 Pfd. Netto enthalten 18 Pfd. einer geringeren Sorte; das Pfd. derselben wird zu 1 fl. 12 kr. und das Pfd. guter Waare zu 1 fl. 48 kr. gerechnet. Wie viel kostet das Ganze?
Antwort: 1142 fl. 6 kr.

37) Ein Faß Waare hat 360 Pfd. Bruttogewicht Von 100 Pfd. Brutto werden 10 Pfd. Tara abgerechnet, und unter 100 Pfd. Waare befinden sich 15 Pfd. einer geringeren Sorte. Wie viel ist zu bezahlen, wenn das Pfd. der besseren Sorte 1 fl. 24 kr. und das Pfd. der geringeren 50 kr. kostet?
Antwort: 426 fl. $3\frac{3}{5}$ kr.

38) In Europa leben 210200000 Menschen, welche jährl. 568200000 Kilogrammen Zucker verzehren. Wie viel bayer. Pfd. kommen im Durchschnitt auf 1 Person? (1 Kilogr. = 1000 Grammen und 560 Grammen = 1 bayer. Pfd.)
Antwort: 4 Pfd. 26 Lth. $1\frac{6331}{7357}$ Qt.

I. Münzen-, Maß- und Gewichtsumwandlung.

A. Umwandlung der Münzen.

a) Ohne Aufgeld.

1) Vierundzwanziger in Gulden und umgekehrt.

α) Mündlich.

1 Vierundzwanziger	= 2 Zwölfer	= 4 Sechser	=	24 kr.
2 " "	= 2 × 2 "	= 2 × 4 "	=	48 kr.
3 " "	= 3 × 2 "	= 3 × 4 "	=	1 fl. 12 kr.
4 " "	= 4 × 2 "	= 4 × 4 "	=	1 fl. 36 kr.
5 " "	= 5 × 2 "	= 5 × 4 "	=	2 fl. — kr.

Aufgabe 1. 83 Vierundzwanziger, wie Gulden?

Berechnung: 83 Sechser = 8 fl. 3 Sechser; 83 Vierundzwanziger = 4 mal 8 fl. + 4 mal 3 Sechser = 32 fl. + 1 fl. 12 kr. = 33 fl. 12 kr.

Oder: 83 Zwölfer = 50 + 33 Zwölfer = 10 fl. + 6 fl. 36 kr. = 16 fl. 36 kr.; 83 Vierundzwanziger = 2 mal 16 fl. 36 kr. = 33 fl. 12 kr.

Oder: 5 Stück 24er zusammengelegt, geben 2 fl. So oftmal 5 Vierundzwanziger, so vielmal 2 fl. 83 = 50 + 30 + 3; 50 oder 10 mal 5 Vzw. = 10 mal 2 oder 20 fl.; 30 oder 6 mal 5 V. = 6 mal 2 oder 12 fl.; 20 + 12 fl. = 32 fl.; 3 V. = 1 fl. 12 kr.; 32 fl. + 1 fl. 12 kr. = 33 fl. 12 kr.

Oder: 83 V. = 16 mal 5 + 3 V. = 16 mal 2 oder 32 fl. + 1 fl. 12 kr., zusammen 33 fl. 12 kr

Anm. Dergleichen Aufgaben, von den leichteren zu den schwierigeren übergehend, gebe man so lange, bis sie mit Fertigkeit gerechnet werden. Und wie hier, so thue man auch in den folgenden Fällen.

Aufgabe 2. 95 fl., wie viele Vierundzwanziger?

Berechnung: 2 fl. = 5 Vierundzw.; 95 fl. = 80 + 14 + 1 fl.; 80 oder 40 mal 2 fl. = 40 mal 5 oder 200 V.; 14 oder 7 mal 2 fl. = 7 mal 5 oder 35 V.; zusammen 235 V.; 1 fl. = $2^1/_2$ V.; 235 + $2^1/_2$ V. = $237^1/_2$ V.; also sind 95 fl. = $237^1/_2$ Vierundzwanziger.

β) Schriftlich.

Beispiel: 378 Vierundzwanziger, wie viele Gulden?

Berechnung.

? fl.	378 V.	
5	2 fl.	
5	756	$151^1/_5$ fl.

Probe.

? V.	$151^1/_5$ fl.	
2	5 V.	
2	756	378 V.

Aufgaben.

570 Vzw. = 228 fl.	468 fl. = 1170 Vzw.
845 " = 338 fl.	789 fl. = $1972^1/_2$ "
1234 " = $493^3/_5$ fl.	1000 fl. = 2500 "

2) Konventionsthaler in Gulden und umgekehrt.

α) Mündlich.

1 Kvthlr.	= 2 fl. 24 kr.	4 Kvthlr.	= 9 fl. 36 kr.
2 "	= 4 fl. 48 kr.	5 "	= 12 fl.
3 "	= 7 fl. 12 kr.	10 "	= 24 fl.

Aufgabe 1. 48 Kvthlr., wie viele Gulden?

Berechnung: 48 Kvthlr. = 40 + 5 + 3 Kvthlr.; 40 oder 4 mal 10 Kvthlr. = 4 mal 24 oder 96 fl.; 5 Kvthlr. = 12 fl.; 96 + 12 fl. = 108 fl. 3 Kvthlr. = 7 fl. 12 kr.; 108 fl. + 7 fl. 12 kr. = 115 fl. 12 kr.

Aufgabe 2. Wie viele Kvthlr. braucht man zu 100 fl.?

Berechnung: 24 fl. = 10 Kvthlr.; 100 fl. = 96 + 4 fl.; 96 oder 4 mal 24 fl. = 4 mal 10 oder 40 Kvthlr.; 4 fl. = 1 Kvthlr. + 1 fl. 36 kr.; also braucht man, um 100 fl. zu haben, 41 Kvthlr. + 1 fl. 36 kr.

β) Schriftlich.

Beispiel: 3750 Kvthlr., wie viele Gulden?

Berechnung.

? fl.	3750 Kvthlr.
10	24 fl.
	9000 fl.

Probe.

? Kthlr.	9000 fl.
24	10 Kvthlr.

Aufgaben.

360 Kvthlr.	= 864 fl.	275 fl.	= $114\,^7/_{12}$ Kvthlr.
642 "	= $1540\,^4/_5$ fl.	448 fl.	= $186\,^2/_5$ "
897 "	= $2152\,^4/_5$ fl.	1358 fl.	= $565\,^5/_6$ "

3) Preußische Thaler in Gulden und umgekehrt.

α) Mündlich.

1 prß. Thlr.	= 1 fl. 45 kr.	3 prß. Thlr.	= 5 fl. 15 kr.
2 " "	= 3 fl. 30 kr.	4 " "	= 7 fl.

Aufgabe 1. 35 preuß. Thaler, wie viele Gulden?

Berechnung: 35 preuß. Thlr. = 32 + 3 prß. Thlr.; 1 prß. Thlr. = 1 fl. + 30 kr. + 15 kr. = 1 + $^1/_2$ + $^1/_4$ fl.; 32 pr. Thlr. also = 32 + 16 + 8 = 56 fl.; 3 prß. Thlr. = 5 fl. 15 kr.; 56 fl. + 5 fl. 15 kr. = 61 fl. 15 kr. — Oder: 4 prß. Thlr. = 7 fl.; 32 oder 8 mal 4 prß. Thlr. = 8 mal 7 oder 56 fl.; 3 pr Thlr. = 5 fl. 15 kr.; 56 fl. + 5 fl. 15 kr. = 61 fl. 15 kr.

Aufgabe 2. A will 100 fl. mit prß. Thlrn. zahlen; wie viele dergleichen wird er dazu brauchen?

Berechnung: 7 fl. = 4 pr. Thlr.; so vielmal 7 fl., so vielmal 4 pr. Thl.; 100 fl. = 70 + 28 + 2 fl.; 70 oder 10 mal 7 fl. = 10 mal 4 oder 40 pr. Thl.; 28 oder 4 mal 7 fl. = 4 mal 4 oder 16 prß. Thlr.; 40 + 16 = 56; 2 fl. = 1 pr. Thlr. + 15 kr. Also braucht A zu 100 fl. 57 pr. Thlr. und 15 kr.

β) Schriftlich.

Beispiel: 750 prß. Thlr., wie viele Gulden?

Berechnung.		Probe.	
? fl.	750 prß. Thlr.	? Thlr.	$1312\frac{1}{2}$ fl.
4	7 fl.	7	4 prß. Thlr.

Aufgaben.

840 prß. Thlr.	= 1470 fl.	365 fl.	= $208\frac{4}{7}$ prß. Thlr.
765 " "	= $1338\frac{3}{4}$ fl.	580 fl.	= $333\frac{5}{7}$ " "
1200 " "	= 2100 fl.	1500 fl.	= $857\frac{1}{7}$ " "

4) Vereinsthaler in Gulden und umgekehrt.

α) Mündlich.

1 Vereinsthlr. = 3 fl. 30 kr.; 2 Vereinsthlr. = 7 fl.

Aufgabe 1. 25 Vereinsthlr., wie viele Gulden?

Berechnung: 1 Vereinsthlr. = $3\frac{1}{2}$ fl.; 25 Vereinsthlr. thun also 25 mal $3\frac{1}{2}$ fl.; 25 mal 3 fl. = 75 fl.; 25 mal $\frac{1}{2}$ fl. = $12\frac{1}{2}$ fl.; 75 + $12\frac{1}{2}$ fl. = $87\frac{1}{2}$ fl. — Oder: 2 Vereinsthlr. = 7 fl.; 24 oder 12 mal 2 Vereinsthlr. = 12 mal 7 oder 84 fl.; 84 fl. + 3 fl. 30 kr. = 87 fl. 30 kr.

Aufgabe 2. B will für 8 Karolin Vereinsthaler sich einwechseln. Wie viele derselben wird er erhalten?

Berechnung: 7 fl. = 2 Vereinsthlr.; 8 Karolin machen 8 mal 11 oder 88 fl.; 88 fl. = 70 + 14 + 4 fl.; 70 oder 10 mal 7 fl. = 10 mal 2 oder 20 Vereinsthlr; 14 oder 2 mal 7 fl. = 2 mal 2 oder 4 Vereinsthlr.; 20 + 4 = 24; 4 fl. = 1 Verthlr. + 30 kr. Also muß B 25 Verthlr. + 30 kr. erhalten.

Aufgaben für das schriftliche Rechnen.

248 Vereinsthlr.	= 868 fl.	640 fl.	= $182\frac{6}{7}$ Vereinsthlr.
456 "	= 1596 fl.	875 fl.	= 250 "
2500 "	= 8750 fl.	3200 fl.	= $914\frac{2}{7}$ "

5) Kronenthaler in Gulden und umgekehrt.

α) Mündlich.

1 Krthlr. = 2 fl. 42 kr.	3 Krthlr. = 8 fl. 6 kr.	10 Krthlr. = 27 fl.
2 " = 5 fl. 24 kr.	6 " = 16 fl. 12 kr.	5 " = $13\frac{1}{2}$ fl.
4 " = 10 fl. 48 kr.	9 " = 24 fl. 18 kr.	7 " = 18 fl. 54 kr.
8 " = 21 fl. 36 kr.		

Aufgabe 1. 28 Kronenthaler, wie viele Gulden?

Berechnung: 1 Krthlr. = 2 fl. + $\frac{1}{2}$ fl. + $\frac{1}{5}$ fl.: 28 Krthlr. also = 28 mal 2 fl. + 28 mal $\frac{1}{2}$ fl. + 28 mal $\frac{1}{5}$ fl. = 56 fl. + 14 fl. + $5\frac{3}{5}$ fl. = $75\frac{3}{5}$ fl.

Oder: 10 Krthlr. = 27 fl.; 20 oder 2 mal 10 Krthlr. = 2 mal 27 oder 54 fl.; 8 Krthlr = 21 fl. 36 kr.; 54 fl. + 21 fl. 36 kr. = 75 fl. 36 kr.

Oder: 4 Krthlr. = 10 fl. 48 kr.; 28 oder 7 mal 4 Krthlr. = 7 mal 10 fl. 48 kr. = 7 mal 11 fl. — 7 mal 12 kr. = 77 fl. — 1 fl. 24 kr. = 75 fl. 36 kr.

Aufgabe 2. Wie viele Kronenthlr. sind zu 100 fl. nöthig?

Berechnung: 27 fl. = 10 Krthlr.; 100 = 81 + 19; 81 oder 3 mal 27 fl. = 3 mal 10 oder 30 Krthlr.; 19 fl. = 18 fl. 54 kr. + 6 kr. = 7 Krthlr. + 6 kr. Also sind zu 100 fl. nöthig 37 Krthlr. + 6 kr.

Aufgaben für das schriftliche Rechnen.

125 Krthlr. = $337\frac{1}{2}$ fl.	810 fl. = 300 Krthlr.
548 " = $1479\frac{3}{5}$ fl.	986 fl. = $365\frac{5}{27}$ "
7532 " = $20336\frac{2}{5}$ fl.	5400 fl. = 2000 "

6) Fünffrankenthaler in Gulden und umgekehrt.

a) Mündlich.

1 Fünffrkthlr. = 2 fl. 20 kr.; 2 Fünffrkthlr. = 4 fl. 40 kr.
3 Fünffrkthlr. = 7 fl.

Aufgabe 1. 50 Fünffrkthlr., wie viele Gulden?

Berechnung: 1 Fünffrkthlr. = $2\frac{1}{3}$ fl.; 50 dergl. Thlr. = 50 mal $2\frac{1}{3}$ fl. = 100 + $16\frac{2}{3}$ = $116\frac{2}{3}$ fl. = 116 fl. 40 kr.

Oder: 3 Fünffrkthlr. = 7 fl.; 48 oder 16 mal 3 Fünffrkthlr. = 16 mal 7 oder 112 fl.; 2 Fünffrkthlr. = 4 fl. 40 kr.; 112 fl. + 4 fl. 40 kr. = 116 fl. 40 kr.

Aufgabe 2. 150 fl., wie viele Fünffrkthlr.?

Berechnung: 7 fl. = 3 Fünffrkthlr.; 150 = 140 + 7 + 3; 140 oder 20 mal 7 fl. = 20 mal 3 oder 60 Fünffrthlr.; 7 fl. = 3, und 3 fl. = 1 Ffrkthl. + 40 kr.; 60 + 3 + 1 Ffrkthlr. + 40 kr. = 64 Ffrkthlr. + 40 kr.

Aufgaben für das schriftliche Rechnen.

456 Fünffrkthlr. = 1064 fl.	250 fl. = $107\frac{1}{7}$ Fünffrkthlr.
720 " = 1680 fl.	840 fl. = 360 "
2400 " = 5600 fl.	1825 fl. = $782\frac{1}{7}$ "

7) Preußische Thaler in Kronenthaler und umgekehrt.

Beispiel: 1890 prß. Thlr., wie viele Kronenthaler?

Auflösung:

Man sucht zuerst, welche Anzahl preuß. Thaler gleich ist einer gewissen Anzahl Kronenthaler.

1 prß. Thlr. = 105 kr.; 1 Krthlr. = 162 kr.
105 mal 162 kr. = 105 Krthlr.
162 mal 105 kr. = 162 prß. Thlr.

Da nun 105 × 162 = 162 × 105,
so sind auch 105 Krthlr. = 162 prß. Thlr.,
durch 3 gehoben: 35 Krthlr. = 54 prß. Thlr.

Nun heißt es: 54 prß. Thlr. = 35 Krthlr.; was thun 1890 prß. Thlr.? Antwort: 1225 Krthlr.

Oder man verwandelt die 1890 prß. Thlr. erst in Gulden, und die Gulden dann in Kronenthlr.

a) Durch zwei einfache Regeldetri-Ansätze:

4 pr. Thlr. = 7 fl.; 1890 prß. Thlr. = ? Antw.: 3307½ fl.
27 fl. = 10 Krthlr.; 3307½ fl. = ? Antw.: 1225 Krthlr.

b) Durch einen Kettenansatz:

? Krthlr.	1890 prß. Thlr.
4	7 fl.
27	10 Krthlr.

Aufgaben.

154 prß. Thlr. =	$99\frac{22}{27}$ Krthlr.	425 Krthlr. =	$655\frac{5}{7}$ prß. Thlr.
365 „ „ =	$236\frac{31}{54}$ „	789 „ =	$1217\frac{11}{35}$ „ „
980 „ „ =	$635\frac{5}{27}$ „	1200 „ =	$1851\frac{3}{7}$ „ „

8) Bayerische Thaler in prß. Thaler und umgekehrt.

Aufgaben.

360 bay. Thlr. =	$493\frac{5}{7}$ p. Thlr.	270 p. Thlr. =	$196\frac{7}{8}$ bay. Thlr.
642 „ „ =	$880\frac{16}{35}$ „	456 „ „ =	$332\frac{1}{2}$ „ „
864 „ „ =	$1184\frac{32}{35}$ „	632 „ „ =	$460\frac{5}{6}$ „ „

9) Bayerische Thaler in Krthlr. und umgekehrt.

Aufgaben.

210 bayr. Thlr. =	$186\frac{2}{3}$ Krthlr.	320 Krthlr. =	360 bayr. Thlr.
360 „ „ =	320 „	510 „ =	$573\frac{3}{4}$ „ „
540 „ „ =	480 „	750 „ =	$843\frac{3}{4}$ „ „

10) A kauft 1 Pferd für 273 Karolin; wie viele Krthlr. braucht derselbe, um diesen Betrag zu zahlen? Antw.: $1112\frac{2}{9}$ Krthlr.

11) B kauft ein Haus für 12750 prß. Thlr. und zahlt diesen Betrag mit Dukaten á 5 fl. 30 kr. Wie viele dergl. Stücke sind dazu nöthig? Antwort: $4056\frac{9}{11}$ Dukaten.

b) Mit Aufgeld oder Agio.

Aufgabe 1. Wie viele Krthlr. erhält man für 224 fl. in Sechsern, wenn der Wechsler auf den Krthlr. 6 kr. Agio verlangt?

Berechnung: Für 1 Krthlr. muß man ohne Agio 2 fl. 42 kr., mit 6 kr. Agio also 2 fl. 48 kr. = $2^4/_5$ fl. zahlen. Die Aufgabe heißt daher: Für $2^4/_5$ fl. erhält man 1 Krthlr.; wie viel für 224 fl.? Antwort: 80 Krthlr.

Aufgabe 2. Es will Jemand für 1243 fl. 45 kr. Silbermünzen Friedrichsdor einwechseln. Wie viel dergl. wird er bekommen, wenn der Frdor. 9 fl. 54 kr. gilt, und der Wechsler für jedes Stück noch 3 kr. Aufgeld rechnet? Antwort: 125 Stück.

Aufgabe 3. Ein Kleinhändler will Kronenthaler gegen kleinere Sorten Geldes einwechseln und gibt auf jedes Stück 2 kr. Agio. Wie viele Gulden kleine Münze wird er für 1200 Krthlr. zahlen müssen?

Berechnung: Für 1 Krthlr. werden 2 fl. 42 kr. + 2 kr., zusammen 2 fl. 44 kr. gezahlt; wie viel demnach für 1200 Krthlr.? Antw.: 3280 fl.

Aufgabe 4. Ein Anderer hat für 360 fl. Scheidemünzen. Wie viele prß. Thlr. wird er dafür erhalten, wenn er 2 % Aufgeld gibt.

Ansatz und Berechnung.

? prß. Thlr.	360 fl.
7	4 prß. Thlr.
102	100

Der Eigenthümer der Scheidemünzen gibt 2 % Aufgeld, d. h. er gibt 100 + 2 fl. oder Thlr. in Scheidemünzen und erhält dafür 100 fl. oder Thlr. in grober Münze. Er bekommt daher für seine 360 fl. weniger pr. Thlr., als wenn er kein Agio zu geben hätte. Darum wird zuletzt noch gesetzt: 102 thun 100.

Würde der Eigenthümer der Scheidemünzen 2 % Agio erhalten, so würde er für 100 fl. oder Thlr. 100 + 2, mithin mehr bekommen, als ohne Aufgeld. Dann wäre zu setzen: 100 thun 102.

Aufgabe 5. B besitzt 3600 Stück Dukaten. Er verwechselt sie zu 5 fl. 30 kr. gegen Silbergeld und erhält dabei $1^1/_2$ % Aufgeld. Wie viele Krthlr. wird er für seine Dukaten bekommen?

Antwort: $7443^1/_3$ Krthlr.

B. Umwandlung der Maße und Gewichte.

2 bayr. Ell. = 3 Frankf.	4 bayr. Schff = 5 wrtb. Schff.	6 bayr. Pfd. = 7 Hambg.
3 „ „ = 4 württb.	5 „ „ = 14 Kassl. „	9 „ „ = 11 engl.
4 „ „ = 5 preuß.	9 „ „ = 19 sächs. „	25 „ „ = 28 bad.
5 „ „ = 7 badische	1 „ „ = 3 Wiener „	39 „ „ = 47 prß.
7 „ „ = 10 Augsb.	2 „ „ = 3 bad. Mltr.	6 „ „ = 7 Lübeck.
9 „ „ = 5 französ.	4 „ „ = 7 Drmst. „	25 „ „ = 28 Zoll Pfd.
32 „ „ = 41 Nürnb.	1 „ „ = 2 Mainz. „	13 „ „ = 31 köl. Mk.

Benützung dieser Tabelle zu praktischen Aufgaben.

1) Wie viel beträgt 1 bayr. Elle zu Frankfurt a/M.?

Berechnung. 2 bayr. Ellen = 3 Frkf. Ellen; folglich beträgt 1 bayr. Elle die Hälfte von 3, nämlich $1\frac{1}{2}$ Frkf. Ellen.

1 bayr. Elle, wie viele würtembergische, preuß. Ellen 2c.?
1 bayr. Scheffel, wie viele würtemb., Kasseler 2c. Schff.?
1 bayr. Pfund, wie viele Hamburger, englische, bad. 2c. Pfd.?

2) 120 Ellen in Bayern thun wie viele Ellen in Baden?

5 bayr. Ellen = 7 badischen.

a) Da 5 bayr. E. = 7 bad., so ist 1 bayr. E. = $1\frac{2}{5}$ badische und 120 bayr Ellen = 120 mal $1\frac{2}{5}$ = 168 bad. Ellen.

b) Da 5 bayr. Ell. = 7 bad., so sind 120 oder 24 mal 5 bayr. Ellen = 24 mal 7 oder 168 bad. Ellen.

? bad. E.	120 bayr. Ell.
5	7 bad. Ell.

100 Ellen von Bayern thun wie viel in Preußen? (125.)
120 prß. Pfd. betragen wie viele bayrische? ($99\frac{27}{47}$.)
360 bayr. Schff., wie viele Darmst. Malter? (630.)
36 bayr. Pfd., wie viel Pfund Zollgewicht? ($40\frac{8}{25}$.)

3) Ein Pfund von Lübeck thut wie viel Pfd. zu London?

? Pfd. Engl.	1 Pfd. Lüb.
7	6 Pfd. Bayr.
9	11 Pfd. Engl.

Wie viel engl. Pfd. beträgt 1 Pfd. v. Lübeck, da 7 Pfd. von Lübeck = 6 Pfd. in Bayern und 9 Pfd. von Bayern = 11 Pfd. in Engl.?

Antwort: $1\frac{1}{21}$.

Eine Augsburger Elle, wie viele würtembergische?
Eine Elle zu Berlin thut wie viele Ellen zu Nürnberg?
Ein Darmstädter Malter, wie viele Kasseler Scheffel?

4) 320 Pfd. Zollgewicht thun wie viel Pfd. zu Hamburg?

Ansatz:

? Pfd. Hbg.	320 Pfd. Zllgew.
28	25 Pfd. Bayr.
6	7 Pfd. Hbg.

56 prß. Ellen, wie viele würtembergische? ($59\frac{11}{15}$.)
175 badische Malter, wie viele Kasseler Scheffel? ($326\frac{2}{3}$.)
150 Pfd. von London thun wie viel Pfd. zu Hamburg? ($143\frac{7}{11}$.)

5) Der bayr. Scheffel Korn kostete im Juni 1854 28 fl.; wie hoch kam da das badische Malter zu stehen? ($18\frac{2}{3}$ fl.)

Ansatz.

? fl.	1 bad. Mltr.
3	2 bayr. Schff.
1	28 fl.

Die bayr. Elle zu 3 fl. 24 kr.; wie hoch kommt die Augsburger?
Antwort: Auf 2 fl. 22 kr. $3\frac{1}{5}$ pf.
Das bayr. Pfd. zu 18 fl. 45 kr.; was kostet 1 Zollpfund?
Antwort: 16 fl. 44 kr. $1\frac{6}{7}$ pf.
Das preuß. Pfd. zu 42 kr.; wie theuer das bayrische?
Antwort: 50 kr. $2\frac{6}{13}$ pf.

6) Auf der Nürnberger Messe gibt **A** die Elle zu $2\frac{1}{3}$ fl.; wie soll er sie zu Frankfurt geben, um eben so theuer zu verkaufen?
Antwort: Um 2 fl. 16 kr. $2\frac{2}{3}$ pf.

7) In Baden werden 5 Mltr. um 36 fl. 20 kr. verkauft. Wie hoch kommen demnach 40 Schff. in Bayern? Antw.: Auf 436 fl.

8) 5 Pfd. Zollgewicht machen bis **Z** 36 kr. Porto; was kosten 10 Pfd. bayr.? Antwort: 1 fl. 20 kr. $2\frac{14}{25}$ pf.

9) 50 preuß. Pfd. kosten 125 fl.; wie hoch kommen 18 Hamburger Pfund? Antwort: Auf 46 fl. $29\frac{1}{91}$ kr.

10) **B** kauft 20 prß. Ellen zu 27 prß. Thlrn.; wie viele Gulden kosten demnach 36 bayr. Ellen? Antw.: 106 fl. $18\frac{3}{4}$ kr.

11) 8 engl. Pfd. kosten 25 Schillinge (à 36 kr.); wie viele Mark Kurant (à 43 kr.) kosten 80 Hamburger Pfd.?
Antwort: $212\frac{188}{301}$ Mark.

II. Gewinn= und Verlust=Rechnung.

Werden erkaufte Gegenstände wieder verkauft, so beträgt der Erlös daraus entweder eben so viel, oder mehr, oder weniger als der Einkaufspreis. Der Mehrerlös ist Gewinn, der Mindererlös Verlust. Gewinn und Verlust sind also der Unterschied zwischen der Ausgabe für den Einkauf und der Einnahme aus dem Verkaufe. Demnach kommen bei der Gewinn= und Verlustrechnung zunächst dreierlei Werthe vor: der Einkaufspreis, der Verkaufspreis und der Unterschied zwischen beiden — Gewinn und Verlust. Sind zwei dieser Stücke gegeben, so läßt sich das dritte durch Rechnung finden. Also sind, da jedes derselben in Frage stehen kann, 3 Formen von Aufgaben möglich. Sie lassen sich, wenn man

den Einkaufspreis mit a, den Verkaufspreis mit b und den Unterschied mit c bezeichnet, wie folgt, darstellen:

Gegeben,	gesucht.	Gegeben,	gesucht.	Gegeben,	gesucht.
a, b.	c.	a, c.	b.	b, c.	a.

Gesetzt, man habe Gelegenheit, bei einem Geschäfte mit je 25 fl. 8 und bei einem andern Geschäfte mit je 40 fl. 13 zu gewinnen. So entsteht die Frage: welches derselben bietet den größeren Gewinn? Um dieß bestimmen zu können, so muß man wissen, wie viel in beiden Fällen mit einer gleichen Summe gewonnen wird. Als solche läßt sich jede beliebige Zahl annehmen. Gewöhnlich setzt man 100. Man sucht also den Gewinn pro cent. Gewinnt man mit 25 fl. 8, so werden mit 100 oder 4 mal 25 4 mal 8 oder 32 gewonnen. Gewinnt man aber mit 40 fl. 13, so beträgt der Gewinn von 100, d. i. von $2\frac{1}{2}$ mal 40, $2\frac{1}{2}$ mal 13 oder $32\frac{1}{2}$, mithin $\frac{1}{2}$ % mehr als im vorigen Falle. — Der Gewinn und Verlust pro cent ist daher in besondern Fällen eben so wohl zu wissen nöthig, als der Gewinn und Verlust überhaupt. Er ist der vierte Begriff in der Gewinn- und Verlustrechnung und kann in den vorhin bezeichneten 3 Formen an die Stelle jedes der drei Werthe treten. Dadurch lassen sich, wie folgende Uebersicht ergibt, wieder 3 mal 3 oder 9 verschiedene Formen von Aufgaben bilden.

Gegeben,	gesucht.	Gegeben,	gesucht.	Gegeben,	gesucht.
a, b.	%.	a, c.	%.	b, c.	%.
a, %.	c.	a, %.	b.	b, %.	a.
%, b.	c.	%, c.	b.	%, c.	a.

Die Mannigfaltigkeit der Aufgaben dieser Art wird aber noch vermehrt, wenn man die Angaben zum Theil auf die ganze Quantität, zum Theil auf einen Theil derselben, und die Procente auf eine bestimmte Zeit bezieht.

A. Mündlich.

1) B kauft die Elle zu 2 fl. 30 kr. und verkauft sie wieder um 3 fl. Wie viel beträgt sein Gewinn a) überhaupt? b) pro cent?

Auflösung. Von den 3 fl., die B aus der Elle löst, gehen die 2 fl. 30 kr. weg, welche ihn die Elle selbst gekostet hat. Es bleiben ihm daher 3 fl. — 2 fl. 30 kr. = 30 kr. übrig. Das ist sein Gewinn überhaupt. Hieraus berechnet sich der Gewinn pro cent. Die Aufgabe heißt: Mit 2 fl. 30 kr. werden 30 kr. gewonnen; wie viel mit 100? — Der Einkaufspreis besteht in Gulden und Kreuzern. Die Frage: wie viel pro cent? kann daher genommen werden: wie viel mit 100 kr.? und auch: wie viel mit 100 fl. Um zu finden, wie viel mit 100 kr. gewonnen werden, so muß ich die 2 fl. 30 kr. zu lauter Kreuzer machen. Um aber zu finden,

wie viel B mit 100 fl. gewinnt, so muß man die 2 fl. 30 kr., sowie die 30 kr. Gewinn in Gulden verwandeln.

a) 2 fl. 30 kr. = 150 kr. Mit 150 kr. gewinnt B 30 kr., wie viel mit 100 kr.? Das läßt sich auf verschiedene Weise berechnen.

α) Man schließt von 150 kr. auf 50 kr. und von 50 kr. auf 100 kr. Gewinnt B mit 150 kr. 30 kr., so gewinnt er mit 50 kr. $^1/_3$mal 30 = 10 kr., und mit 100 kr. 2mal 10 oder 20 kr. Er gewinnt also 20 %.

β) Man sucht, wie sich 100 kr. zu 150 kr. verhalten. 100 kr. = $^2/_3$mal 150 kr. Gewinnt also B mit 150 kr. 30 kr., so gewinnt er mit 100 kr. $^2/_3$mal 30 oder 20 kr. = 20 %.

γ) Man sucht, wie sich der Gewinn zum Einkaufspreis verhält. 30 kr. bilden $^1/_5$ von 150 kr. Gewinnt B mit 150 kr. $^1/_5$ von 150 kr., so gewinnt er mit 100 kr. $^1/_5$ von 100 kr.; $^1/_5$ von 100 kr. = 20 kr. = 20 %.

b) 2 fl. 30 kr. = $2^1/_2$ fl., und 30 kr. = $^1/_2$ fl. Nun wieder wie oben.

α) Gewinnt man mit $2^1/_2$ fl. $^1/_2$ fl., so gewinnt man mit 5 fl. 2mal $^1/_2$ oder 1 ganzen Gulden, folglich mit 100 oder 20mal 5 fl. 20mal 1 fl. = 20 fl. = 20 %.

β) 100 fl. = 40mal $2^1/_2$ fl.; gewinnt B also mit $2^1/_2$ fl. $^1/_2$ fl., so macht das auf 100 fl. 40mal $^1/_2$ fl. = 20 fl.

γ) $^1/_2$ fl. ist $^1/_5$ von $2^1/_2$ fl.; gewinnt B mit $2^1/_2$ fl. $^1/_5$ von $2^1/_2$ fl., so gewinnt er mit 100 fl. $^1/_5$ von 100 fl. = 20 fl.

In vielen Fällen führt die dritte Berechnungsweise (γ) am leichtesten zum Ziele. Wer z. B. mit 3 Thalern 1 Thlr. (d. i. $^1/_3$ von 3 Thlr.) gewinnt, der gewinnt mit 100 Thalern $^1/_3$ von 100, d. i. $33^1/_3$ Thlr. = $33^1/_3$ %. Wer mit 4 fl. 3 fl. (d. i. $^3/_4$ von 4 fl.) gewinnt, der gewinnt mit 100 fl. $^3/_4$ von 100, d. i. 75 fl. = 75 %. Wer mit 5 kr. 7 kr. (d. i. $1^2/_5$ mal 5 kr.) gewinnt, der gewinnt mit 100 kr. $1^2/_5$mal 100 = 140 kr. = 140 %.

2) Es kauft Jemand das Pfund um 1 fl. 20 kr. und gibt es wieder für 1 fl. 10 kr. Wie groß ist sein Verlust a) überhaupt? b) pro cent? Antwort: $12^1/_2$ %.

3) Ein Gastwirth kauft den Eimer Wein zu 15 fl. und schenkt die Maas für 24 kr. aus. Wie groß ist sein Gewinn a) überhaupt? b) %?

4) A kauft 36 Ellen um 126 fl. und verkauft die Elle um 3 fl. Wie viel beträgt sein Gewinn oder Verlust a) per Elle? b) im Ganzen? c) pro cent?

(A verliert a) per Elle 30 kr., b) im Ganzen 18 fl., c) $14^2/_7$ %.)

5) Ein Trödler übernahm mehrere Gemälde für 48 fl. und trat sie an B mit 175 fl. Gewinn wieder ab. Wie groß war sein Erlös?

Auflösung: Hätte er die Gemälde ohne Verlust und Gewinn verkauft, so würde er wieder 48 fl. erhalten haben. Um 1 fl. zu gewinnen, mußte er

sie um 48 + 1 fl.; um 2 fl. zu gewinnen, um 48 + 2 fl.; um 175 fl. zu gewinnen, also um 48 + 175 fl. verkaufen.

6) Wie hoch hat **B** die Gemälde wieder verkauft, da er durch diesen Handel 20 Kronenthaler verlor?

7) Ein Kaufmann bekommt 40 Pfd. Gewürz, das Pfund zu 8 fl. 36 kr., und nimmt vom Loth 6 kr. Gewinn; wie viel beträgt sein Erlös a) für 1 Pfd.? b) für 40 Pfd.?

Auflösung: Für 1 Pfd. ist der Erlös 8 fl. 36 kr. + 32mal 6 kr.; für 40 Pfd. 40mal so viel.

8) Ein Melber kauft 5 Ctr. Mehl, den Ctr. zu 10 fl. 48 kr.; die Mehlpreise fallen, und er muß das Pfund mit $1^1/_2$ kr. Schaden verkaufen. Wie viel wird er für die 5 Ctr. lösen?

Auflösung: Aus 1 Ctr. löst er 10 fl. 48 kr. — 100mal $1^1/_2$ kr.; aus 5 Ctr. 5mal so viel.

9) Ein Landmann kauft eine Wiese um 320 fl. und verkauft sie wieder mit 15 % Gewinn. a) Wie viele Gulden beträgt sein Mehrerlös? b) Wie theuer hat er das Grundstück verkauft?

10) **A** verkauft ein Haus, das ihn 1500 Thlr. gekostet, mit $7^1/_2$ % Verlust. a) Wie viele Thaler beträgt der Mindererlös? b) Wie theuer hat er das Haus wieder verkauft?

11) **B** kauft den Scheffel Korn um 20 fl.; wie soll er den Metzen geben, um 12 % zu gewinnen?

Auflösung: Mit 100 will B 12, mit 20 fl. also $^1/_5$mal 12 = $2^2/_5$ fl. gewinnen. Er muß daher den Scheffel um 20 + $2^2/_5$ = $22^2/_5$ fl., mithin den Metzen um $^1/_6$ von $22^2/_5$ fl. verkaufen.

12) Wie theuer hat **C** das Pfd., das ihn selbst 3 fl. 20 kr. gekostet, wieder verkauft, da er 25 % dabei verlor?

Auflösung: 3 fl. 20 kr. = 200 kr.; mit 100 kr. verlor C 25 kr., mit 200 kr. also 2mal 25 kr. = 50 kr.; folglich hat er das Pfund nur um 200 — 50 = 150 kr. oder 2 fl. 30 kr. wieder verkauft. — Oder: C verlor 25 %, das heißt: für 100 kr., die er ausgegeben, erhält er im Verkaufe nur 75 kr.; mithin bekam er für 200 kr. nur 2mal 75 oder 150 kr. = 2 fl. 30 kr. — Oder: Wer 25 % verliert, der verliert genau $^1/_4$ seines Einkaufspreises. C verlor also $^1/_4$ von 3 fl. 20 kr., nämlich 50 kr.; mithin gab er das Pfund um 3 fl. 20 kr. — 50 kr. = 2 fl. 30 kr. — Oder: Verlor er $^1/_4$, so betrug sein Erlös $^3/_4$, d. i. $^3/_4$ von 3 fl. 20 kr. = 2 fl. 30 kr.

13) Ein Spekulant übernahm einen Wald und verkaufte ihn wieder mit 2475 Gewinn um 30000 fl.; wie viel betrug der Einkaufspreis?

Auflösung: Der Mann gewann; er hat also den Wald billiger eingekauft, als wieder verkauft. Er gewann 2475 fl.; folglich beträgt der Einkaufspreis, 2475 fl. weniger als der Verkaufspreis, d. i. 2475 fl. weniger als 30000 fl.; 30000 fl. — 2475 fl. = 27525 fl.

14) Ein Getreidehändler konnte für 20 Schff. Korn eine gewisse Summe Geldes haben; aber er gab nicht ab. Darauf fielen die Preise. Er verlor nun am Scheffel 8 fl. 45 kr. und löste im Ganzen noch 425 fl. Wie viel war ihm zuvor für sein Getreid geboten?

Auflösung: Für 20 Schff. bekam er 425 fl., für 1 Schff. also 21 fl. 15 kr. Er konnte daher zuvor für 1 Schff. $21^1/_4$ fl. + $8^3/_4$ fl. = 30 fl., für 20 Schff. also 20 mal 30 fl. haben. — Oder!

15) A verkauft den Centner Heu mit 36 kr. Mehrerlös um 1 fl. 24 kr.; wie viel macht der Gewinn pro cent?

Auflösung: Um berechnen zu können, wie viel A mit 100 gewinnt, muß ich wissen, wie viel sein Gewinn von einer andern Summe, nämlich von dem Einkaufspreise beträgt. Der Gewinn per Ctr. = 36 kr.; der Einkaufspreis ist 1 fl. 24 kr. — 36 kr. = 48 kr. Mit 48 kr. gewinnt er also 36 kr., d. i. $^3/_4$ mal 48 kr.; mithin beträgt sein Gewinn vom Hundert $^3/_4$ mal 100 oder 75. A gewinnt demnach 75 $^0/_0$.

16) Eine Quantität Kaffee wird mit 56 Thlr. Verlust um 344 Thlr. verkauft. Wie viel pr. c. werden verloren?

Auflösung: Mit 344 + 56 = 400 Thlr., welche die Quantität Kaffee gekostet, wurden 56 Thlr. verloren; wie viel mit 100 Thlr.?

Antwort: 14 Thlr., also 14 $^0/_0$.

17) Man verkauft eine Waare für 240 fl. und gewinnt dabei 20 $^0/_0$; a) wie groß ist der ganze Gewinn? b) wie theuer wurde die Waare eingekauft?

Auflösung: Die Waare wurde für 250 fl. und zwar mit Vortheil verkauft. Der Erlös besteht daher in dem Einkaufspreis und dem Gewinn. Die Aufgabe verlangt, daß beide ausgeschieden werden. Um dieß thun zu können, so muß man wissen, wie sie sich zu einander verhalten. Das sagt der Ausdruck 20 $^0/_0$. Mit 100 werden 20 gewonnen. Der Gewinn beträgt daher $^1/_5$ von dem Einkaufspreise. Einkaufspreis und Gewinn bilden also $^5/_5$ + $^1/_5$ oder 6 gleiche Theile, und diese bestehen in 240 fl. Mithin beträgt 1 Theil $^1/_6$ von 240 fl. = 40 fl. Das ist der Gewinn. Der Einkaufspreis = 5 mal 40 oder 200 fl. (Probe.)

18) Ein Faß Wein wurde für 350 Thlr. mit 30 $^0/_0$ Verlust verkauft; a) wie viel beträgt der ganze Verlust? b) wie theuer war das Faß im Einkaufe?

Auflösung: Hier wurden 30 $^0/_0$, d. i. $^3/_{10}$ des Einkaufspreises verloren; mithin wurde der Wein um $^7/_{10}$ des Einkaufspreises verkauft. Diese $^7/_{10}$ = 350 Thlr. Es entsteht daher die Frage:

a) $^7/_{10}$ des Einkaufspreises = 350 Thlr.; $^3/_{10}$ = ? Antwort: 150 Thlr.
b) $^7/_{10}$ „ „ = 350 Thlr.; $^{10}/_{10}$ = ? Antwort: 500 Thlr.

19) A gewinnt an der Elle 42 kr. oder 15 $^0/_0$; a) wie theuer hat er dieselbe eingekauft? b) wie hoch verkauft er sie?

Auflösung: a) 15 % oder $^3/_{20}$ des Einkaufspreises = 42 kr.; $^1/_{20}$ desselben = 14 kr.; also beträgt der ganze Einkaufspreis 20 mal 14 kr. = 4 fl. 40 kr. — b) Der Verkaufspreis ist daher 4 fl. 40 kr. + 42 kr. = 5 fl. 22 kr.

20) B verliert an dem Centner 16 fl. oder 8 %; a) wie theuer hat er denselben eingekauft? b) wie viel löst er dafür?

21) Ein Kleinhändler erhält im Einkaufe für 1 kr. 10 Stück Nähnadeln, gibt für 1 kr. aber nur 6; wie viel nimmt er Gewinn pro cent?

Auflösung: Er löst aus 6 Nadeln 1 kr., aus 1 Nadel $^1/_6$ kr. und aus 10 Nadeln 10 mal $^1/_6$ = $1^2/_3$ kr. Was er für 1 kr. gekauft, das verkauft er wieder für $1^2/_3$ kr.; er gewinnt daher mit 1 kr. $^2/_3$ kr., mit 100 kr. also 100 mal $^2/_3$ = $66^2/_3$ kr.

22) Derselbe erhält ferner für 1 fl. 18 Ellen Band; wie viel wird man für das gleiche Geld von ihm bekommen, da er diese Waare mit $33^1/_3$ % Gewinn verkauft?

Auflösung: $33^1/_3$ = $^1/_3$ von 100; $33^1/_3$ % gewinnen, heißt also: den 3. Theil vom Einkaufspreis gewinnen. Unser Kaufmann gibt daher die 18 Ellen, die ihn 1 fl. gekostet haben, nur um 1 + $^1/_3$ fl. wieder ab. Erhält man aber für $1^1/_3$ (= $^4/_3$) fl 18 Ellen, so bekommt man für $^1/_3$ fl. den 4. Theil von 18 Ellen = $4^1/_2$ Ellen; mithin für 1 fl. 3 mal $4^1/_2$ Elle = $13^1/_2$ Elle.

23) Ein Gastwirth kauft den Eimer Wein zu 25 fl. und schenkt denselben, die Maas zu 36 kr., in 4 Wochen aus. Wie viel beträgt sein Gewinn a) überhaupt? b) pro cent? c) procent pro anno (d. i. aufs Jahr)?

Auflösung: a) Sein Gewinn überhaupt = 64 mal 36 kr. - 25 fl. = $13^2/_5$ fl. b) Sein Gewinn pro cent = 4 mal $13^2/_5$ fl. = $53^3/_5$ fl. c) Sein Gewinn procent pro anno = 13 mal $53^3/_5$ = $696^4/_5$.

24) Wie viel prc. pr. a. werden gewonnen, wenn man eine Waare mit 48 fl. bezahlt und nach 4 Monaten für 60 fl. verkauft?

B. Schriftlich.

Beispiel 1. A kauft das Pfund Saffran für 35 fl. und verkauft das Quint zu $22^1/_2$ kr.; wie viel beträgt sein Gewinn a) überhaupt? b) procent? Ansatz.

a.

? fl.	1 Pfd.
1	32 Loth
1	4 Qt.
1	$\frac{3}{8}$ fl.

Verkauf = 48 fl.
Einkauf = 35 fl.
Gewinn = 13 fl. überhaupt.

b.

?	100 fl.	
35	13 fl.	
7	20	
7	260	$37^1/_7$ %.

Beispiel 2. Ein Kaufmann bekommt den Centner Zucker um 28 fl. 45 kr.; außerdem muß er noch 1 fl. 15 kr. Fracht bezahlen. Wie theuer muß er das Pfund verkaufen, a) um 5 fl., b) um 20 % zu gewinnen?

28 fl. 45 kr. Einkaufspreis,
1 fl. 15 kr. Fracht,

30 fl. — kr. Auslage.

a.

30 fl. Ausl. + 5 fl. Gew. = 35 fl. Verkf.

?	1 Pfd.
100	35 fl.
1	60 kr.

Antwort: 21 kr.

b.

?	1 Pfd.
100	30 fl. Ausl.
100	120 wegen Gew.
1	60 kr.

Antwort: $21\,^3/_5$ kr.

Beispiel 3. B verkauft 4 Pfd. Gewürz, das Loth für 15 kr. Wie viel haben ihn dieselben gekostet, wenn a) sein Verlust überhaupt 8 fl., b) sein Verlust pro cent 20 beträgt?

Ansatz und Berechnung.

a.

fl. ?	4 Pfd.
1	32 Lth.
1	15 kr.
60	1 fl.

Verkauf = 32 fl.
Verlust = 8 fl.

Einkauf = 40 fl.

b.

Einkf. ?	4 Pfd.
1	32 Loth
1	15 kr. Verk.
60	1 fl.
Verk. 80	100 fl. Einkf.
	40 fl.

Aufgaben.

1) A kauft ein Haus um 1125 fl. 36 kr. und verkauft es wieder um 1415 fl. 12 kr.; wie viel hat er Gewinn? (289 fl. 36 kr.)

2) B verkauft eine Wiese, die er für 475 fl. gekauft, um 392 fl. 45 kr. wieder. Wie viel hat er Verlust? (82 fl. 15 kr.)

3) Jemand kauft ein Grundstück für 1425 fl. 36 kr., und verkauft es wieder mit 389 fl. 36 kr. Gewinn. Wie theuer hat er verkauft? Antwort: Um 1815 fl. 12 kr.

4) Ein Anderer hat einen Weinberg um 748 fl. eingekauft und mit 152 fl. 24 kr. Verlust wieder verkauft. Wie viel hat er gelöst? Antwort: 595 fl. 36 kr.

5) Es kauft Jemand einen Garten und verkauft denselben wieder mit 375 fl. 48 kr. Gewinn um 2700 fl. Wie theuer hat er den Garten gekauft? Antwort: Um 2324 fl. 12 kr.

6) Hierauf verkauft er ein Haus um 3419 fl. 40 kr. mit 218 fl. 36 kr. Verlust. Wie viel hat ihn dasselbe gekostet?
Antwort: 3638 fl. 16 kr.

7) C kauft 25 Ellen zu 40 fl. und gibt die Elle zu 2 fl. 24 kr.; wie viel hat er Gewinn? Antwort: 20 fl.

8) D kauft das Pfd. Saffran zu 35 fl. und gibt das Qt. zu 20 kr.; wie viel gewinnt er an dem Pfund? Antw.: $7^2/_3$ fl.

9) Ein Seiler kauft 500 Pfd. Flachs. Er bekommt für 1 Thaler (= 1 fl. 30 kr.) 4 Pfd., gibt aber nur 3 Pfd. Wie viel hat er im Ganzen übrig? Antwort: $41^2/_3$ Thlr.

10) Ein Weinwirth kauft den alten Eimer, welcher 72 Maas enthält, um 15 fl., und will 9 fl. daran gewinnen. Wie muß er die Maas geben? Antwort: Um 20 kr.

11) N kauft 100 Stück Wellenholz um 10 fl. 30 kr., verkauft sie einzeln wieder und verliert 1 fl. 20 kr. Wie theuer hat er das Stück verkauft? Antwort: Um 5 kr. 2 pf.

12) Ein Kaufmann löst aus 185 Ellen 693 fl. 45 kr. und gewinnt dabei 70 fl. Wie hoch ist ihn die Elle gekommen?
Antwort: 3 fl. 22 kr. $1^7/_{37}$ pf.

13) Ein Weinhändler verkauft 15 Eim. Wein um 1200 Thlr. Wie viel hat ihn derselbe gekostet, da er an jedem Eimer 22 Thlr. übrig hat? Antwort: 870 Thlr.

14) E kauft die Klafter Holz für 7 fl. 15 kr. und verkauft sie wieder für 9 fl. Wie viel beträgt sein Gewinn **pro cent**?
Antwort: $24^4/_{29}$ %.

15) Ein Weinwirth zahlt den Eimer Wein für 15 fl. und schenkt die Maas für 24 kr. aus. Wie viel % nimmt er Gewinn?
Antwort: $70^2/_3$ %.

16) F kauft 4 Ctr. 50 Pfd. Zucker, den Ctr. zu 40 fl. und gibt das Pfd. zu 24 kr. Auf den Ctr. wiegt er 3 Pfd. ein. Wie groß ist sein Gewinn oder Verlust %? Antw.: 3 % Verlust.

17) G kauft 21 Eimer Wein à 21 Thlr. und verkauft denselben wieder mit 25 % Gewinn. Wie viele Thlr. gewinnt er im Ganzen? Antwort: $110^1/_4$ Thlr.

18) Ein Handelsmann kauft das Pfund Saffran für 31 fl. 30 kr., muß aber aus Noth wieder verkaufen und verliert 15 % daran. Wie theuer hat er verkauft? Antw.: Zu 26 fl. $46^1/_2$ kr.

19) A kauft die Elle Zeug für $3^3/_4$ fl. Wie muß er sie wieder geben, um 20 % zu gewinnen? Antwort: Um $4^1/_2$ fl.

20) Ich kaufe den Ctr. Oel für 24 fl. Wie muß ich das Pfd. verkaufen, um 18 % zu gewinnen? Antw.: Zu $16^{124}/_{125}$ kr.

21) Es verkauft Jemand die Elle für 3 fl. 45 kr. und gewinnt 15 % dabei; wie theuer hat er dieselbe eingekauft?
Antwort: 3 fl. $15^{15}/_{23}$ kr.

22) Eine Elle andern Tuches verkauft er für 2 fl. 42 kr. und verliert 15 % damit; wie viel hat ihn dieselbe gekostet?
Antwort: 3 fl. $10^{10}/_{17}$ kr.

23) A und B kaufen den Eimer Wein zu 13 fl. 30 kr. A gibt denselben wieder zu 18 fl. 12 kr., B zu 21 fl. 24 kr. Jener verkauft das Jahr hindurch 200 Eimer, dieser 75. a) Wie viel nimmt Jeder an dem Eimer Gewinn? wie viel B mehr als A? b) Wie viel nimmt Jeder Gewinn pro cent? wie viel B mehr als A? c) Wie viel gewinnt Jeder pro anno? Wessen Gewinn übersteigt im Ganzen den des Andern und um wie viel?
Antwort: a) A nimmt am Eimer 4 fl. 42 kr., B 7 fl. 54 kr. Gewinn, B also 3 fl. 12 kr. mehr als A. b) A gewinnt $34^{22}/_{27}$ %, B $58^{14}/_{27}$ %; B gewinnt also $23^{19}/_{27}$ % mehr als A. c) A gewinnt pro anno 940 fl., B 592 fl. 30 kr.; A gewinnt also im Ganzen 347 fl. 30 kr. mehr als B.

24) Zwei Kaufleute, B und C, bekommen die Elle Tuch zu 3 fl. 30 kr. B begnügt sich mit 12 % Gewinn, C nimmt 20 %. Dagegen verkauft B in 5 Monat eben so viel als C in $1^1/_2$ Jahr. a) Um wie viel baares Geld gibt B die Elle billiger als C? b) Wie viel beträgt eines Jeden Gewinn procent pro anno?
Antwort: a) C gibt die Elle um 4 fl. 12 kr., B um 3 fl. $55^1/_5$ kr., mithin um $16^4/_5$ kr. wohlfeiler als C. b) Der Gewinn procent pro anno beträgt bei B $28^4/_5$, bei C $13^1/_3$.

Was folgt hieraus? Derjenige wird auf die Länge die besten Geschäfte machen, welcher gute Waare führt und im Einzelverkaufe sich mit einem mäßigen Gewinne begnügt.

Siebenter Cursus.

A. Decimal-Brüche.

1) Begriff.

1 1 1 1

Die Ziffer 1 in der ersten Stelle rechts bedeutet 1 Einer. Die 1 in der zweiten Stelle gilt das 10fache davon, nämlich 1 Zehner. Die 1 in der dritten Stelle gilt wieder das 10fache von der 1 in der zweiten Stelle, nämlich 1 Hunderter u. s. f. — So oft also die Ziffer 1 um eine Stelle weiter gegen die Linke kommt, so oft **verzehnfacht** sich ihr Werth.

Anders verhält sichs, wenn wir rückwärts gehen. Die 1 in der vierten Stelle bedeutet 1 Tausender. Die 1 in der dritten Stelle gilt den 10. Theil davon, d. i. 1 Hunderter. Die 1 in der zweiten Stelle gilt wieder nur $^1/_{10}$ von der 1 in der dritten Stelle, d. i. 1 Zehner. Und die 1 in der ersten Stelle gilt den 10. Theil von 1 Zehner, nämlich 1 Einer. — Jede 1 um eine Stelle weiter rechts gilt also immer nur $^1/_{10}$ mal so viel als ihre Nachbarin zur Linken.

Mithin wird die 1, welche wir nun (in etwas kleinerer Form) um eine Stelle nach dem Einer setzen,

1 1 1 1 1

wieder nur den 10. Theil von einem Einer, d. i. 1 Zehntel gelten. Eben so wird die 1, die wir um eine Stelle nach dem Zehntel setzen,

1 1 1 1 1 1

wieder nur den 10. Theil von 1 Zehntel, nämlich 1 Hundertel bedeuten. Und die 1, welche um eine Stelle nach dem Hundertel zu stehen kommt, wie hier:

1 1 1 1 1 1 1

wird wieder $^1/_{10}$ von $^1/_{100}$, d. i. $^1/_{1000}$ bezeichnen.

So fort bis zu Milliontel.

Damit die Theile nicht leicht für Ganze angesehen werden, so setzen wir zwischen beide als Gränze einen Strich, wie hier:

1 1 1 1 , 1 1 1

Das Komma trennt daher die Ganzen und die Theile von einander. Links stehen die Ganzen, rechts die Brüche.

In gleicher Weise werde auch mit den Ziffern 2, 3, 4 ꝛc. verfahren. Man lasse dieß jedoch von einzelnen Schülern möglichst allein durchführen.

a) Sowie man (also) die Zahlenreihe von den Einern an aufwärts (gegen die Linke) bis ins Unendliche fortführen kann; so läßt sich dieselbe von den Einern an auch abwärts (gegen die Rechte) bis ins Unendliche fortbilden.

b) Gleichwie man den Werth der Ziffern auf der linken Seite des Komma, wo sie Ganze bedeuten, aus ihrer Stelle erkennt; so läßt sich auch der Werth der Ziffern auf der rechten Seite desselben, wo sie Theile bezeichnen, aus ihrer Stelle entnehmen. Eine besondere Bezeichnung ihrer Geltung ist nicht nöthig. Die Ziffern in der ersten Stelle vor dem Komma gelten Einer, in der 2. Stelle Zehner u. s. f.; in der ersten Stelle nach dem Komma gelten sie 10tel, in der 2. Stelle 100tel, in der 3. Stelle 1000tel ꝛc.

c) Zehntel entstehen, wenn man ein Ganzes in 10 gleiche Theile theilt; 100tel, wenn man $^1/_{10}$ wieder in 10 gleiche Theile zerlegt; 1000tel, wenn man aus $^1/_{100}$ wieder 10 gleiche Theile macht ꝛc. Deßhalb nennt man Brüche mit den Nennern 10, 100, 1000 u. s. f. zehntheilige oder Decimalbrüche, kurz: Decimale.

Fragen:

1) Was gelten die Ziffern in der ersten Decimalstelle? in der 3ten? in der 2ten? ꝛc.
2) Wo stehen die 100tel? die 10tel? die 1000tel? die 10000tel? ꝛc.

2) Uebung im Lesen und Schreiben der Decimalbrüche.

a) Nach den einzelnen Stellen.

(Lesen.)

1,4 = 1 Ganzes und 4 Zehntel.
0,8 = 0 Ganze und 8 Zehntel.
29,45 = 29 Ganze, $^4/_{10}$ und $^5/_{100}$.
0,07 = 0 Ganze, $^0/_{10}$, $^7/_{100}$.
6,543 = 6 Ganze, $^5/_{10}$, $^4/_{100}$, $^3/_{1000}$.
0,002 = 0 Ganze, $^0/_{10}$, $^0/_{100}$, $^2/_{1000}$.
0,7459 = 0 Ganze, $^7/_{10}$, $^4/_{100}$, $^5/_{1000}$, $^9/_{10000}$.
354,0801 = 354 Ganze, $^0/_{10}$, $^8/_{100}$, $^0/_{1000}$, $^1/_{10000}$.

u. s. f.

(Schreiben.)

$^{3}/_{10}$ . . . $= 0,3$	$^{3}/_{10} + {}^{8}/_{1000}$ . . . . . $= 0,308$
$^{7}/_{100}$ . . . $= 0,07$	$^{5}/_{100} + {}^{9}/_{1000}$ . . . . $= 0,059$
$^{8}/_{10} + {}^{4}/_{100} = 0,84$	$^{2}/_{10} + {}^{4}/_{100} + {}^{6}/_{1000}$. $= 0,246$
$^{5}/_{1000}$ . . $= 0,005$	7 G. $+ {}^{5}/_{10} + {}^{3}/_{100} + {}^{7}/_{1000} = 7,537$

u. s. f.

b) Im Zusammenhange.

(Lesen.)

43 = 4 Zehner und 3 Einer. Gewöhnlich spricht man diese Zahl aber nicht so aus. Man verwandelt die 4 Zehner auch in Einer und liest sie mit den 3 Einern im Zusammenhange. 4 Zehner = 40 Einer; 40 E. + 3 E. = dreiundvierzig Einer, kurz: dreiundvierzig. — Eben so verfährt man bei den zehntheiligen Brüchen.

0,43 = 4 Zehntel und 3 Hundertel. Man verwandelt die 4 Zehntel auch in Hundertel und spricht sie mit den 3 Hunderteln verbunden aus. $^{4}/_{10} = {}^{40}/_{100}$; $^{40}/_{100} + {}^{3}/_{100} = {}^{43}/_{100}$. Mithin sind 0,43 = dreiundvierzig Hundertel.

0,785 = $^{7}/_{10} + {}^{8}/_{100} + {}^{5}/_{1000}$. Man verwandelt Alles in 1000tel. $^{7}/_{10} = {}^{70}/_{100} = {}^{700}/_{1000}$; $^{8}/_{100} = {}^{80}/_{1000}$; $^{7}/_{10} + {}^{8}/_{100} = {}^{780}/_{1000}$; $^{780}/_{1000} + {}^{5}/_{1000} = 785$ Tausendtel.

$4,25 = 4\,^{25}/_{100}$.	$18,5761 = 18\,^{5761}/_{10000}$.
$0,234 = {}^{234}/_{1000}$.	$1,0094 = 1\,^{94}/_{10000}$.
$8,076 = 8\,^{76}/_{1000}$.	$3,05897 = 3\,^{5897}/_{100000}$.

Man kann demnach, um einen Decimalbruch auszusprechen, die Stellen desselben einzeln, wie auch zusammen lesen. In diesem Falle fügt man einen Nenner mit der Ziffer 1 und so viel Nullen bei, als der Zähler im Ganzen Stellen hat.

(Schreiben.)

$4\,^{4}/_{10} = 4,4$.	$^{9}/_{10000} = 0,0009$.
$37\,^{45}/_{100} = 37,45$.	$^{83}/_{10000} = 0,0083$.
$^{38}/_{100} = 0,38$.	$^{245}/_{10000} = 0,0245$.
$^{175}/_{1000} = 0,175$.	$^{4781}/_{10000} = 0,4781$.
$14\,^{36}/_{1000} = 14,036$.	$15\,^{23457}/_{100000} = 15,23457$.

Bis zur Fertigkeit!

3) Decimalbrüche zu addiren.

Aufgabe 1. Wie viel betragen folgende Zahlen zusammen: 3,84 + 68,075 + 0,4 + 24,6987?

Ausrechnung.

Man setzt die Zahlen so unter einander, daß auf der linken Seite des Decimalkomma Einer unter Einer, Zehner unter Zehner rc. und auf der rechten Seite desselben Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel u. s. f. zu stehen kommen.

$$\begin{array}{r} 3{,}84 \\ 68{,}075 \\ 0{,}4 \\ 24{,}6987 \\ \hline 97{,}0137 \end{array}$$

Die 7 steht allein. Da ist nichts weiter zu addiren. Ich setze also 7 unter den Strich und zwar in die Stelle der Zehntausendtel, d. i. gerade unter die 7.

8 + 5 = 13, nämlich 13 Tausendtel; 13 Tausendtel = 10 Tausendtel oder 1 Hundertel + 3 Tausendtel. Die 3 Tausendtel unter den Strich, genau unter die Tausendtel; das 1 Hundertel hinüber zu den Hunderteln.

1 + 9 ist 10, und 7 ist 17, und 4 ist 21. Das sind 21 Hundertel oder 2 Zehntel und 1 Hundertel. Das 1 Hundertel unter den Strich, gerade unter die Hundertel; die 2 Zehntel hinüber zu den andern Zehnteln.

2 und 6 ist 8, und 4 ist 12, und 8 ist 20, nämlich 20 Zehntel. 20 Zehntel sind 2 Ganze und 0 Zehntel. 0 Zehntel unter den Strich in die Reihe der Zehntel; die 2 Ganzen hinüber zu den Ganzen.

Bevor ich weiter rechne, setze ich ein Komma, damit die Theile von den Ganzen sogleich geschieden werden.

2 + 4 + 8 + 3 = 17. 17 Einer = 1 Zehner + 7 Einer rc.

Summa: 9 Zehner, 7 Einer, 0 Zehntel, 1 Hundertel, 3 Tausendtel und 7 Zehntausendel, zusammen: 97 Ganze und 137 Zehntausendtel.

2) 0,7 + 4,18 + 0,005 + 5,679 = 10,564.

3) 28,978 + 0, 28 + 5,375 + 18,7584 = 53,3914.

4) 0,0275 + 1,3982 + 48,6543 + 72,97852 = 123,05852.

5) 234,96 + 0,6758 + 50,004 + 6,20875 + 1,001 = 292,84955.

6) 0,84625 + 0,3849 + 0,097 + 0,7654 + 0,86276 = 2,95631.

7) 3,04758 + 54,793205 + 0,479 + 27,8756 + 375,975643 = 462,171028.

8) 0,445 + 34,75 + 375,97386 + 0,374859 + 48,569832 + 0,81 = 460,923551.

9) 12,654 + 234,7935 + 8,648275 + 0,63 + 42,76543 + 0,96 = 300,451205.

10) Ein Grundbesitzer hat 2,45 Tgw. Wiesen, 13,08 Tgw. Ackerland, 21,72 Tgw. Waldung und 5,84 Tgw. Hopfengarten. Wie viel beträgt sein Grundbesitz im Ganzen? Antw.: 43,09 Tgw.

11) Vier Ballen Waare wiegen einzeln 3,6 Ctr., 2,85 Ctr., 5,08 Ctr. und 4,45 Ctr.; wie viel zusammen? (15,98 Ctr.)

12) Ein Kaufmann erhält 5 Kisten Waare. Die eine wiegt 2 Ctr. 36,5 Pfd.; die andere 1 Ctr. 72,8 Pfd.; die dritte 3 Ctr. 0,9 Pfd.; die vierte 96,7 Pfd. und die fünfte 1 Ctr. 64 Pfd. Wie schwer sind sie zusammen? Antw.: 9 Ctr. 70,9 Pfd.

13) Hiervon beträgt die Tara 22,7 Pfd.; 17,2 Pfd.; 25 Pfd.; 8,9 Pfd. und 13,5 Pfd.; wie viel in Summe? Antw.: 87,3 Pfd.

4) Decimalbrüche zu subtrahiren.

Aufgabe 1. Um wie viel ist die Zahl 91,2831 kleiner als 173,4284?

Ausrechnung.

$$\begin{array}{r} 173,4284 \\ 91,2831 \\ \hline 82,1453 \end{array}$$

1 Zehntausendtel von 4 Zehntaus. bleiben 3 Zehntausendtel.

3 Tausendtel von 8 Tausendteln bleiben 5 Tausendtel.

8 Hundertel von 2 H. wegzunehmen, geht nicht. Ich borge 1 Zehntel; 1 Zehntel und 2 Hundertel = 12 Hundertel; 8 Hundertel von 12 Hunderteln bleiben 4 Hundertel.

2 Zehntel von 3 Zehnteln bleibt 1 Zehntel. Und so fort.

Rest: 8 Zehner, 2 Einer, 1 Zehntel, 4 Hundertel 5 Tausendtel und 3 Zehntausendtel; zusammen: 82 Ganze und 1453 Zehntaus.

Aufgabe 2. Von 25,37854 soll die Zahl 9,482 abgezogen werden.

Ausrechnung:

25,37854	=	25,37854
9,482	=	9,48200
15,89654	=	15,89654

Zehntausendtel sind nicht abzuziehen, daher setzt man unter die 5 Zehntausendtel eine Null. Eben so unter 4.

Frage: Wurden die Ziffern 9,482 durch die angehängten Nullen aus ihren Stellen gerückt? (Nein; sondern die 9 steht nach wie vor in der Einerstelle, die 4 gilt nach wie vor 4 Zehntel, die 8 8 Hundertel, die 2 2 Tausendtel.) Mithin kann man hinter die Decimalstellen jede beliebige Anzahl Nullen setzen, ohne daß sich der Werth der gegebenen Zahl vergrößert oder verkleinert. Die ganze Veränderung besteht darin, daß der Bruch dadurch erweitert wird. $^{482}/_{1000}$, durch 100 erweitert, = $^{48200}/_{100000}$.

Nun subtrahirt man wie vorhin. Rest: 15 Ganze und 89654 Hunderttausendtel.

Aufgabe 3. Wie groß ist der Unterschied zwischen 42,007 und 17,653?

Ausrechnung.

4.2.,0.07
17,653
24,354

3 Tausendtel von 7 Tausendteln bleiben 4 Tausendtel.

5 Hundertel von 0 Hunderteln geht nicht. 1 Zehntel kann ich nicht entlehnen, denn dergleichen sind nicht da. Ich gehe daher über das Komma weg und borge 1 Einer. Diesen Einer trage ich auf die nächste, d. i. auf die Zehntelstelle über. Allda macht er 10 Zehntel. Von den 10 Zehnteln nehme ich 1 Zehntel und führe dieses auf die Hundertel-Stelle. 1 Zehntel = 10 Hundertel. Das geborgte Ganze ist jetzt in 9 Zehntel und 10 Hundertel verwandelt. Nun ziehe ich ab. 5 Hundertel von 10 Hundertel bleiben 5 Hundertel.

6 Zehntel von 9 Zehnteln bleiben 3 Zehntel.

7 Einer von 11 Einern bleiben 4 Einer. Und 1 Zehner von 3 Zehnern bleiben 2 Zehner.

Rest: 2 Zehner, 4 Einer, 3 Zehntel, 5 Hundertel und 4 Tausendtel; zusammen: 24 Ganze und 354 Tausendtel.

Aufgabe 4. Um wie viel ist die Zahl 543 größer als die Zahl 123,527?

Ausrechnung.

543	=	543,000
123,527	=	123,527
419,473	=	419,473

Man setzt hinter die Vollzahl 543 ein Komma und ergänzt die fehlenden Decimalstellen durch Nullen. Im Uebrigen ist die Ausrechnung der im vorigen Beispiele gleich.

5) 0,5 — 0,2 = 0,3.	10) 365 — 240,36 = 124,64.
6) 0,41 — 0,25 = 0,16.	11) 10 — 9,7861 = 0,2139.
7) 1,04 — 0,36 = 0,68.	12) 96,1 — 13,579 = 82,521.
8) 18,12 — 9,58 = 8,54.	13) 15,8 — 9,187 = 6,613.
9) 30,07 — 27,45 = 2,62.	14) 1 — 0,9876 = 0,0124.

15) Von 25,06 Tagw. Felder werden verkauft: 2,45 Tgw., 3,91 Tgw., 1,01 Tgw. und 5,64 Tgw. Wie viel bleibt übrig?
Antwort: 12,05 Tgw.

16) Ein Faß Tabak hat 3 Ctr. 25,5 Pfd. Bruttogewicht; die Tara = 36,8 Pfd. Wie viel beträgt das Nettogewicht?
Antwort: 2 Ctr. 88,7 Pfd.

17) Von 1375,372 Tgw. Wald werden 58,897 Tgw. abgeholzt; wie viel bleibt stehen? Antwort: 1316,475 Tgw.

18) Von 7852 fl. 36 kr. sind 3496 fl. 45,8 kr. abzuziehen. Wie viel bleibt Rest? Antwort: 4355 fl. 50,2 kr.

Vorübung zum Multipliciren und Dividiren.

I.		II.	
	4,3752		4375,2
	43,752		437,52
	437,52		43,752
	4375,2		4,3752

I. Was geschieht mit einem Decimalbruche, wenn man das Komma a) um eine Stelle, b) um zwei Stellen, c) um drei Stellen weiter rechts setzt?
Wie wird also ein Decimalbruch durch 10 multiplicirt? wie durch 100? durch 1000? ꝛc.

II. Was geschieht mit einem Decimalbruche, wenn man das Komma a) um eine Stelle, b) um zwei Stellen, c) um drei Stellen weiter gegen die Linke rückt?
Wie theilt man also einen Decimalbruch durch 10? durch 100? durch 1000? ꝛc.

5) Decimalbrüche zu multipliciren.

Beispiel 1. Wie viel beträgt das 6fache von 5,7?

Ausrechnung.

5,7	a) 6 mal 7 Zehntel = 42 Zehntel; 42 Zehntel = 4
6	Ganze und 2 Zehntel. Die 2 Zehntel unter die
34,2	7 Zehntel; die 4 Ganzen hinüber zu den Ganzen. —

Decimalzeichen! — 6 mal 5 ist 30; 30 + 4 = 34. Also ist 6 mal 5,7 = 34,2.

b) 5,7 = 57 Zehntel; 6 mal 57 = 342; 6 mal 57 Zehntel = 342 Zehntel. Zehntel werden zu Ganzen, wenn man mit 10 in ihre Anzahl dividirt. Durch 10 wird dividirt, indem man rechts eine Stelle abtrennt. 342 Zehntel = 34,2.

Beispiel 2. Wie viel ist 36 mal 0,075?

Ausrechnung.

```
 0,075
    36
 -----
   450
  225
 -----
 2,700 = 2,7.
```

36 mal 75 = 2700; 36 mal 75 Tausendtel also = 2700 Tausendtel. Um sie in Ganze zu verwandeln, muß man mit 1000 in 2700 theilen. Dieß geschieht dadurch, daß rechts 3 Stellen abgeschnitten werden.

Beispiel 3. Wie viel ist 26, multiplicirt durch 0,18?

Ausrechnung.

```
   26
 0,18
 ----
  208
  26
 ----
 4,68
```

Ich rechne 18 mal 26; 18 mal 26 = 468; $^{18}/_{100}$ mal 26 = 468 Hundertel. Um Ganze zu erhalten, so muß ich 468 durch 100 dividiren. 468, durch 100 dividirt, = 4,68.

Beispiel 4. Wie viel ist 0,7 mal 0,8?

Ausrechnung.

```
 0,8
 0,7
 ----
 0,56
```

7 mal 8 = 56; $^7/_{10} \times {}^8/_{10} = {}^{56}/_{100}$. Mithin ist vor 56 das Komma und vor dasselbe, weil keine Ganzen vorhanden sind, eine Null zu setzen.

Beispiel 5. Wie viel ist 4,8 mal 0,72?

Ausrechnung.

```
  0,72
   4,8
 -----
   576
  288
 -----
 3,456
```

48 mal 72 = 3456.

$48 \text{ mal } \frac{72}{100} = \frac{3456}{100} = 34{,}56.$

$4\,^8/_{10}$ oder $\frac{48}{10} \text{ mal } \frac{72}{100} = \frac{3456}{1000} = 3{,}456.$

Der Multiplikand besteht, da er 2 Decimalstellen enthält, aus 100teln. 100tel durch eine ganze Zahl multiplicirt, gibt wieder 100tel. Darum sind von dem Produkt zunächst 2 Stellen abzuschneiden. Hier aber besteht der Multiplikator nicht aus einer ganzen Zahl, sondern aus 10teln. Mithin ist das Produkt auch nur $^1/_{10}$ mal so groß. 100tel durch 10tel multiplicirt, gibt 1000tel. Darum müssen im Ganzen 2 + 1 = 3 Stellen abgeschnitten werden.

Beispiel 6. Die Zahl 6,348, durch 0,35 multiplicirt, wie viel?

Ausrechnung.

6,348 0,35 31740 19044 2,22180	35 mal 6348 = 222180. $35 \text{ mal } \frac{6348}{1000} = \frac{222180}{1000} = 222,180.$ $\frac{35}{100} \text{ mal } \frac{6348}{1000} = \frac{222180}{100000} = 2,22180 = 2,2218.$

Hier sind von dem Produkte 3 Stellen wegen der 1000tel des Multiplikanden, und 2 Stellen wegen der 100tel des Multiplikators abzuschneiden. Also müssen im Ganzen 3 + 2 = 5 Stellen abgeschnitten werden.

Man multiplicirt demnach die Decimalbrüche als ganze Zahlen, dann aber streicht man von dem Produkt so viele Stellen ab, als die beiden Faktoren Decimalstellen zusammen haben.

Aufgaben.

1) 4 mal 8,4 = 33,6.
2) 6 mal 0,67 = 4,02.
3) 8 mal 9,842 = 78,736.
4) 7 mal 27,5964 = 193,1748.
5) 25 mal 8,32 = 208.
6) 48 mal 0,472 = 22,652.
7) 94 mal 0,086 = 8,084.
8) 126 mal 4,354 = 548,604.
9) 0,4 mal 15 = 6.
10) 0,75 mal 4 = 3.
11) 2,36 mal 45 = 106,2.
12) 72,471 mal 12 = 869,652.
13) 0,4 × 0,9 = 0,36.
14) 0,5 × 0,3 = 0,15.
15) 0,2 × 0,94 = 0,188.
16) 0,8 × 0,75 = 0,6.
17) 3,2 × 4,8 = 15,36.
18) 4,5 × 7,5 = 33,75.
19) 19,7 × 24,6 = 484,62.
20) 124,8 × 6,45 = 804,96.
21) 0,65 × 0,08 = 0,052.
22) 42,19 × 876,25 = 36968,9875.
23) 579,3475 × 0,458 = 265,341155.
24) 78,04795 × 1,3746 = 107,28471207.
25) 0,04152 × 0,02581 = 0,0010716312.
26) Der Umfang eines Kreises ist stets 3,1416 mal so groß, als der Durchmesser desselben. Der Kreisumfang wird also gefunden, wenn man den Durchmesser des Kreises durch obige Zahl multiplicirt. Wie groß ist demnach der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser 12,8 Fuß beträgt? Antw.: 40,21248.
27) Der Durchmesser unserer Erde = 1719 Meilen. Wie groß ist ihr Umfang? Antw.: 5400,4104, nahe 5400 Meilen.

28 Das Gold ist 19,26 mal so schwer als das Wasser. Wie viel wiegt nun ein bayr. Kubikfuß Gold, wenn ein dergl. Kubikfuß Wasser 44,038 bayr. Pfd. schwer ist? (848,17188 Pfd.)

29) Vom Centner Brutto werden 8,3 Pfd. Tara gerechnet. Wie viel macht dieß von 5,85 Ctr. Brutto? (48,555 Pfd.)

30) 1 Pfd. zu 3 fl. 26,5 kr.; wie hoch kommen 12,7 Pfd.? Antwort: 43 fl. 52,45 kr.

31) Für 1 fl. kauft man 3,45 Pfd.; wie viel für 12,6 fl. Antwort: 43,47 Pfd.

6) Decimalbrüche zu dividiren.

a) Der Divisor eine ganze Zahl.

Beispiel 1. Wie oft ist 4 in 147 enthalten, den Bruch des Quotienten in Decimalen ausgedrückt?

Ausrechnung.

```
4 | 147 | 36,75
    12
    --
     27
     24
     --
      30
      28
      --
       20
       20
       --
```

4 liegt in 14 Zehnern 3 zehnermal, Rest 2 Zehner. 2 Zehner + 7 Einer = 27 Einer. 4 liegt in 27 Einern 6 einermal, Rest 3 Einer. Decimalzeichen! 3 Einer = 30 Zehntel; 4 liegt in 30 7mal, in 30 Zehnteln also 7 zehntelmal, Rest 2 Zehntel. 2 Zehntel = 20 Hundertel; 4 liegt in 20 5mal, in 20 Hunderteln also 5 hundertelmal. Also liegt 4 in 147 3 zehnermal, 6 einermal, 7 zehntelmal und 5 hundertelmal; zusammen 36 Ganze und 75 hundertelmal.

Beispiel 2. Wie groß ist $\frac{1}{8}$ von 5, in Decimalen ausgedrückt?

Ausrechnung.

```
8 | 5,0 | 0,625
    48
    --
     20
     16
     --
      40
      40
      --
```

Der 8. Theil von 5 Ganzen = 0 Ganze. Decimalzeichen! — 5 Ganze = 50 Zehntel; der 8. Theil von 50 Zehnteln = 6 Zehntel, Rest 2 Zehntel. — 2 Zehntel = 20 Hundertel; der 8. Theil von 20 Hunderteln = 2 Hundertel, Rest 4 Hundertel. — 4 Hundertel = 40 Tausendtel; der 8. Theil von 40 Tausendteln = 5 Tausendtel. Also rc.

Beispiel 3. Wie viel ist 0,648, dividirt durch 17?

Ausrechnung.

Daß sich Ganze nicht ergeben, ist leicht zu erkennen. Ich setze daher an deren Stelle eine Null und daneben gleich das Komma.

17 | 0,648 | 0,0381 . . .	6 Zehntel durch 17 getheilt = 0 Zehntel. 6 Zehntel + 4 Hundertel = 64 Hundertel. 64 Hundertel, durch 17 getheilt = 3 Hundertel, Rest 13 Hundertel. 13 Hundertel + 8 Tausendtel = 138 Tausendtel. — 138 Tausendtel, durch 17 dividirt, = 8 Tausendtel, Rest 2 Tausendtel.

```
17 | 0,648 | 0,0381 . . .
      51
     ---
     138
     136
     ---
      20
      17
     ---
       3
```

2 Tausendtel = 20 Zehntausendtel; 20 Zehntausendtel, durch 17 getheilt = 1 Zehntausendtel, Rest 3 Zehntausendtel.

Hier gehts nie auf. Dieß wird durch Punkte hinter dem Quotienten angezeigt.

Aufgaben.

1) 4 in 31 = 7,75.
2) 8 in 43 = 5,375.
3) 12 in 105 = 8,75.
4) 40 in 185 = 4,625.
5) 2 in 1 = 0,5.
6) 5 in 4 = 0,8.
7) $^1/_8$ von 7 = 0,875.
8) $^1/_{16}$ von 15 = 0,9375.
9) $^1/_3$ von 2 = 0,666 . . .
10) $^1/_6$ von 5 = 0,833 . . .
11) $^1/_7$ von 27 = 3,857 . . .
12) $^1/_{24}$ von 112 = 4,666 . . .

13) 0,4 : 2 = 0,2.
14) 0,69 : 3 = 0,23.
15) 0,892 : 4 = 0,223.
16) 2,75 : 5 = 0,55.
17) 35,7 : 6 = 5,95.
18) 49,2 : 15 = 3,28.
19) 80,1 : 12 = 6,675.
20) 8,55 : 36 = 0,2375.
21) 7,5 : 48 = 0,15625.
22) 36,48 : 75 = 0,4864.
23) 125,4 : 96 = 1,30625.
24) 745,12 : 124 = 6,009.

b) Der Divisor ein Decimalbruch.

Beispiel 1. Wie oft ist der Bruch 0,75 in 0,97 enthalten?

Ausrechnung.

```
0,75 | 0,97
-----------
  75 | 97 | 1,16
       75
       ---
       120
        75
       ---
       450
       450
```

75 Hundertel sind in 97 Hunderteln so oft enthalten, als 75 Ganze in 97 Ganzen. 75 ist in 97 1,16 mal. Also sind auch 75 Hundertel in 97 Hunderteln 1,16 mal enthalten.

Beispiel 2. 7 Ganze, dividirt durch 0,8, wie viel?

Ausrechnung.

```
0,8 | 7,0
-----------
  8 | 70 | 8,75
      64
      --
       60
       56
       --
        40
        40
        --
```

Um zu finden, wie oft 8 Zehntel in 7 Ganzen enthalten sind; so verwandeln wir diese auch in Zehntel. 7 Ganze = 70 Zehntel. Nun ist die Frage: Wie oft sind 8 Zehntel in 70 Zehnteln? Antwort: So oft, als 8 in 70; 8 liegt in 70 8,75 mal.

Beispiel 3. Wie viel ist 3,672, dividirt durch 0,48?

Ausrechnung.

```
0,480 | 3,672
-------------------
  480 | 3672 | 7,65
        3360
        ----
         3120
         2880
         ----
          2400
          2400
          ----
```

Der Divisor enthält 2 Decimalstellen; er besteht also in Hunderteln. Der Dividend hat deren 3; er besteht aus 3 Ganzen und 672 Tausendteln = 3672 Tausendteln. Um den Divisor auf dieselbe Anzahl Decimalstellen zu bringen, welche der Dividend enthält, d. h. um seine 48 Hundertel auch in Tausendtel zu verwandeln, so darf man ihm nur eine Null beifügen. Dann heißts: 480 Tausendtel sind in 3672 Tausendteln so oft enthalten, als 480 Ganze in 3672 Ganzen. 480 in 3672 = 7,65.

Anmerkung. Bei der Division mit zehntheiligen Brüchen ist eine verschiedene Auffassungsweise möglich.

a) Eine Zahl ist in einer andern so oft enthalten, als sie davon abgezogen werden kann. Sowie aber nur 10tel von 10teln, 100tel von 100teln rc. weggenommen werden können; so können auch nur gleichnamige Theile in einander enthalten sein. Ungleichnamige Decimalbrüche sind also erst auf gleiche Nenner, d. i. auf eine gleiche Anzahl von Decimalstellen zu bringen. Ist dieß geschehen, dann werden — da z. E. $^{12}/_{10}$ in $^{36}/_{10}$, $^{12}/_{100}$ in $^{36}/_{100}$, $^{12}/_{1000}$ in $^{36}/_{1000}$ gerade so oft enthalten sind als 12 in 36 — Divisor und Dividend als ganze Zahlen angesehen.

b) Eine Zahl ist in einer andern so oft enthalten, als das Mehrfache der einen Zahl in dem Ebensovielfachen der andern. Dieß gibt ein Mittel an die Hand, die Brüche der gegebenen Zahlen wegzuschaffen. Ist z. B. mit 0,48 in 3,672 zu dividiren, so erheben wir beide Zahlen auf das Sovielfache, als der größere der Nenner sagt, hier auf das 1000fache. Die Zahl 3,672 wird 1000mal so groß, wenn man das Komma um 3 Stellen gegen die Rechte rückt, mithin es ganz entfernt. Um auch 0,48 tausendmal so groß zu machen, so ist nicht nur das Komma zu entfernen, wodurch diese Zahl auf ihr 100faches erhoben wird; sondern es ist

auch noch eine Null hinzu zu fügen. Man dividirt dann also mit dem 1000fachen von 0,48, d. i. mit 480, in das 1000fache von 3,672, d. i. in 3672.

c) Ich betrachte Divisor und Dividend, so wie sie sind, als ganze Zahlen und vollziehe ohne Weiteres die Division. Dann bringe ich den Quotienten auf seine wahre Größe. Mit 48 in 3672 dividirt, gibt 76,5. 48 ist das 100fache von $^{48}/_{100}$, und 3672 ist das 1000fache von $^{3672}/_{1000}$. Dividire ich mit dem 100fachen in das 100fache, oder mit dem 1000fachen in das 1000fache, so entspringt sogleich der richtige Quotient. Theile ich aber mit dem 100fachen des gegebenen Divisors in das 1000fache des gegebenen Dividenden; so ist der Dividend und in Folge dessen auch der Quotient 10 mal so groß. Mithin ist dieser wieder auf $^1/_{10}$ seiner Größe zurückzuführen. Das geschieht, wenn man das Komma um 1 Stelle gegen die Linke rückt. $^1/_{10}$ von 76,5 = 7,65.

Entweder man richtet also Divisor und Dividend zuerst so ein, daß sich gleich der richtige Quotient ergibt; oder man sieht, wie bei dem Multipliciren, die gegebenen Zahlen ohne Weiteres als ganze an, und ermittelt dann aus der Geltung derselben den Platz des Komma bei dem Quotienten.

Für die Volksschule dürfte wohl das zuerst bezeichnete Verfahren das geeignetere sein. Hiernach gilt folgende einfache Regel: Bringe Divisor und Dividend, wenn sie nicht schon gleiche Nenner haben, auf eine gleiche Anzahl Decimalstellen und dividire dann wie mit ganzen Zahlen.

Aufgaben.

25) 0,2 in 0,4 = 2 mal.
26) 0,03 in 0,09 = 3.
27) 0,25 in 0,85 = 3,4.
28) 0,428 in 0,963 = 2,25.
29) 0,8 in 4,3 = 5,375.
30) 3,6 in 0,9 = 0,25.
31) 0,48 in 29,97 = 4,625.
32) 0,5 in 6 = 12 mal.
33) 0,24 in 45 = 187,5.
34) 3,2 in 48 = 15.
35) 9,56 in 239 = 25.
36) 4 in 5,2 = 1,3.
37) 6 in 7,48 = 1,2466 . . .
38) 12 in 18,72 = 1,56.

39) 0,2 in 0,06 = 0,3.
40) 0,08 in 0,5 = 6,25.
41) 3,4 in 6,84 = 2,0117 . . .
42) 5,352 in 85,4 = 15,945 . . .
43) 9,08 in 35,782 = 3,941 . . .
44) 16,2 in 37,58 = 2,31975.
45) 32,145 in 240,81 = 7,4916.

46) Der Durchmesser eines Kreises und die Zahl 3,1416 mit einander multiplicirt, geben den Kreisumfang. Ist also der Umfang eines Kreises gegeben, so wird der Durchmesser gefunden, indem man mit jener Zahl in den Umfang dividirt. — Der Umfang eines Kreises sei = 40,21248 Fuß. Wie groß ist der Durchmesser desselben? Antwort: 12,8 Fuß.

47) Der Umkreis der Erde ist 5400 Meilen. Wie groß ist ihr Durchmesser? Antwort: 1718,869 (fast 1719) Meilen.

48) Ein Wald von 127,36 Tgw. soll in 15 gleiche Theile getheilt werden, wie viel kommt auf jeden Theil? Antw.: 8,49 Tgw.

49) Ein bayer. Metzen = 1,49 Kubikfuß. Wie viele Scheffel wird ein Getreidekasten von 375,4 Kubikfuß fassen?
Antwort: 41 Schff. 5,9 Metz.

50) Ein bayer. Eimer = 2,75 Kubikfuß. Wie viele Eimer hält ein Faß, das sich auf 50,912 Kubikfuß berechnet? (18,5 Eimer.)

7) Gemeine Brüche in Decimalbrüche zu verwandeln.

Beispiel 1. $^7/_8 = ?$

Auflösung: Den Bruch $^7/_8$ in einen Decimalbruch verwandeln, heißt: suchen, wie viel derselbe in 10teln, 100teln und 1000teln beträgt. $^7/_8$ lassen sich als 7 mal der 8. Theil von 1, sowie als einmal der 8. Theil von 7 betrachten. Hier ist die letztere Vorstellung festzuhalten. Wir suchen also den 8. Theil von 7 und drücken diesen Theil in Decimalen aus.

```
8 | 7,0 | 0,875
    64
    --
     60
     56
     --
      40
      40
      --
```

Der 8. Theil von 7 Ganzen = 0 Ganze. Decimalzeichen! — 7 Ganze 70 Zehntel; der 8. Theil von 70 Zehnteln = 8 Zehntel, Rest 6 Zehntel. — 6 Zehntel = 60 Hundertel; der 8. Theil von 60 Hunderteln = 7 Hundertel, Rest 4 Hundertel. — 4 Hundertel = 40 Tausendtel; der 8. Theil von 40 Tausendteln = 5 Tausendtel. Also ist der Bruch $^7/_8$ oder der 8. Theil von 7 = 0,875.

Beispiel 2. $^{20}/_{21} = ?$

Ausführung.

```
21 | 20,0 | 0,95238 . . .
     189
     ---
      110
      105
      ---
        50
        42
        --
         80
         63
         --
         170
         168
         ---
           2
```

$^{20}/_{21}$ = 20, getheilt durch 21; 20 durch 21 getheilt, gibt 0 Ganze und 95238 Hunderttausendtel; 2 Hunderttausendtel bleiben im Reste. Der 21. Theil hiervon ist so gering, daß er für nichts zu achten ist.

Bei der Verwandlung der gewöhnlichen Brüche in Decimalbrüche geht also die Division des Nenners in den Zähler entweder auf, oder es bleibt ein Rest. Im ersten Falle ist der erhaltene Decimalbruch dem verwandelten gemeinen Bruche an Geltung vollkommen gleich, im andern Falle nicht. Je weiter man aber hier die Division fortführt, desto mehr nähert sich der entstehende Decimalbruch dem gemeinen.

Um einen mehrstelligen Decimalbruch abzukürzen, d. h. auf eine geringere Anzahl Decimalstellen zurückzuführen, so wird die Endziffer desselben, wenn sie kleiner ist als 5, weggeworfen; ist sie aber größer als 5, so wird sie zwar auch weggelassen, dafür jedoch die nächststehende Ziffer um 1 vermehrt. Z. B. 0,63, abgekürzt: 0,6; 0,68, abgekürzt: 0,7; 0,95238, abgekürzt: 0,9524, oder: 0,952, oder: 0,95.

Aufgaben.

1) $^1/_2 = 0,5$.	5) $^{13}/_{20} = 0,65$.	9) $^4/_9 = 0,444\ldots$
2) $^3/_4 = 0,75$.	6) $^{87}/_{125} = 0,696$.	10) $^7/_{12} = 0,583\ldots$
3) $^4/_5 = 0,8$.	7) $^{43}/_{60} = 0,716\ldots$	11) $^{14}/_{15} = 0,933\ldots$
4) $^5/_8 = 0,625$.	8) $^{77}/_{200} = 0,385$.	12) $^2/_3 = 0,666\ldots$

13) $^{17}/_{36} = 0,47222\ldots$	15) $^{134}/_{150} = 0,89333\ldots$
14) $^{31}/_{75} = 0,41333\ldots$	16) $^{157}/_{360} = 0,43611\ldots$

8) Benannte Decimalbrüche zu resolviren.

Beispiel: 0,745 Gulden, wie viele Kreuzer und Pfennige?

Auflösung: Gleichwie wir vorhin $^7/_8$ als 7, getheilt durch 8, auffaßten; so denken wir uns jetzt den Bruch $^{745}/_{1000}$ Gulden als 745 ganze Gulden, getheilt durch 1000. Es ist daher zu suchen, wie viel der 1000. Theil von 745 Gulden in Kreuzern und Pfennigen beträgt.

```
0,745 fl.  = 44 kr. 2,8 pf., nahe 44 kr. 3 pf.
   60
-----------
 44|700 kr.
       4
-----------
  2|800 pf.
```

Der 1000. Theil von 745 fl. ist kein ganzer Gulden. Ich verwandle sie daher in Kreuzer 745 fl. = 44700 kr. Der 1000. Theil von 44700 kr. = 44 kr., Rest 700 kr.; 700 kr. = 2800 pf.; der 1000. Theil von 2800 pf. = 2,800 pf. — Brüche unter $^1/_2$ werden weggeworfen; Brüche an Werth $^1/_2$ oder darüber werden für ein Ganzes gerechnet. Die 800 Tausendtel- oder 8 Zehntelpfennige sind demnach als 1 ganzer Pfennig anzusehen.

Aufgaben.

1) 0,375 fl. = 22 kr. 2 pf.

2) 4,74 Thlr. = 4 Thlr. 22 Gr. 2,4 Pfg.

3) 0,456 Ctr. = 45 Pfd. 19 Loth 0,8 Qt.

4) 2,85 Pfd. = 2 Pfd. 27 Lth. 0,8 Qt.

5) 4,58 Fdr. = 4 Fdr. 6 Eim. 61,44 Ms.

6) 8,24 Schff. = 8 Schff. 1 Mtz. 7,04 Ms.

7) 19,765 Jahre = 19 Jahre 279 Tg. 5,4 Std.

8) 6,25 Ries = 6 Ries 5 Buch.

9) 15,63 Wochen = 15 Wochen 4 Tg. 9,84 Std.

9) Regeldetriaufgaben mit Decimalbrüchen.

Beispiel 1. Für 45 fl. erhält man 2 Ctr. 12,3 Pfd.; wie viel für 13 fl.?

Zweisatz.

45 fl.	212,3 Pfd.
13 fl.	?

45 fl.		212,3 Pfd.
1 „	45	
13 „		13
	10	2123

Dreisatz.

45 fl.	2 Ctr. 12,3 Pfd.	× 13 fl.
× 10	100	
450	212,3 Pfd.	
	13	
	6360	
	2123	
450	27599 Pfd.	61 Pfd. 10,59 Lth

Die 212,3 Pfd. = 2123 Zehntel-Pfund. Ich betrachte sie als eben so viele ganze Pfund. Dadurch wird aber der Dividend 10 mal so groß. Um gleichwohl das richtige Facit zu erhalten, so erhebe ich auch den Divisor auf das 10fache seines Werthes.

Beispiel 2. 12,8 Ellen zu 25 fl.; was kosten 7,64 Ell.?

Zweisatz.

12,8 Ellen	25 fl.
7,64 Ell.	?

12,8 Ell.		25 fl.
0,1 „	128	
0,01 „	10	
7,64 „		764

Der Rechner schließt:
$12^8/_{10}$ oder $^{128}/_{10}$ Ellen kosten 25 fl.;
$^1/_{10}$ Elle kostet den 128. Theil;
$^1/_{100}$ Elle wieder den 10. Theil;
$7^{64}/_{100}$ oder $^{764}/_{100}$ Ellen aber kosten 764 mal so viel als diese.

Facit: 14 fl. 55 kr. $1^1/_4$ pf.

Dreisatz.

12,80 Ellen	25 fl.		7,64 Ellen
1280	25 fl.	×	764

$12,8 = 12^8/_{10} = {}^{128}/_{10}$; $7,64 = 7^{64}/_{100} = {}^{764}/_{100}$. Um beide Glieder auf gleiche Theile zu bringen, so verwandle ich die $^{128}/_{10}$ auch in 100tel. Dieß geschieht, indem ich den 12,8 Ellen eine

Null beifüge. Dann heißts: 1280 Hundertel-Ellen zu 25 fl.; was kosten 764 Hundertel-Ellen? Die kosten 764 mal 25 fl., getheilt durch 1280.

Aufgaben.

1) 5 Ellen zu 4 fl. 48,7 kr.; was kosten 3 Ellen davon? Antwort: 2 fl. 53,22 kr.

2) 8,4 Pfd. kosten 42 fl.; was thun 5,36 Pfd. (26 fl. 48 kr.)

3) Ein Taglöhner verdient in 8 Tagen 3,56 fl.; wie viel in 15 Tg.? Antwort: 6 fl. 40 kr. 2 pf.

4) Die Elle 2,4 Ellen breites Tuch zu 4 fl. 30 kr.; was kostet ein Tuch von gleicher Qualität, 1,8 Ellen breit? (3 fl. 22,5 kr.)

5) Von 3 Ctr. 45,5 Pfd. betragen die Versendungskosten 5 fl. 48 kr.; wie viel kommt davon auf 70,8 Pfd.? Antw.: 1 fl. 11,3 kr.

6) Das Gewicht des reinen Wassers = 1. Ein Stück gehämmertes Gold ist 19,26 mal so schwer als eine Masse Wasser von demselben Umfang. Man sagt daher, das specifische Gewicht des Goldes sei 19,26. — Wenn nun eine Kugel von Gold 14 Pfd. schwer ist; um wie viel ist sie auszuhöhlen, damit sie im Wasser schwimme? Antwort: 13 Pfd. 8 Lth. 2,9 Qt.

Auflösung: Wenn die Kugel im Wasser schwimmen soll, so darf sie nicht mehr wiegen, als das Wasser, das sie aus seinem Platze verdrängt; ihr Gewicht darf nur = 1 sein. Von 19,26 Gewichtstheilen müssen also 19,26 — 1 = 18,26 Theile weggenommen werden. Die Aufgabe heißt demnach: Von 19,26 Theilen der Kugel müssen 18,26 Theile weggenommen werden; wie viel macht das von 14 Pfd.?

7) Das specifische Gewicht des gegossenen Eisens = 7,21. Um wie viel ist eine eiserne Kugel von 10 Pfd. Gewicht auszuhöhlen, wenn sie im Wasser schwimmen soll? Antw.: 8,61 Pfd.

8) Das specifische Gewicht des Bleies = 11,35. Wie viel wiegt eine Bleikugel von 4 Pfd. unter dem Wasser?

Auflösung: Jeder feste Körper verliert unter dem Wasser so viel von seinem Gewichte, als das Gewicht des Wassers beträgt, dessen Raum er einnimmt. Da dieß = 1, so ist 11,35 unter dem Wasser = 11,35 — 1 = 10,35. Mithin ist die Aufgabe die: 11,35 Gewichtstheile außerhalb des Wassers machen 10,35 in dem Wasser; wie viel wiegt eine Bleikugel unter dem Wasser, die ober demselben 4 Pfd. schwer ist?

Antwort: 3 Pfd. 20 Lth. 2,1 Qt.

9) Wie viel wiegt ein Mann im Wasser, der außerhalb desselben 125 Pfd. schwer ist; wenn das specifische Gewicht des Menschen zu 1,1 angenommen wird?

Antwort: 11,3636 . . . Pfd.; nahe 11 Pfd. 11 Lth. 2,5 Qt.

Zusatz.

Eine in Bayern im zweiten Viertel dieses Jahrhunderts durchgeführte sehr vortreffliche Einrichtung ist die Art und Weise, wie die Grundsteuer berechnet wird. Dieselbe ist nämlich nicht nur von der Größe eines Grundstückes, sondern zugleich auch von dessen Bodengüte abhängig gemacht. Deßhalb wurde das ganze Land in allen seinen einzelnen Parzellen neu vermessen und die Bodengüte der einzelnen Lagen möglichst genau bestimmt.

Als Grundeinheit des Maßes ist das bayerische Tagwerk angenommen. Dasselbe ist 40000 Quadratfuß groß, und ist in allen Regierungsbezirken (mit Ausnahme von Unterfranken) in 100 Theile eingetheilt, welche kurzweg Decimale heißen. Unter einem Decimale versteht man also $^1/_{100}$ Tagwerk.

2 Tagwerke 45 Decimale also = 2,45 Tagwerk; 68 Decimale = 0,68 Tagwerk; 9 Decimale = 0,09 Tagw.

Ein solches Decimal = 400 Quadratfuß, das ist eine Fläche, 20 Fuß lang und breit, oder 40 Fuß lang und 10 Fuß breit.

In Unterfranken, wo schon eine größere Zertheilung der Grundstücke Platz gegriffen, ist das Tagwerk in 1000 Theile eingetheilt. Diese Theile heißen gleichfalls Decimale. Hier hat man sich also unter einem Decimal $^1/_{1000}$ von einem Tagw. vorzustellen.

2 Tagw. 375 Decim. also = 2,375 Tagw.; 865 Decim. = 0,865 Tagw.; 70 Decim. = 0,070 Tgw.; 9 Dec. = 0,009 Tgw.

Ein Decimal dieser Art = 40 Quadratfuß, das ist eine Fläche von 10 Fuß Länge und 4 Fuß Breite.

Hinsichtlich der Bodengüte (Bonität) sind die einzelnen Grundstücke in Klassen gebracht, welche durch Ziffern bezeichnet werden. Je besser der Boden eines Feldes, desto höher seine Klassenziffer. Ein Grundstück mit der Klassenziffer 16 ist von doppelter Bodengüte als ein anderes mit der Klassenziffer 8.

Denken wir uns nun drei Acker mit **A**, **B**, **C** bezeichnet.

A sei 2 Tagwerk groß und habe die Bodenklasse 8.
B sei 2 Tagwerk groß und habe die Bodenklasse 16.
C sei 4 " " " " " " 16.

Die Aecker **A** und **B** sind von gleicher Größe; jeder derselben ist 2 Tagw. groß. Hinsichtlich ihrer Bodengüte aber sind sie verschieden. Die Bodenklasse des **B** ist 2 mal so hoch als die des **A**; **B** wird daher, unter gleichen übrigen Umständen, 2 mal so viel ertragen als der Acker **A**.

Die Aecker **B** und **C** haben gleiche Bodengüte; beide liegen in der 16. Bonitätsklasse. **C** ist jedoch 2 mal so groß als **B**. Der Ertrag und dadurch auch der Werth des **C** besteht daher in dem Doppelten von dem des **B**, folglich in dem Vierfachen von dem des **A**.

Dieß Ertrags- und Werthsverhältniß der drei Grundstücke zu einander wird auf das Genaueste durch das Produkt aus der Flächengröße und der Klassenziffer ausgedrückt. Dasselbe ist

von **A** = 2 × 8 = **16**.
von **B** = 2 × 16 = **32** (= 2 mal 16.)
von **C** = 4 × 16 = **64** (= 2 mal 32 = 4 mal 16).

Darum heißt man die Zahlen 16, 32 und 64 „Verhältnißzahlen". Aus ihnen berechnet sich die Steuer. Die einfache Steuer — das Steuer-simplum — ist von **A** = 16 kr., von **B** = 32 kr., von **C** = 64 kr.

Wie vielmal die einfache Steuer jährlich zu erheben ist, wird durch die Staatsregierung mit Zuziehung der Stände des Reichs von 6 zu 6 Jahren bestimmt. Werden z. B. 2,8 Simpla gezahlt, so ist die Jahressteuer

von **A** = 16 × 2,8 = 44,8 kr. = 44 kr. 6,4 hlr. = 44 kr. 6 hlr.
von **B** = 32 × 2,8 = 89,6 kr. = 89 kr. 4,8 hlr. = 89 kr. 5 hlr.
von **C** = 64 × 2,8 = 179,2 kr. = 179 kr. 1,6 hlr. = 179 kr. 2 hlr.

Der Lehrer nehme hierauf einige Steuerkataster-Auszüge, welche jeder bayerische Unterthan für seinen Grundbesitz in Händen hat, ausführlich mit den Schülern durch, damit sie solche in ihrer Einrichtung kennen und die Vortrefflichkeit derselben würdigen lernen. Dann zeichne er Folgendes mit Weglassung der Verhältnißzahl und Steuer an die Wandtafel und gebe den Schülern auf, die hiefür leer gelassenen Rubriken auszufüllen.

Pl.-Nr.	Bezeichnung des steuerbaren Objekts.	Tagw.	Decim.	Bonitäts-Klasse	Verhältnißzahl	Einfache Steuergröße		
						fl.	kr.	hlr.
725	Hausleiten . . .	2	74	14	38,4	—	38	3
836	Morgarten . . .	0	96	13	12,5	—	12	4
1235	Eggerten	3	25	15	48,8	—	48	6
894	Siegesthal . . .	1	08	12	13,0	—	13	—
456	Langenlohe . . .	4	79	17	81,4	1	21	3
579	Breitenfeld . . .	8	42	16	134,7	2	14	6
	Summe	21	24	—	328,8	5	28	6

Die Jahressteuer hiervon = 328,8 kr. × 2,8 = 920,64 kr. Die $^4/_{100}$ werden weggeworfen. 920,6 kr. = 15 fl 20 kr. 5 hlr.

Für Unterfranken.

Pl.-Nr.	Bezeichnung des steuerbaren Objekts.	Tagw.	Decim.	Bonitäts-Klasse	Verhältnißzahl	Einfache Steuergröße		
						fl.	kr.	hlr.
725	Hausleiten . . .	2	745	14	38,4	—	38	3
836	Morgarten . . .	0	964	13	12,5	—	12	4
1257	Eggerten	3	257	15	48,9	—	48	7
894	Siegesthal . . .	1	082	12	13,0	—	13	—
476	Langenlohe	4	798	17	81,6	1	21	5
579	Breitenfeld . . .	8	420	16	134,7	2	14	6
	Summe	21	266	—	329,1	5	29	1

Die Jahressteuer = 329,1 kr. × 2,8 = 921,48 kr. = 921,5 kr. = 15 fl. 21 kr. 4 hlr.

B. Raum-Rechnung.

Vorbemerkung. Wir bringen die Raumrechnung erst ganz zuletzt zur Sprache. Sie ist jedoch ihrem Wesen nach geeignet, schon viel früher Gegenstand des Unterrichts zu sein. Sowie man die Zeitrechnung nach der Addition und Subtraktion mit angewandten Zahlen einzuschalten pflegt; so läßt sich auch ein Theil der Raumlehre unmittelbar nach der Multiplikation und Division mit benannten ganzen und später nach denselben Grundrechnungsarten mit gebrochenen Zahlen behandeln. Am Ende kann dann Alles nochmal im Zusammenhange und erweitert vorgenommen werden. So kann nicht nur, so sollte auch geschehen. Es gehört dieß zur allseitigen Anschauung und Anwendung der Zahl. Daß wir aber den Stoff nicht gleich in dieser Weise vertheilt, geschah, um Wiederholungen zu vermeiden und weil es ein Leichtes ist, von den nun folgenden Uebungen diejenigen auszuwählen, welche der Fassungskraft einer niederen Schülerklasse entsprechen.

Da sich nur aus der klaren Anschauung der äußeren Dinge klare Begriffe in uns erzeugen, und nur klare Begriffe ein klares Denken möglich machen, die Raumlehre aber ganz besonders geeignet ist, das Anschauungsvermögen auszubilden: so springt die Wichtigkeit derselben in die Augen. Auch für das praktische Leben ist sie von großem Werthe. Der Unterricht in der Raumrechnung wird jedoch nur dann recht fruchtbar sein, wenn er wirklich anschaulich betrieben wird. Die Anschaulichkeit desselben besteht aber darin, daß man dem Schüler die verschiedenen Längen-, Flächen- und Körpermaße in ihrer wahren Größe und nach ihrer doppelten Eintheilung zur Betrachtung und Vergleichung vorführt, damit er eine deutliche Vorstellung davon gewinne; daß man Dinge in der nächsten Umgebung, als: Tische, Bänke, Wand- und Schiefertafeln, Schulzimmer, Schulhaus, Gärten rc.

messen und berechnen läßt; daß andere Gegenstände endlich theils im verkleinerten Maßstabe an die Wandtafel gezeichnet, theils bloß innerlich angeschaut und dabei eben so behandelt werden, als ob sie körperlich gegenwärtig seien.

A. Längenberechnung.

a) Die Längenmaße und ihre Eintheilung.

Um die Länge eines Weges, die Höhe eines Baumes, die Länge und Breite eines Brettes, die Länge, Breite und Höhe eines Zimmers 2c. zu bestimmen; so müssen besagte Gegenstände nach diesen Richtungen hin gemessen werden. Dieß geschieht in gerader Linie und durch Maße von bestimmter und bekannter Länge.

Die gebräuchlichen Längenmaße sind: Die Ruthe (= °), der Fuß (= ′), der Zoll (= ″) und die Linie (= ‴).

Die Grundeinheit dieser Maße ist, in Bayern wenigstens, der Fuß. Derselbe wird zweifach eingetheilt: in 10 und in 12 Zoll; der Zoll wieder zweifach: in 10 und in 12 Linien.

Wird der Fuß in 10 Zoll und der Zoll in 10 Linien eingetheilt, so werden auch 10 Fuß auf 1 Ruthe gerechnet. Im andern Falle kommen 12 Fuß auf die Ruthe. Es gibt also eine zehn= und eine zwölftheilige Eintheilung.

Die 10theilige oder Decimaleintheilung:	Die 12theilige od. Duodecimaleintheilung:
1° = 10′ = 100″ = 1000‴	1° = 12′ = 144″ = 1728‴
1′ = 10″ = 100‴	1′ = 12″ = 144‴
1″ = 10‴	1″ = 12‴

b) Verwandlung der Längenmaße.

Beispiel 1. 8 Rth. 5 Fuß 9 Zoll 11 Linien zwölftheiligen Maßes, wie viel Fuß, Zoll, Linien?

Berechnung.

```
8 Rth. 5 Fß. 9 Zoll 11 Lin.
12
------
101 ′
12
------
211
101
------
1221 ″
12
------
2453
1221
------
14663 ‴
```

a) 1° = 12′; 8° = 8mal 12′; 8mal 12′ = 96′; 96′ + 5′ = 101′.

b) 1′ = 12″; 101′ = 101mal 12 oder 12mal 101″; 12mal 101″ + 9″ = 1221″.

c) 1″ = 12‴; 1221″ = 1221mal 12 oder 12mal 1221‴; 12mal 1221‴ + 11‴ = 14663‴

Also sind 8° 5′ 9″ 11‴ = 101′ 9″ 11‴,
= 1221″ 11‴
= 14663‴.

Beispiel 2. 9753 Linien zwölftheiligen Maßes, wie viele Zoll, Fuß, Ruthen? Berechnung.

```
                12         12
12 | 9753  |  812  |  67  |  5 Ruthen
     96       72       60
     ---      ---      ---
      15       92       7 Fuß
      12       84
     ---      ---
       33       8 Zoll
       24
     ---
      9 Linien
```

Also sind $9753''' = 812''\ 9''' = 67'\ 8''\ 9''' = 5^\circ\ 7'\ 8''\ 9'''$.

Beispiel 3. 5 Rth. 3 Fuß 4 Zoll 6 Linien zehnth. Maßes sind wie viel Fuß, Zoll, Linien?

Berechnung.

```
5 Rth. 3 Fuß 4 Zoll 6 Linien
10
----
53 '       1° = 10'; 5° = 5 mal 10'; 5 × 10 + 3 = 53'.
 10
----
534 ''     1' = 10''; 53' = 53 mal 10''; 53 × 10 + 4 = 534''.
  10
----
5346 '''   1'' = 10'''; 534'' = 534 mal 10'''; 534 × 10 + 6 = 5346'''.
```

Kürzer:

$5^\circ\ 3' = 50' + 3' = 53'$; $53' + 4'' = 530'' + 4'' = 534''$; $534'' + 6''' = 5340''' + 6''' = 5346'''$. Also sind $5^\circ\ 3'\ 4''\ 6''' = 5346'''$.

Beispiel 4. 8765 Linien zehntheiligen Maßes, wie viele Zoll, Fuß, Ruthen? Berechnung.

```
                10         10
10 | 8765  |  876  |  87  |  8 Ruthen
     80       80       80
     ---      ---      ---
      76       76       7 Fuß
      70       70
     ---      ---
       65       6 Zoll
       60
     ---
      5 Linien
```

Kürzer:

$8765''' = 876''\ 5''' = 87'\ 6''\ 5''' = 8^\circ\ 7'\ 6''\ 5'''$.

Aufgaben.

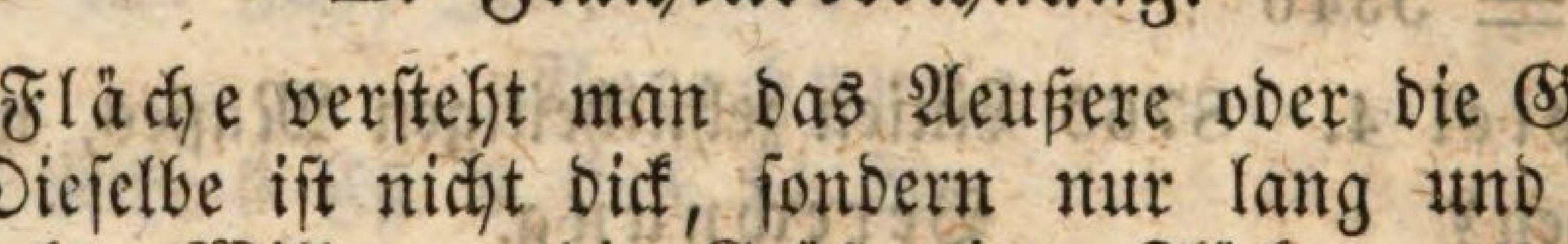
1) 3 Rth. 4 Fuß 8 Zoll zehnth. M., wie viel Zoll?
2) 9 Fß. 7 Zll. 4 Linien 10theil. M., wie viel Linien?
3) 5 Rth. 6 Fß. 3 Zll. 12theil. M., wie viel Zoll?
4) 8 Fß. 2 Zoll 10 Lin. 12theil. M., wie viel Linien?
5) 3472 Zoll Decimalmaßes, wie viel Ruthen ꝛc.?
6) 3472 Zoll Duodecimalmaßes, wie viel Rth. ꝛc.?
7) 75931 Linien 10th. M., wie viel Zoll, Fß., Rth.?
8) 75931 Linien 12th. M., wie viel Zoll, Fß., Rth.?
9) Wie oft sind 2 Fß. 8 Zoll in 356 Rth. zehntheiligen Maßes enthalten? Antwort: $1271\,^3/_7$ mal.
10) Der Durchmesser eines Wagenrades = 5′ 3″ (12theil. M.). Wie oft dreht sich dasselbe auf einem 3 Std. langen Wege um seine Achse? (1 Std. = 12000′, und der Umfang eines Rades ist 3,1416 mal so groß als der Durchmesser desselben.)
Antwort: $2182\,^{6334}/_{9163}$.

Hierauf lasse man durch Schüler mittelst eines Maßstabes den Umfang einzelner in der Schule befindlicher Gegenstände messen. Dabei wird sich Folgendes ergeben.

Hat eine Fläche lauter gleiche Seiten, so braucht bloß eine derselben gemessen zu werden; die Länge einer Seite, mit der Anzahl der Seiten multiplicirt, gibt den ganzen Umfang. Sind bei einem Vierecke nur die zwei einander gegenüberstehenden Seiten von gleicher Länge, so hat man zwei Seiten von verschiedener Länge zu messen; der ganze Umfang ist dann zweimal so groß als beide zusammen genommen. Ist keine Seite der andern gleich, so müssen sie alle gemessen und die Ergebnisse durch Addition vereinigt werden.

B. Flächenberechnung.

Unter Fläche versteht man das Aeußere oder die Gränze eines Körpers. Dieselbe ist nicht dick, sondern nur lang und breit, oder lang und hoch. Will man die Größe einer Fläche genau bestimmen, so muß man suchen, wie vielmal so groß sie ist, als eine andere Fläche von bekannter Größe. Daher können als Maße für die Flächen nur wieder Flächen genommen werden. Als solche dienen die Quadrate, d. i. Flächen, welche von 4 gleichen Seiten eingeschlossen sind und 4 gleiche Winkel haben.



Welche von diesen 3 Figuren ist ein Quadrat? Warum?
Welche derselben sind keine Quadrate? Warum?
Zeichnet auf eure Schiefertafeln Quadrate von verschiedener Größe!

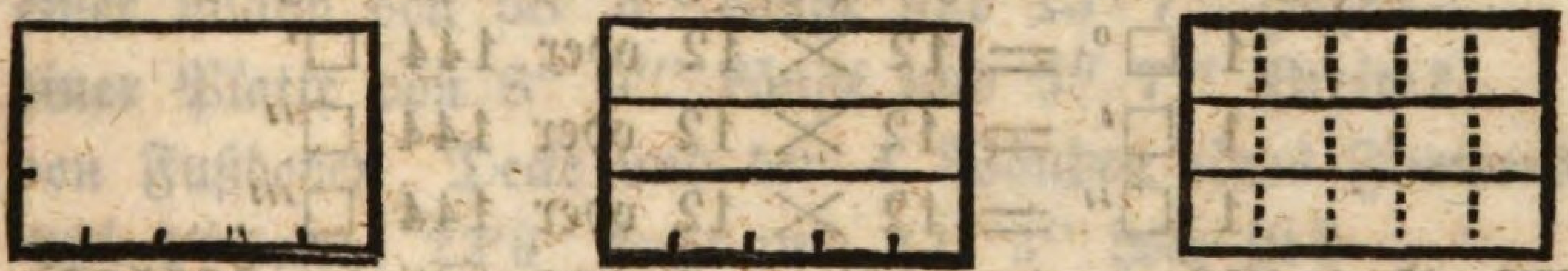
Da die Quadrate (hinsichtlich ihrer Größe) von unendlicher Verschiedenheit sein können; so sind diejenigen derselben, welche als Flächenmaße dienen sollen, näher zu bestimmen. Es sind dieß solche, deren eine (also jede) Seite genau eine Ruthe, oder einen Fuß, oder einen Zoll, oder eine Linie lang ist. Beträgt eine Seite des Quadrates 1 Ruthe, so ist es eine Quadratruthe; beträgt sie 1 Fuß, so ist es ein Quadratfuß u. s. f.

Was ist also eine Quadratruthe? ein □Fuß? eine □Meile? 2c.

Zeichne an die Wandtafel einen Quadratfuß! an die Wand eine Quadratruthe! auf die Schiefertafel einen Quadratzoll! eine Quadratlinie! (Die 3 letzteren nach dem zehn- und zwölftheiligen Maße, vorausgesetzt, daß wenigstens einzelne Schüler einen doppelt eingetheilten Maßstab in Händen haben.)

Will man den Inhalt einer Fläche finden, so wendet man beim Messen derselben nicht die Quadratmaße selbst an, sondern man sucht mittelst der Längenmaße wie lang und breit sie ist. Aus der gefundenen Länge und Breite wird dann der Flächen- oder Quadratinhalt berechnet. Wie dieß geschieht, läßt sich aus der Anschauung erkennen. Ist z. B. eine Fläche, wie Figur **A** im verkleinerten Maßstab zeigt,

A **B** **C**



5 Fuß lang und 3 Fuß breit; so denkt man sich zuerst (wie bei **B**) in die Länge von Fuß zu Fuß gerade Linien gezogen. Dadurch entstehen so viele Streifen, als die Fläche Fuß breit ist, nämlich 3. Nun denkt man sich auch in die Breite (wie bei **C**) von Fuß zu Fuß gerade Linien gezogen. Hierdurch bildet sich aus jedem Streifen eine Reihe von so viel Quadratfuß, als die Fläche Fuß lang ist, nämlich 5. Mithin ist dieselbe 3 × 5 oder 15 □ Fuß groß.

Anm. Die Zahl, welche die Breite angibt, bezeichnet auch die Anzahl der Reihen, und die Zahl, welche die Länge bezeichnet, sagt zugleich, wie viele Quadrate jede Reihe enthält. Darum geben Länge und Breite, miteinander multiplicirt, den Quadratinhalt der Fläche. — Bei folgenden Fällen unterlasse man nicht, die Aufgabe und deren Lösung durch Figuren anschaulich zu machen.

1) Berechnung der Quadrate.

Aufgabe 1. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Quadrats, dessen Seite **a)** 2 Zoll, **b)** 3 Zoll, **c)** 4 Zoll 2c. lang ist?

Auflösung: **a)** Ein Quadrat, dessen Seite 2 Zoll lang ist, ist eine Fläche von 2 Zoll Länge und 2 Zoll Breite. Dasselbe enthält also 2 Reihen von je 2 □ Zoll und ist daher 2 × 2 oder 4 □ Zoll groß.

b) Ein Quadrat, dessen Seite 3 Zoll mißt, gibt 3 Reihen von je 3 □ Zoll, ist also 3 × 3 oder 9 □ Zoll groß. Und so fort.

Anm. Da bei dem Quadrate Länge und Breite einander gleich sind, so kann man auch sagen, daß die Größe derselben gefunden werde, wenn man eine seiner Seiten mit sich selbst multiplicirt.

Aufgabe 2. Verwandle eine □ Ruthe in □ Fuß, einen □ Fuß in □ Zoll, einen □ Zoll in □ Linien, nach dem 10- und zwölftheiligen Maße!

Auflösung.

a) Nach der zehntheiligen Eintheilung ist

1 □° = 10 × 10 oder 100 □′
1 □′ = 10 × 10 oder 100 □″
1 □″ = 10 × 10 oder 100 □‴.

Also ist 1 □° = 100 □′ = 10000 □″ = 1000000 □‴
1 □′ = 100 □″ = 10000 □‴
1 □″ = 100 □‴.

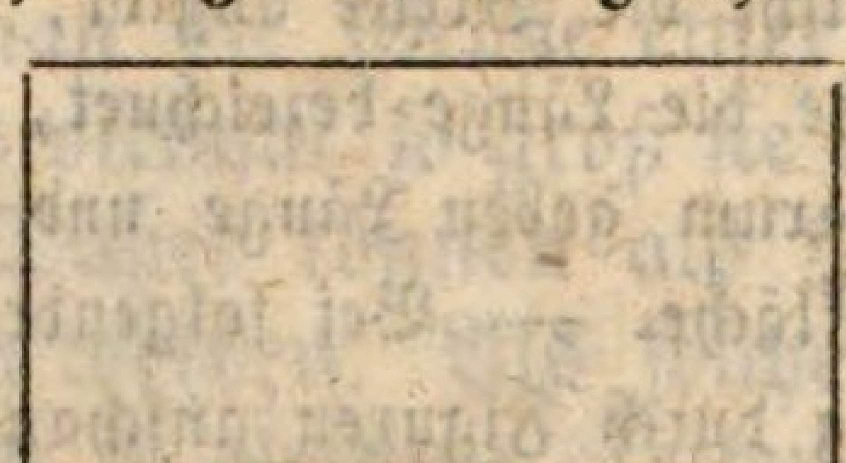
b) Nach der zwölftheiligen Eintheilung ist

1 □° = 12 × 12 oder 144 □′
1 □′ = 12 × 12 oder 144 □″
1 □″ = 12 × 12 oder 144 □‴.

Also ist 1 □° = 144 □′ = 20736 □″ = 2985984 □‴
1 □′ = 144 □″ = 20736 □‴
1 □″ = 144 □‴.

Aufgabe 3. Ein Garten hat die Form eines Quadrats und mißt an jeder Seite 15 Ruthen. Wie groß ist sein Flächeninhalt? Antwort: 225 □°.

2) Berechnung des länglichen Rechtecks.



Anm. Wo bei den Aufgaben die nähere Bezeichnung fehlt, ist das 12theilige Maß gemeint.

Beispiel 1. Eine Wiese ist 20 Ruthen lang und 15 Rth. breit. Wie groß ist ihr Quadratinhalt?

Auflösung. Da die Wiese 20 Rth. lang und 15 Rth. breit ist, so gibt es 15 Reihen von je 20 □°; mithin ist dieselbe 15 mal 20 oder 300 □° groß.

Aufgaben: Wie viel beträgt der □Inhalt einer Fläche
a) von 48° Länge und 32° Breite? Antwort: 1536 □°.
b) von 25′ Länge und 17′ Breite? Antwort: 2 □° 137 □′.
c) von 18″ Länge und 15″ Breite? Antw.: 1 □′ 126 □″.

Beispiel 2. Eine Fläche ist 2 Fuß 8 Zoll breit und 3 Fuß 6 Zoll lang. Wie groß ist ihr Quadratinhalt?

Auflösung: Man verwandelt die Fuß in Zoll, multiplicirt dann Länge und Breite mit einander und reducirt die gefundene Anzahl Quadratzoll mit 144 auf Quadratfuß.

3′ 6″ = 42″		144 | 1344 | 9 □′
2′ 8″ = 32″		1296
84		48 □″
126		
1344 □″	Die Fläche ist also 9 □′ 48 □″ groß.	

Aufgaben: Welches ist der Flächeninhalt
a) eines Ackers von 40° 6′ Länge und 23° 8′ Breite? (10thl.)
b) einer Wand von 58′ 6″ Länge und 15′ 7″ Höhe?
c) einer Platte von 8″ 9‴ Länge und 5″ 7‴ Breite?
d) von Fußboden, Decke und den 4 Wänden eines Zimmers, das 28′ 4″ lang, 22′6″ breit und 12′ 3″ hoch ist?

Antwort: a) 966,28 □°; b) 911 □′ 90 □″; c) 48 □″ 123 □‴; d) 2520 □′ 60 □″.

Beispiel 3. Ein Ackerbeet ist 36° zehntheiligen Maßes lang und 8′ breit. Wie viel beträgt sein Flächeninhalt?

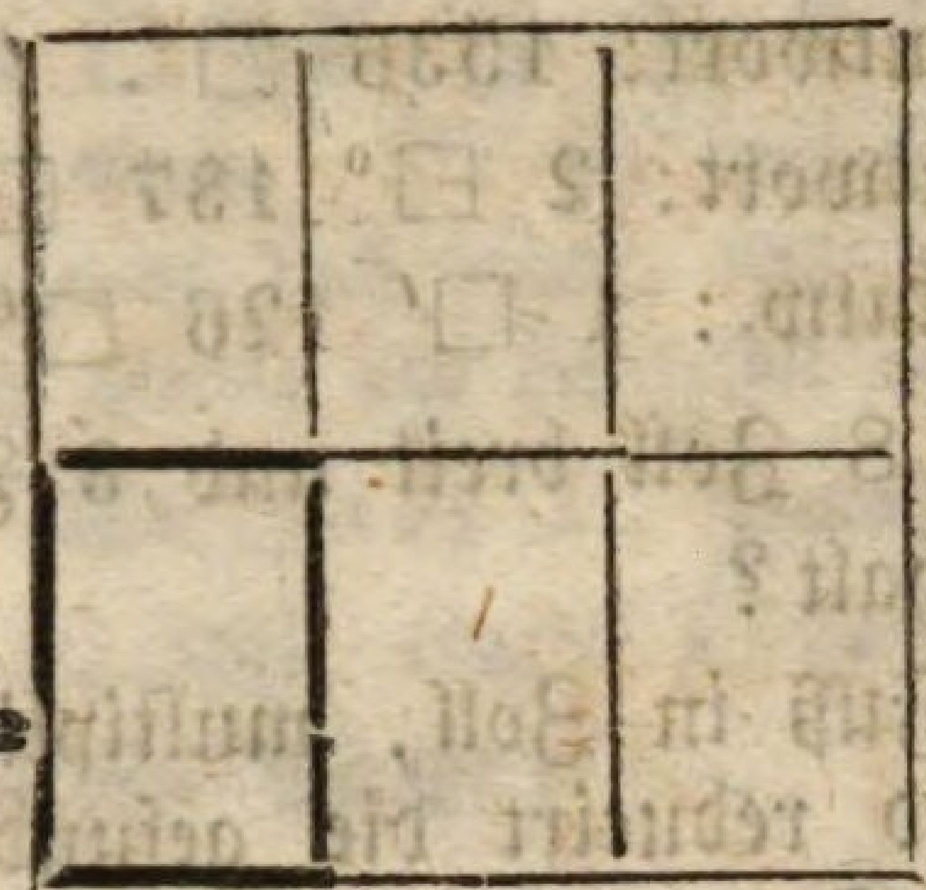
Auflösung: Man bringt das Maß der Länge und Breite auf einerlei Benennung, d. i. man verwandelt die 36° gleichfalls in Fuß, multiplicirt dann beide miteinander und reducirt die gefundene Anzahl Quadratfuß auf Quadratruthen.

Berechnung: 36° = 360′
8
2880 □′ = 28 □° 80□′.

Aufgaben: Wie groß ist eine Fläche, welche
a) 3° lang und 8′ breit ist? Antwort: 2 □°.
b) 9′ Länge und 10″ Höhe hat? Antwort: $7\frac{1}{2}$ □′.
c) 8″ in der Höhe und 7‴ in der Breite mißt? Antw.: $4\frac{2}{3}$ □″.

Beispiel 4. Welches ist der Quadratinhalt einer Fläche, welche $\frac{3}{2}$′ lang und $\frac{1}{3}$′ breit ist?

Auflösung:



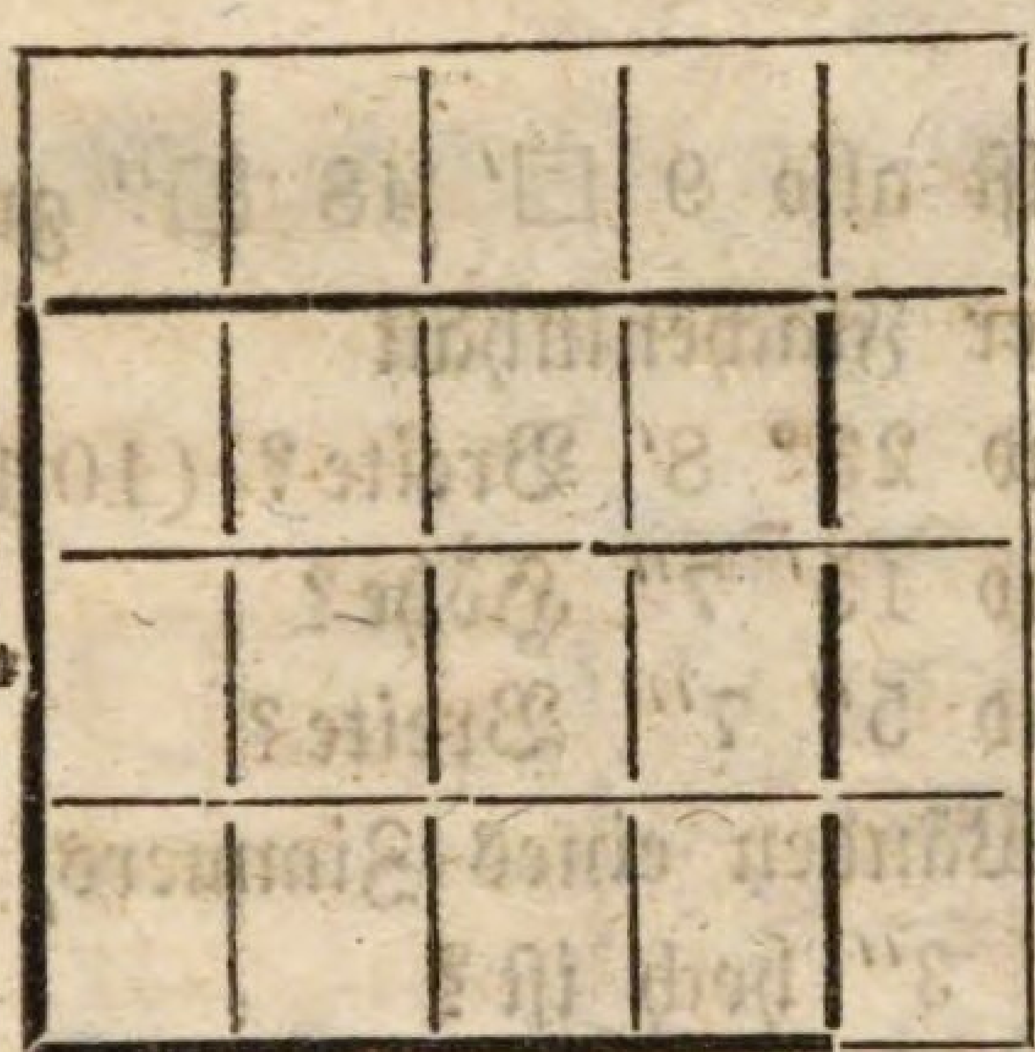
$^1/_2$

$^1/_3$

1' lang und 1' breit = 1 □'; 1' lang und $^1/_3$' breit = $^1/_3$ mal 1 □' = $^1/_3$ □'; $^1/_2$' lang und $^1/_3$' breit = $^1/_2$ mal $^1/_3$ □' = $^1/_6$ □'. Also ist der Quadratinhalt einer Fläche, welche $^1/_2$' lang und $^1/_3$' breit ist = $^1/_2$ mal $^1/_2$ = $^1/_6$ □'.

Beispiel 5. Eine Fläche ist $^3/_4$ Zoll breit und $^4/_5$ Zoll lang; wie groß ist ihr Quadratinhalt?

Auflösung:



$^3/_4$

$^4/_5$

1'' lang und 1'' lang = 1 □''; 1'' lang und $^3/_4$'' breit = $^3/_4$ □''; $^4/_5$'' lang und $^3/_4$'' breit = $^4/_5 \times ^3/_4$ = $^{12}/_{20}$ = $^3/_5$.
Also ist die Fläche $^3/_5$ □'' groß.

Aufgaben: Wie viel beträgt der □Inhalt einer Fläche von

a) $^1/_2$'' Länge und $^1/_2$'' Breite? $^1/_4$'' Länge und $^1/_4$'' Breite?
b) $^2/_3$' Breite und $^3/_4$' Länge? $^3/_4$' Länge und $^5/_6$' Höhe?
c) $^5/_6{}^0$ Höhe und $^2/_3{}^0$ Breite? $^7/_8{}^0$ Breite und $^4/_5{}^0$ Höhe?
d) 0,3' Breite und 0,7' Länge? 0,8° Länge und 0,75° Breite?

Beispiel 6. Ein Zimmer ist $28^2/_3$' lang und $20^3/_4$' breit; wie viel beträgt sein Flächeninhalt?

Auflösung: 1' Breite und $28^2/_3$' Länge machen $28^2/_3$ □'; 2' Breite und $28^2/_3$' Länge machen 2 mal $28^2/_3$ □'; also machen $20^3/_4$' Breite und $28^2/_3$' Länge $20^3/_4$ mal $28^2/_3$ □'. Das kann auf zweierlei Weise berechnet werden.

$$\begin{array}{rcr} & & 28^2/_3 \\ & & 20^3/_4 \\ \hline 20 \times 28 & = & 560 \\ 20 \times ^2/_3 & = & 13^1/_3 \\ ^3/_4 \times 28 & = & 21 \\ ^3/_4 \times ^2/_3 & = & ^1/_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} 28^2/_3 &= ^{86}/_3 \\ 20^3/_4 &= ^{83}/_4 \\ 20^3/_4 \times 28^2/_3 &= ^{83}/_4 \times ^{86}/_3 \\ &= ^{7138}/_{12} \\ &= 594^5/_6\ □' \end{aligned}$$

Mithin ist das Zimmer $594^5/_6$ □' groß.

Aufgaben: Wie groß ist

a) ein Acker, $30\frac{3}{4}{}^{\circ}$ lang und $18\frac{5}{6}$ breit? ($579\frac{1}{8}$ □°.)
b) eine Wiese, $42\frac{1}{2}'$ lang und $36\frac{2}{5}'$ breit? (1547 □'.)
c) ein Tisch, $25\frac{1}{4}''$ lang und $22\frac{3}{4}''$ breit? ($574\frac{7}{16}$ □''.)
d) ein Garten, 42,6' breit und 54,9' lang? (2338,74 □'.)

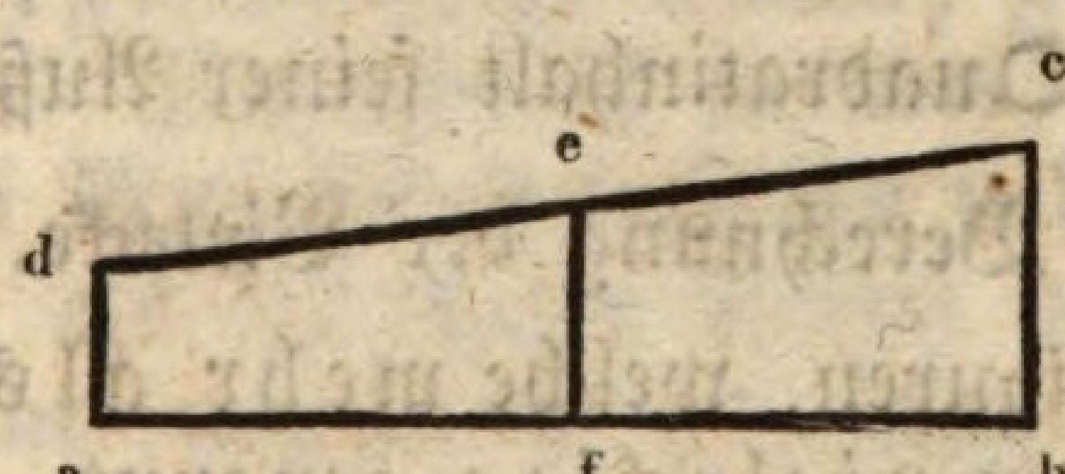
3) Berechnung des verschobenen Vierecks.



Daß das verschobene Viereck abcd dem rechtwinkeligen Vierecke efcd an Größe gleich ist, ist (auch ohne mathematischen Beweis) leicht einzusehen. Also wird der Quadratinhalt des ersteren eben so gefunden werden, wie der des letzteren: man sucht die Länge ab und die Breite (oder Höhe) de und multiplicirt dann beide mit einander.

Aufgabe. Die Grundlinie ab sei = 24' und die Höhe de = 15'; wie groß ist der Quadratinhalt? Antw.: 360 □'.

4) Berechnung des ungleichseitigen Vierecks.



Wenn man über der Grundlinie ab und dieser parallel eine gleichlange Linie zieht, welche die Linie cd bei e schräg schneidet; so wird von der Figur auf der einen Seite gerade so viel weggeschnitten, als auf der andern fehlt, um ein Rechteck zu bilden. Es lehrt also der Augenschein, daß ein ungleichseitiges Viereck genau so groß ist als ein Rechteck, welches dieselbe Grundlinie und mittlere Höhe hat. Um daher den Quadratinhalt einer solchen Fläche zu erhalten, so mißt man deren Länge und mittlere Breite und multiplicirt dann beide mit einander.

Anstatt der mittleren Breite kann man auch die kleinere und die größere Breite messen und die Hälfte von deren Summe nehmen.

Aufgabe 1. Es sei ab = 36', ad = 6' 4'' und bc = 10' 8''; wie groß ist der Quadratinhalt?

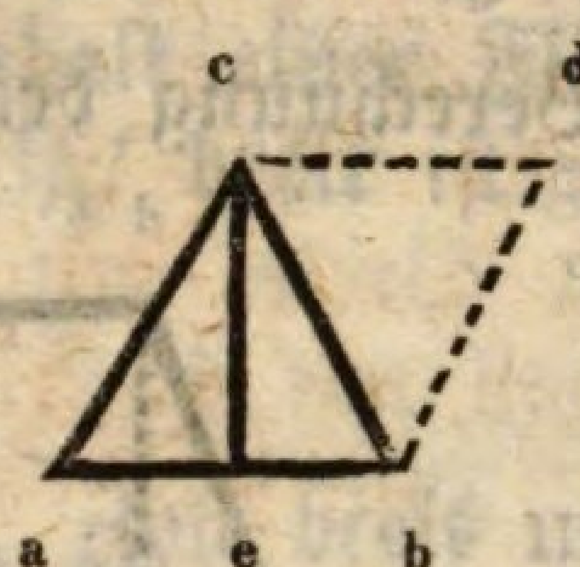
Berechnung: 6' 4'' + 10' 8'' = 17'; die Hälfte von 17' = $8\frac{1}{2}'$; $8\frac{1}{2}$ mal 36 = 302; also ist die Fläche 302 □' groß.

Aufgabe 2. Ein Acker ist 98° 5′ lang und auf der einen Seite 42° 5′, auf der andern 37° 3′ breit, zehntheiligen Maßes. Wie viel Tagw. (zu 40000 □′) ist derselbe groß?

Antwort: 9,825375 Tgw.

5) Berechnung der Dreiecke.





Wie sich aus der Anschauung ergibt, so ist das Dreieck immer die Hälfte eines Vierecks von gleicher Grundlinie und Höhe. Der Inhalt eines Dreiecks wird daher gefunden, wenn man seine Grundlinie (ab) und seine senkrechte Höhe (ac oder ce) mit einander multiplicirt und hernach das Produkt halbirt.

Aufgabe 1. Es sei ab = 15′ 4″ und die Höhe ac = 12′ 9″; wie groß ist der Flächeninhalt? Antwort: 97¾ □′.

Aufgabe 2. Es sei ab = 12¾′ und ac = 14⅔′; wie viel beträgt der Quadratinhalt? Antwort: 93½ □′.

Aufgabe 3. Der Giebel eines Hauses ist 28′ breit und 25½′ hoch; wie groß ist der Quadratinhalt seiner Außenseite? (357 □′.)

6) Berechnung der Vielecke.

Alle geradlinigen Figuren, welche mehr als vier Seiten haben, werden vielseitige oder vieleckige genannt. Sind bei einer vieleckigen Figur alle Seiten (und Winkel) einander gleich, so ist sie ein regelmäßiges Vieleck; wenn nicht, so ein unregelmäßiges.

a) Das unregelmäßige Vieleck.



Um die Fläche eines unregelmäßigen Vielecks zu finden, so zerlegt man dasselbe, indem man von einer Ecke zur andern Linien zieht, in Dreiecke, berechnet dann diese einzeln und zählt die Ergebnisse zusammen.

Aufgabe: Von obigem Fünfecke sei ac = 24′; bf = 9′; dg = 10′; ad = 21′; eh = 12′. Wie groß ist sein Quadratinhalt?

Auflösung: Durch die Linien ac und ad werden 3 Dreiecke gebildet: I) abc, II) acd und III) ade.

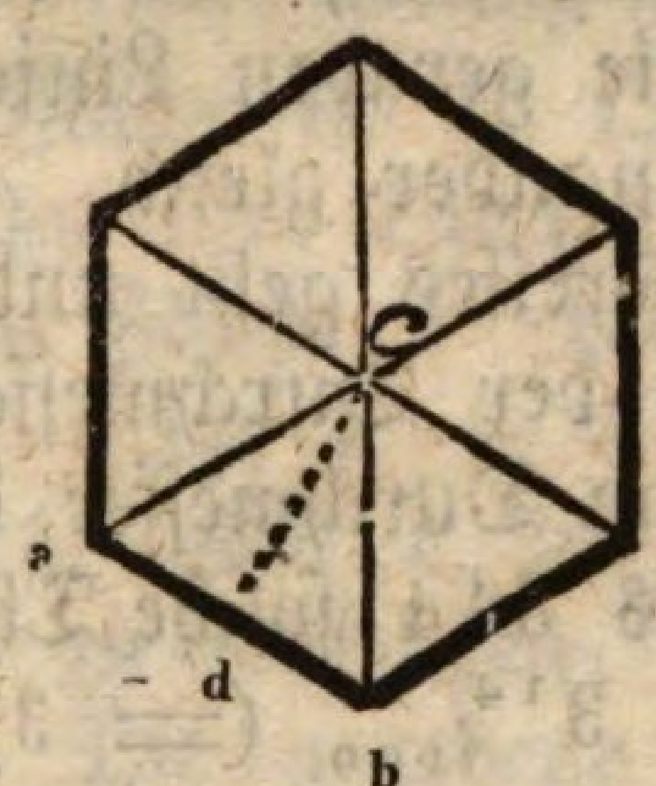
I. Die Grundlinie ac = 24′; die Höhe bf = 9′; $9 \times 24 = 216$; 216 halbirt = 108. Das erste Dreieck ist also 108 □′ groß.

II. Die Grundlinie ac = 24′; die Höhe dg = 10′; $10 \times 24 = 240$; 240 halbirt = 120. Das zweite Dreieck ist also 120 Q.-F. groß.

III. Die Grundlinie ad = 21′; die Höhe eh = 12′; 12 mal 21 getheilt durch 2 = 126. So viele Q.-F. ist das dritte Dreieck groß.

Das ganze Fünfeck enthält also 108 + 120 + 126 □′ = 354 □′.

b) Das regelmäßige Vieleck.



Wie das unregelmäßige Vieleck, so läßt sich auch das regelmäßige behandeln. Einfacher ist es aber, wenn man von den Ecken aus Linien auf den Mittelpunkt desselben zieht, wodurch so viele gleiche Dreiecke entstehen, als die Figur Seiten hat. Dann berechnet man eines derselben und nimmt das Ergebniß so oftmal, als Seiten oder Dreiecke vorhanden sind.

Aufgabe. Es sei bei obigem Sechsecke die Grundlinie ab = 4′ und die Höhe cd = 5′; wie viele Q.-F. ist dasselbe groß?

Auflösung: $4 \times 5 = 20$; die Hälfte davon ist 10. Das Dreieck abc ist also 10 Q.-F. groß. Von derselben Größe sind auch die übrigen Dreiecke. Folglich enthält das ganze Sechseck 6 mal 10 Q.-F.; 6 mal 10 Q.-F. = 60 Q.-F.

Anm. Um auf das Folgende vorzubereiten, so lasse man die Berechnung noch auf eine zweite Weise ausführen.

1 Dreieck $= \frac{4 \times 5}{2} = \frac{20}{2} = 10$ Q.-F.

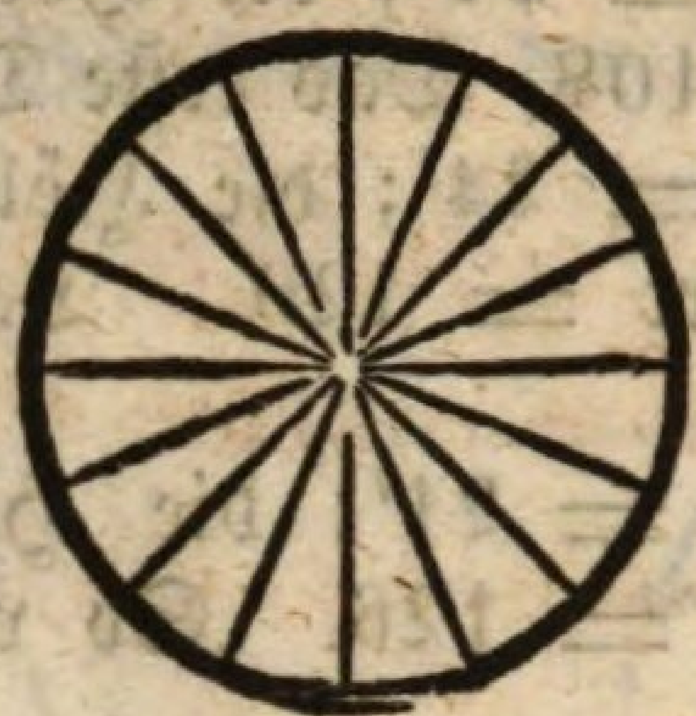
2 Dreiecke $= \frac{4 \times 5}{2} + \frac{4 \times 5}{2} = \frac{8 \times 5}{2} = \frac{40}{2} = 20$ Q.-F.

3 Dreiecke $= \frac{4 \times 5}{2} + \frac{4 \times 5}{2} + \frac{4 \times 5}{2} = \frac{12 \times 5}{2} = \frac{60}{2} = 30$ Q.-F.

u. s. w.

Haben also zwei oder mehrere Dreiecke gleiche Höhe, so wird der Inhalt derselben auch gefunden, wenn man ihre Grundlinien in eine Summe vereinigt, diese dann mit der gemeinschaftlichen Höhe multiplicirt und das Produkt halbirt.

7) Berechnung der Kreisfläche.



Der Kreis wird durch einen Zirkel mit gleicher Oeffnung beschrieben. Daher ist die Kreislinie oder der Umkreis von dem Mittelpunkte überall gleichweit entfernt, und daher sind auch die Halbmesser eines Kreises — die geraden Linien von dem Mittelpunkte bis zum Umkreis — alle einander gleich. Eine grade Linie, welche durch den Mittelpunkt des Kreises geht und mit ihren beiden Enden die Kreislinie berührt, wird der Durchmesser genannt. Der Umfang eines Kreises verhält sich zum Durchmesser desselben wie 314 zu 100, d. i. der Umfang enthält stets 314 solche Theile, wie der Durchmesser deren 100 hat. Er ist also $3^{14}/_{100}$ (= 3,14 oder genauer 3,1416) mal so groß als dieser.

Fragen: Wie verhält sich der Durchmesser eines Kreises zum Halbmesser desselben? der Halbmesser zum Durchmesser? Wie findest du aus dem gegebenen Durchmesser den Kreisumfang und umgekehrt? Wie aus dem Halbmesser und umgekehrt? Beispiele!

Der Kreis kann als ein regelmäßiges Vieleck von (unzählig) vielen Seiten angesehen werden. Denkt man sich nun vom Mittelpunkte aus nach allen Ecken Halbmesser gezogen, so entstehen (unendlich) viele Dreiecke. Die gemeinschaftliche Höhe derselben ist der Halbmesser, und ihre Grundlinien bilden, zusammen genommen, den Kreisumfang. Der Inhalt aller Dreiecke und somit auch der Inhalt des ganzen Kreises wird daher gefunden, wenn man Umfang und Halbmesser mit einander multiplicirt und das Produkt halbirt.

Beispiel: Der Umfang eines Kreises = 22′, sein Halbmesser = $3^1/_2$′; wie groß ist seine Fläche?

Antwort: $3^1/_2 \times 22$, getheilt durch $2 = 77 : 2 = 38^1/_2$ Q.-F.

Aufgaben: Wie groß ist der Quadratinhalt

a) einer kreisrunden Scheibe von 6″ Durchmesser?

Antwort: 28,2744 Q.-Z.

b) eines Kreises von 4° im Halbmesser? (50,2656 Q.-R.)

c) eines kreisrunden See's von 471,24′ Umfang? (17671,5 Q.-F.)

Anm. Da der Q.-Inhalt eines Kreises aus dem Halbmesser und dem Umfange desselben sich berechnet, beide aber selten geradezu gegeben sind; so ist immer das Erste, sie zu bestimmen. Dann wird zur eigentlichen Flächenberechnung übergegangen. — Ist der Durchmesser = 8′, so ist der Umkreis = 8 × 3,1446′, und die Kreisfläche = 4 × 8 × 3,1416 getheilt durch 2 = 4 × 4 × 3,1416 Q.-F. Hieraus folgt, daß der Inhalt eines Kreises auch gefunden wird, wenn man den Halbmesser mit sich selbst und das Produkt wieder mit 3,1416 multiplicirt.

Zusatz.

Der Flächeninhalt ist das unmittelbare Produkt aus Länge und Breite. Ist daher die Größe der Fläche und die eine Ausdehnung derselben (die Länge oder Breite) bekannt; so findet man die andere, indem man mit der gegebenen Ausdehnung in den Flächeninhalt dividirt.

Beispiel. 1. Eine Fläche ist 24 Q.-Z. groß; in ihrer Breite mißt sie 4″; wie viel beträgt ihre Länge?

Auflösung: Ist eine Fläche 4″ breit, so muß sie, um 4 Q.-Z. zu enthalten, 1″ lang sein. Um 4 + 4 oder 2 × 4 Q.″ zu enthalten, so muß sie 1″ + 1″ oder 2 × 1″ lang sein. Um 4 + 4 + 4 oder 3 × 4 Q.″ zu enthalten, so muß sie 1 + 1 + 1 oder 3 × 1″ lang sein. Die gegebene Fläche ist 24 Q.″ groß. Also muß ihre Länge so vielmal 1″ betragen, als 4 Q.″ in 24 Q.″ enthalten sind. 4 Q.″ in 24 Q.″ = 6 mal. Folglich ist sie 6 × 1″ lang. 6 × 1″ = 6″.

Beispiel 2. Ein Rechteck, dessen kürzere Seite 4° 8′ zehnth. Maßes beträgt, ist 36 Q.° groß. Wie viel mißt dessen längere Seite?

Auflösung: a) 4° 8′ = 48′; 48′ Breite und 1′ Länge geben 48 Q.′; das Rechteck ist also so vielmal 1 Fuß lang, als 48 Q.′ groß. Sein Flächeninhalt = 36 Q.°; mithin beträgt seine Ausdehnung in der Länge so viele Fuß, als 48 Q.′ in 36 Q.° enthalten sind. Um dieß zu finden, so verwandle ich die 36 Q.° auch in Q.′ 36 Q.° = 36 × 100 = 3600 Q.′; 48 Q.′ in 3600 Q.′ oder 48 in 3600 = 75. Also ist das Rechteck 75′ oder 7° 5′ lang.

b) 4° 8′ = 4,8°. Ist eine Fläche 4,8° breit und 1° lang, so enthält sie 4,8 Q.°; ist sie 4,8° breit und 2 mal 1° lang, so ist sie 2 mal 4,8 Q.° groß. Folglich ist die Fläche so vielmal 1° lang, als 4,8 Q.° groß. Und da ihre Größe 36 Q.° beträgt, so ist sie so vielmal 1 Ruthe lang, als 4,8 Q.° in 36 Q.° enthalten sind. 4,8 in 36 = 48 in 360 = 75. Also ꝛc.

Aufgaben.

1) Ein Acker enthält 320 Q.° und ist 80° lang; wie breit ist er?
Antwort: 4° breit.

2) Eine Wiese = 250 Q.°; ihre Breite = 20°; wie groß ist ihre Länge? Antwort: 12,5°.

3) Eine Wand ist 18′ hoch und enthält 720 Q.′; wie viel Fuß hat sie in der Länge? Antwort: 40 Fuß.

4) Ein Tisch enthält 14 Q.′ und ist 4′ 8″ lang; wie viel mißt er in der Breite? Antwort: 3 Fuß.

5) Ein Ackerbeet ist 48 Q.° zehnth. Maßes groß und 8′ breit; wie viel beträgt seine Länge? Antw.: 60 Rth.

C. Körperberechnung.

Eine (mathematische oder gedachte) Linie ist nur lang; eine Fläche ist lang und breit; ein Körper aber ist lang, breit und hoch (tief oder dick). Als Maß für die Körper dient der Würfel oder Kubus. Derselbe ist ein achteckiger, von 6 gleichen Quadratflächen umschlossener Körper. Seine 12 Kanten — die scharfen Erhebungen, welche durch das Zusammenstoßen der Flächen entstehen — sind alle einander gleich. Er ist daher eben so hoch, als lang und breit. Sowie man die Linien nach Längenruthen, Längenfuß ꝛc. und die Flächen nach Quadratruthen, Quadratfuß ꝛc. bestimmt; so sucht man bei den Körpern, wie viele Würfelruthen, Würfelfuß ꝛc. sie enthalten. Ein Würfel- oder Kubikzoll ist ein Würfel, welcher 1″ lang, 1″ breit und 1″ hoch ist. Was ist nun ein Kubikfuß? eine Kubikruthe? eine Kubikmeile?

Ist ein Würfel 2 Zoll lang (folglich auch breit und hoch), so beträgt seine Grundfläche 2 × 2 = 4 Quadratzoll. Auf jeden Q.″ kann ein Kubikzoll aufgesetzt werden. Auf der Grundfläche von 4 Q.″ können somit 4 K.-Z. neben einander stehen. Sie bilden eine Schicht von 1″ Höhe. Da der Würfel 2″ hoch ist, so enthält er 2 dergleichen Schichten. Er ist also 2 mal 4 oder 8 K.-Z. groß.

Ist ein Würfel 3 Zoll lang, so enthält er 3 Schichten von je 3 mal 3 oder 9 Kubikzoll. Er ist also 3 × 3 × 3 oder 27 K.-Z. groß.

Bei 4″ Länge enthält ein Würfel 4 Schichten von je 4 × 4 oder 16 K.-Z.; sein Rauminhalt ist also = 4 × 4 × 4 = 64 K.-Z. u. s. f.

Anm. Das Produkt aus der Länge und Breite bezeichnet zunächst den Quadratinhalt der Grundfläche, dann aber auch die Anzahl der Würfelzoll ꝛc., welche zusammen eine Schicht bilden. Die Zahl, welche die Höhe bestimmt, sagt, wie viele dergleichen Schichten der ganze Körper enthält. Darum gibt das Produkt aus der Länge, Breite und Höhe den Kubikinhalt. Da beim Würfel alle Seiten einander gleich sind, so kann man, um dessen Inhalt zu finden, die Zahl, welche die Länge des Würfels bezeichnet, mit sich selbst und das Produkt wieder mit derselben Zahl multipliciren.

Aufgabe. Verwandle eine Kubikruthe in Kubikfuß, einen Kubikfuß in Kubikzoll ꝛc.!

a) Zehntheilig.

1 K.-R. = 10 × 10 × 10 = 1000 K.-Fuß,
1 K.-F. = 10 × 10 × 10 = 1000 K.-Zoll,
1 K.-Z. = 10 × 10 × 10 = 1000 K.-Linien.

Also ist 1 K.-R. = 1000 K.-F. = 1000000 K.-Z. = 1000000000 K.-L.
1 K.-F. = 1000 K.-Z. = 1000000 K.-L.
1 K.-Z. = 1000 K.-L.

b) Zwölftheilig.

1 K.-R. = 12 × 12 × 12 = 1728 K.-Fuß,
1 K.-F. = 12 × 12 × 12 = 1728 K.-Zoll,
1 K.-Z. = 12 × 12 × 12 = 1728 K.-Linien.

Also ist 1 K.-R. = 1728 K.-F = 2985984 K.-Z. = 5159780352 K.-L.
1 K.-F. = 1728 K.-Z. = 2985984 K.-L.
1 K.-Z. = 1728 K.-L.

Die Art und Weise, den kubischen Inhalt von anderen Körpern zu bestimmen, ist durch die Form derselben bedingt.

1) Das Prisma und der Cylinder.

Das Prisma ist ein Körper, welcher zwei gleiche Drei-, oder Vier-, oder Vielecke als Grundflächen und drei oder mehrere ebene Seitenflächen hat. Der Cylinder (die Rolle oder Walze) hat zwei ebene kreisrunde Grundflächen und eine gewölbte Seitenfläche. Beide (Prisma und Cylinder) sind überall gleich dick.

Beispiel 1. Die Grundfläche eines vierseitigen Körpers ist 1' lang und 9'' breit; seine Höhe beträgt 8' 5'' zehntheiligen Maßes. Wie groß ist sein Kubikinhalt?

Auflösung: 1' = 10''; die Grundfläche ist also = 9 × 10 oder 90 Q.-Z. Eben so viele Kubikzoll kommen auf eine Schicht. Da 8' 5'' = 85'', so enthält der Körper 85 dergleichen Schichten; 85 × 90 = 7650. Er ist also 7650 Kubikzoll oder 7 Kubikfuß und 650 Kubikzoll groß.

Beispiel 2. Wie groß ist der Kubikinhalt eines dreiseitigen $7\frac{1}{2}$ Fuß hohen Körpers, dessen zwei Grundflächen Dreiecke sind von $\frac{3}{4}$' Breite und $1\frac{1}{6}$' Höhe?

Auflösung: $\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{6} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$; die Hälfte von $\frac{7}{8} = \frac{7}{16}$. Die Grundfläche ist also $\frac{7}{16}$ Q.-Fuß groß. Von der

untern Grundfläche bis zu 1 Fuß Höhe beträgt der Rauminhalt $^7/_{16}$ Kubikfuß, bis zu $7^1/_2$' Höhe $7^1/_2 \times {}^7/_{16} = 3^9/_{32}$ K.=F.

Beispiel 3. Ein Cylinder hat 1' 4" im Durchmesser und ist 10' hoch. Wie groß ist sein Kubikinhalt?

Auflösung: Da der Durchmesser = 1' 4" oder 16", so ist der Umkreis = 3,14 × 16 = 50,24", der Halbmesser = $^1/_2$ × 16" = 8", die Kreisfläche also ist die Hälfte von 8 × 50,24 = 4 × 50,24 = 200,96 Q.Z. Auf diese Fläche lassen sich 200,96 Kubikzoll neben einander setzen. Und da der Cylinder 10' oder 120" hoch ist, so enthält er 120 dergleichen Schichten. Er ist also 120 × 200,96 = 24115,2 K.=Z. = 13 K.=F. und 1651,2 K.=Zoll groß.

Anm. Aus dem Bisherigen ist zu ersehen, daß der Kubikinhalt eines jeden Körpers mit gleichen Grundflächen, es mögen dieß Dreiecke, oder Vierecke, oder Vielecke, oder Kreise sein, gefunden wird, wenn man den Quadratinhalt der Grundfläche mit der Höhe multiplicirt.

Aufgaben.

1) Ein 4seitiger Körper, 8° lang, 7° br. und 6° hoch = 336 K.=R.
2) Ein Zimmer, 25' lang, 8' hoch und 19' breit = 3800 K.=F.
3) Ein Würfel von 14" langen Kanten = 2744 K.=Z.
4) Eine Mauer, 428' lg., 8' hoch und 1' 3" dick = 4280 K.=F.
5) Eine Wand, 1' 4" dick, 10' 8" hoch und 64' 9" lang = ? Antwort: $920^8/_9$ K.=F.
6) Eine 1' 2" dicke Giebelmauer, deren Außenseite ein Dreieck ist, 48' hoch und 36' breit = 1008 K.=F.
7) Ein vierseitiger Körper, $^7/_8$° hoch, $^2/_3$° dick und $8^3/_4$° lang = ? Antwort: $5^5/_{48}$ K.=R.
8) Ein 4 kantiger Balken von $12^1/_2$' Länge, $2^3/_4$' Br. und $1^1/_6$' Dicke = $40^5/_{48}$ K.=F.
9) Ein 4seitiger Stein von $32^7/_8$" Länge, $18^2/_3$" Dicke und $24^5/_6$" Höhe = 8 K.=F. $1415^7/_{18}$ K.=Z.
10) Wie viel bayr. Metzen à 1,49 Kubikfuß faßt ein Kasten, dessen leerer Raum 18' lang, 4' hoch und $3^1/_2$' breit ist? Antwort: $169^{19}/_{149}$ Mtz.
11) Ein Getreidhaufen ist 30' lg., 25' br. und $1^1/_4$' hoch. Wie viele bayr. Scheffel enthält derselbe? (104 Schff. $5^{29}/_{149}$ Mtz.)
12) Ein viereckiges Gefäß ist 15' lg., 12' br. und $2^3/_4$ hoch. Wie viele bayr. Eimer à $2^3/_4$ K.=Fß. hält dasselbe? (180 Eim.)

13) Wie groß ist der Kubikinhalt

a) eines 3kantig beschlagenen Balkens von $2\frac{1}{2}'$ Breite, $2\frac{1}{2}'$ Dicke und $36'$ Länge? Antwort: $112\frac{1}{2}$ K.-F.

b) eines kreisrunden Baumstammes, dessen Länge $30'$ und dessen mittlerer Durchmesser $5'$ $8''$ zehnth. Maßes beträgt? Antwort: 792,222 K. F.

2) Die Pyramide und der Kegel.

Die Pyramide hat, wie das Prisma, entweder ein Dreieck, oder ein Viereck, oder ein Vieleck als Grundfläche; der Kegel hat, wie der Cylinder, als solche einen Kreis. Beide nehmen gegen ihre Höhe an Dicke verhältnißmäßig ab und endigen in einer Spitze.

Eine Pyramide ist genau $\frac{1}{3}$ von einem Prisma, welches gleiche Grundfläche und Höhe mit ihm hat. Dasselbe Verhältniß besteht zwischen Kegel und Cylinder.

So lehrt die Stereometrie. Um die Schüler davon zu überzeugen, so fertige man einen Cylinder und einen Kegel von gleichen Grundflächen und gleicher Höhe, beide hohl. Mit derselben Masse Sand, welche der Cylinder auf einmal faßt, läßt sich der Kegel dreimal füllen. Also —

Der Rauminhalt einer Pyramide und eines Kegels wird daher gefunden, wenn man die Grundfläche mit der Höhe vervielfacht und das Ergebniß durch 3 theilt, oder wenn man die Grundfläche mit dem dritten Theil der Höhe multiplicirt.

Aufgabe 1. Eine vierseitige Pyramide ist $4'$ breit und tief und $12'$ hoch; wie groß ist ihr Kubikinhalt?

Auflösung: Die Grundfläche $= 4 \times 4 = 16$ Q.'; der Kubikinhalt $= 12 \times 16$, getheilt durch 3, oder $\frac{1}{3} \times 12 \times 16 = 4 \times 16 = 64$ K.-F.

Aufgabe 2. Ein Kegel hat $8''$ Durchmesser und $1'$ $6''$ Höhe; wie viel beträgt sein Rauminhalt?

Auflösung: Der Durchmesser $= 8''$; der Umfang der Grundfläche $= 8 \times 3{,}14 = 25{,}12''$; der Halbmesser $= 4''$; der Quadratinhalt der Grundfläche beträgt die Hälfte von $4 \times 25{,}12 = 2 \times 25{,}12 = 50{,}24$ Q.''; die Höhe $= 1'$ $6'' = 18''$; der körperliche Inhalt des Kegels ist daher $\frac{1}{3}$ von $18 \times 50{,}24 = 6 \times 50{,}24 = 301{,}44$ K.-Zoll.

Aufgabe 3. Wie groß ist der Kubikinhalt einer 4seitigen Pyramide von $12'$ Breite und Tiefe und $45'$ Höhe? (2160 K.-F.)

Aufgabe 4. Ein Kegel hat $6'$ Durchmesser und $20'$ Höhe; was ist sein Rauminhalt? Antwort: 188,4 K.-F.

3) Die Kugel.

Die Kugel hat nur eine einzige vollkommen runde Fläche, welche in allen Punkten gleichweit von dem Mittelpunkt entfernt ist.

Denkt man sich die krumme Seitenfläche eines geradestehenden Cylinders abgerollt, so ist leicht einzusehen, daß der Quadratinhalt derselben gefunden werde, wenn man den Umfang des Cylinders mit seiner Höhe multiplicirt. Auch ist ohne Beweis begreiflich, daß eine Kugel dieselbe Oberfläche habe, wie ein Cylinder, dessen Durchmesser und Höhe dem Kugeldurchmesser gleich ist. Demnach wird die Oberfläche einer Kugel gefunden, wenn man den Kugelumfang mit dem Durchmesser multiplicirt. Bei näherer Betrachtung ergibt sich, daß dieß eben so viel ist, als wenn man den Kugeldurchmesser mit sich selbst und das Produkt mit 3,1416 (oder 3,14) multiplicirt.

Aufgabe 1. Der Durchmesser einer Kugel ist 8″; wie groß ist ihre Oberfläche? Antwort: 8 × 8 × 3,14 = 64 × 3,14 = 200,96 Q.″ = 1 Q.′ 56,96 Q.″.

Aufgabe 2. Der Umfang einer Kugel ist 26,7′; wie groß ist ihre Oberfläche?

Auflösung: Der Durchmesser = 26,7′ : 3,14 = 8,5′; die Oberfläche also = 26,7 × 8,5 = 226,95 Q.′.

Denkt man sich eine Kugel aus lauter Pyramidchen zusammengesetzt, deren Spitzen im Mittelpunkte zusammentreffen; so bilden die Grundflächen derselben zusammen genommen die Kugeloberfläche, und die Höhe einer Pyramide gibt den Halbmesser der Kugel. Man findet also den Kubikinhalt einer Kugel, wenn man ihre Oberfläche mit ihrem Halbmesser multiplicirt und das Ergebniß durch 3 theilt.

Aufgabe 1. Eine Kugel hat 3′ Durchmesser; wie groß ist a) ihre Oberfläche? b) ihr Rauminhalt?

Auflösung: a) Die Oberfläche der Kugel = 3 × 3 × 3,14 = 9 × 3,14 = 28,26 Q.′ b) Der Halbmesser = $^1/_2$ × 3′ = 1,5′; der Rauminhalt der Kugel ist also $^1/_3$ von 1,5 × 28,26 = 0,5 × 28,26 = 14,13 Kubikfuß.

Aufgabe 2. Eine Kugel hat 24′ Durchmesser; was macht ihr Rauminhalt? Antwort: 7234,56 K.-F.

Aufgabe 3. Durch theilweise Messung hat man gefunden, daß der Umfang der Erdkugel 5400 Meilen beträgt. Wie groß ist a) der Durchmesser, b) der Halbmesser, c) die Oberfläche, d) der Kubikinhalt derselben?

Antwort: Der Erddurchmesser = 1718,9 und der Erdhalbmesser = 859,5 Meilen, die Erdoberfläche = 9282060 Quadratmeilen, der Rauminhalt der Erde = 2659310190 Kubikmeilen.

Anhang.

Tabelle über die Münzen.

Benennung der Münzen.	fl.	kr.	pf.	Thlr.	Gr.	Pfg.
Adler oder Eagles, Goldm. in Nordamerika	24	44	—	14	4	—
Alexiusdor, Goldm. in Anhalt-Bernburg . .	9	55	—	5	20	—
Andreas-Dukaten oder Doppelrubel, in Rußland	5	15	—	3	—	—
Augustdor, Goldm. in Sachsen	9	55	—	5	20	—
Bankomark zu 16 Schillingen, in Hamburg und Lübeck	—	53	—	—	15	2
Bankothaler zu 3 Mark Banko, in Hamburg	2	39	—	1	15	6
Batzen, in Franken	—	5	—	—	1	5
in den Rheinländern	—	4	—	—	1	2
in der Schweiz (im Allgemeinen) . .	—	3	—	—	—	10
Beutel, in der Türkei, und zwar:						
der Beutel Silber zu 500 Piaster . .	58	20	—	33	10	—
der Beutel Gold = 30000 Piaster						
Couranttthaler zu 2½ fl., in Holland . . .	2	33	—	1	13	9
Carlini, Silbermünze in Sicilien	—	12	—	—	3	5
Carolin, Rechnungsmünze in Deutschland . .	11	—	—	6	15	—
Goldm. im Königr. Sardinien						
und zwar: in Savoyen und Piemont	67	40	—	38	20	—
auf der Insel Sardinien	23	13	—	13	8	—
Carlsdor, Goldmünze in Braunschweig . . .	9	53	—	5	19	4
Cent, in Niederland, 100 zu 1 Gulden . .	—	—	2	—	—	2
in Nordamerika, 100 zu 1 Dollar . .	—	1	2	—	—	5
Centime, in Frankreich, 100 zu 1 Franken .	—	—	1	—	—	1
10 Centimenstücke daselbst	—	2	2	—	—	9
Christiansdor, Goldm. in Dänemark. . . .	9	55	—	5	20	—
Conto de Reis, eine Million Reis, in Portugal	2887	58	—	1650	8	—
Conventions-Gulden, in Oesterreich	1	12	—	—	20	7
" -Thaler, in Oesterreich	2	24	—	1	11	2

Benennung der Münzen.	fl.	kr.	pf.	Thlr.	Gr.	Pfg.
Coroa, Silberm. in Portugal	2	50	—	1	18	9
Coronilla, Goldm. in Spanien	2	26	—	1	11	10
Crown, Silberm. in England zu 5 Schill. .	2	57	—	1	20	7
Crusado, Goldm. in Portugal	1	34	—	—	27	—
" in Brasilien	1	24	—	—	24	—
Dalder oder Reichsthaler, in Niederland . .	1	30	—	—	26	—
Daler, der große schwedische	2	38	—	1	15	2
Deut oder Duyt, Kupferm. in Holland . .	—	—	1	—	—	1
Dimes oder Disme, zu 10 Cents, in Nordamerika	—	15	—	—	4	4
Dobla oder Dobra, Goldm. in Portugal und Brasilien	42	28	—	24	8	—
Doblone, Goldm. in Spanien	9	55	—	5	20	—
Dobraon, Goldmünze in Portugal	76	14	—	43	17	—
Dollar, zu 10 Dimes oder 100 Cents, in Nordamerika	2	30	—	1	13	—
Doppie, Goldm. in Rom und Lucca . . .	7	52	—	4	15	—
" in Sardinien und Parma .	10	40	—	6	20	—
" in Genua, Mailand, Modena, Toscana	9	37	2	5	15	—
Drachme, in Griechenland, zu 100 Lepta . .	—	25	2	—	7	3
Dreier, Silberm. in Dänemark	—	8	2	—	2	5
Dreikreuzerstück, in Deutschland	—	3	—	—	—	10
Drittelstück, in Bremen	—	36	—	—	10	6
Dukaten, Goldmünzen,						
in Brabant, Holland, Polen, Ungarn .	5	38	2	3	6	9
in Dänemark: Species-Dukaten . . .	5	37	—	3	6	3
Courant-Dukaten . . .	4	30	—	2	17	—
in Deutschland, Rußland	5	30	—	3	4	4
in Schweden	5	22	—	3	2	—
in der Schweiz, im Allgemeinen . . .	5	36	—	3	6	—
Dukadi d'oro, Goldm. in Venedig	3	33	3	2	1	1
Dukati, Silbermünzen, in Parma u. Piazenza	2	24	—	1	11	3
" in Neapel u. Sicilien	2	—	—	1	4	4
Dukaton (oder Silber-Ruyder) Niederlande und Mailand	3	12	—	1	24	10
Düttchen, Bremen, 16 zu 1 Reichsthaler . .	—	2	2	—	—	9
Ernst Augustsdor, Goldm. in Hannover, doppelte	19	33	—	11	5	2
Escalin, Silbermünze in Brabant	—	18	2	—	5	3
Escudillo, Goldm. in Spanien	4	57	2	2	25	—

Benennung der Münzen.	fl.	kr.	pf.	Thlr.	Gr.	Pfg.
Escudo de oro, Goldm. in Spanien u. Mexiko	4	52	—	2	23	5
in Portugal	5	22	—	3	2	—
Escudos de Vellon, Silberm. in Spanien .	1	17	—	—	21	11
Florindor, Goldm. in Belgien	3	—	—	1	21	8
Filippo, Silberm. in Mailand	2	46	—	1	17	5
Flinrich, Silberm. in Bremen	—	6	—	—	1	9
Frank, zu 10 Decimes oder 100 Centimes, Frkr.	—	28	—	—	8	1
— 5Frankenstück daselbst	2	20	—	1	10	
— 20Frankenstück, Goldm.	9	20	—	5	10	—
40Frankenstück, „	18	40	—	10	20	—
Frank, in der Schweiz, Silbm. zu 10 Batzen	—	42	—	—	12	—
Friedrichsdor, Goldm. in Preußen	9	55	—	5	20	—
Frederiksdor, Goldm. in Dänemark	9	45	—	5	17	—
Friedrich-Franz- u. Paulsdor in Mecklenburg .	9	45	—	5	17	—
Geovine, Goldm. in Genua	40	—	—	22	25	8
Georgsdor, Goldm. in Hannover.	9	45	—	5	17	—
Goldgulden oder Floren, alte Goldm. in Süd-deutschland	4	6	—	2	10	7
Goldm. in Hannover .	3	50	—	2	5	8
Goldgulden, Silberm. in Niederland . . .	1	24	—	—	24	—
Goldkrone, Goldm. in Portugal	14	24	—	8	7	—
Goldrubel, in Rußland	4	50	—	2	22	10
Goldrupie, in Ostindien	16	55	—	9	20	—
Goldpiaster, in Spanien	2	26	—	1	11	10
Groot, Silberm. in Bremen, Oldenburg und Holland	—	1	2	—	—	5
— in Hamburg	—	1	3	—	—	6
36 Grotstücke od. halbe Goldthlr. in Bremen	—	54	—	—	15	6
Groat, in England zu 4 Pence	—	11	—	—	3	2
Groschen, Silberm., in Oesterreich	—	3	2	—	1	—
— in Preußen	—	3	2	—	1	—
in Meklenburg, schw. Gr.	—	5	2	—	1	7
in Polen	—	—	1	—	—	1
in Bayern, Würtembg. rc.	—	3	—	—	—	10
10 Groschenstück in Polen	—	3	2	—	1	—
Guinea, Goldm. in England, zu 21 Schilling	13	48	—	7	26	6
Gulden, Silber- und Rechnungsmünze:						
der Konventionsgulden in Oesterreich . .	1	12	—	—	20	7
— der Gulden Wiener Währung (Schein) .	—	28	3	—	8	3
— der rheinische Gulden, in Süddeutschland	1	—	—	—	17	2

Benennung der Münzen.	fl.	kr.	pf.	Thlr.	Gr.	Pfg.
Gulden, der niederländ. Gulden, zu 100 Cents	1	—	—	—	17	2
der polnische Gulden	—	17	2	—	5	—
der Luxemburger Gulden	1	—	—	—	17	2
der Braunschweiger Gulden	1	20	—	—	22	10
in Hannover, Hessenkassel und Sachsen .	1	12	—	—	20	6
3½ Guldenstück, Vereinsm.	3	30	—	2	—	—
Gulden Banko zu 20 Stüber, in Holland .	1	3	—	—	18	—
Imperial, Goldm. in Rußland, zu 10 Rubel .	18	40	—	10	20	—
Rubel-Imperial, zu 3 Rubel	5	36	—	3	6	—
Karlsdor, Goldm. in Braunschweig	9	55	—	5	20	—
Karoline zu 2 Mark, Silberm. in Schweden .	—	45	—	—	12	10
Kopeke oder Copeik, Kupferm. in Rußland u. Polen						
nach dem Silberrubel	—	1	1	—	—	4
nach dem Papierrubel	—	—	1	—	—	1
Kopfstück, Silberm., in Bayern, Hessen und Frankfurt a. M.	—	24	—	—	6	10
in Bremen zu 12 Groot	—	18	—	—	5	3
in Dänemark zu 20 Schill.	—	27	—	—	7	9
Kreuzerstück, Scheidemünze zu 1/60 Gulden .	—	1	—	—	—	3
Krone, Rechnungsmünze in Luzern und Bern	1	40	—	—	28	7
in Glarus	1	16	—	—	21	10
„ , Silberm., in England zu 5 Schill. Sterl.	2	52	—	1	19	1
in Dänemark zu 4 Mark .	1	30	—	—	25	10
in Holland zu 2 fl. . . .	2	—	—	1	4	6
Kronenthaler, in Bayern u. Oesterreich . . .	2	42	—	1	16	3
Larin, Silbermünze in Arabien	—	17	2	—	5	—
Laubthaler, alte französ. Silbermünze . . .	2	45	—	1	13	—
Leam oder Leang, Rechnungsm. in China . .	3	50	—	2	6	—
Leba oder Lepta, Kupferm. in Griechenland .	—	—	2	—	—	2
Leopoldine, Silbermünze in Toskana . . .	2	34	—	1	14	—
Lira italiana, Rechnungsm. zu 20 Soldi oder 240 Denari	—	29	—	—	8	3
Lira, in Bologna und Piemont	—	30	—	—	8	6
Lira austriaka, im lombard.-venet. Königr. .	—	24	—	—	6	10
in Mailand und Toskana . .	—	21	—	—	6	—
die venetianische Lira . . .	—	14	—	—	4	—
Lira di Modena	—	10	3	—	3	1
Lira di Reggio, Parma und Pianzenza . .	—	7	—	—	2	—
Lira, Silberm. in Lukka, Parma u. Piazenza .	—	28	—	—	8	—

Benennung der Münzen.	fl.	kr.	pf.	Thlr.	Gr.	Pfg.
Lira, Silberm. in Toskana, Florenz, Livorno	—	23	—	—	6	8
48 Lirastück, Goldmünze in Genua . .	18	12	—	10	12	—
Lirazzo, Silbermünze in Venedig	—	22	—	—	6	4
Lisbonnine, Goldstück in Portugal	15	40	—	8	28	8
Livre, Frankreich, Livre tournois	—	27	2	—	7	10
Genfer Livre	—	45	—	—	13	—
Basel, Freiburg, Bern	—	42	—	—	12	—
Neuschatel	—	40	—	—	11	6
Löwe, Brabant, alte Goldm.	11	48	—	6	22	4
alte Silberm	2	54	—	1	19	8
Löwenthaler, in Niederland	3	—	—	1	21	5
Louisblank, Silberm. in Frankreich	2	27	—	1	12	—
Louisdor, Goldm. daselbst	11	20	—	6	14	4
Makuta, in Guinea in Westafrika	—	10	2	—	3	—
Madonna, Goldm. in Piemont	9	—	—	5	4	3
Silberm. in Genua zu 2 Lira . .	—	47	—	—	13	6
in Bologna	—	9	—	—	2	8
in Toskana	—	7	2	—	2	2
Madonna-Thaler in Italien	2	32	—	1	13	5
Maltheser-Kreuz, Goldm. in Frankrreich . .	12	50	—	7	10	—
Mariengroschen, Hannover und Braunschw., alt	—	3	—	—	—	10
Mark, Rechnungsmünze; in England zu						
$13\frac{1}{3}$ Schillings	6	—	—	3	13	—
in Dänemark, zu 16 Schill.	—	13	—	—	3	9
in Hamburg, zu 16 Schill., in Banko .	—	53	—	—	15	2
in Courant	—	43	—	—	12	4
in Lübek und Mecklenburg	—	43	—	—	12	4
Mark, Silbermünze; in Dänemark, 1 Mkst.	—	21	—	—	6	—
Hamburg, Lübek, Mecklenburg	—	43	—	—	12	4
Mark, die preußisch-kölnische Mark fein Gold .	360	—	—	205	21	5
fein Silber	24	—	—	13	21	5
Mardor, Goldm. in Bayern	7	42	—	4	12	—
Meißner Gulden, im Voigtlande	1	36	—	—	27	6
Mitkul oder Miskal zu 80 Gran in Marokko	2	30	—	1	13	—
Milliarde, eine Rechnungszahl von 1000 Mill.						
Milreis, zu 1200 Reis, Goldm. in Portugal	3	58	—	2	8	—
zu 1000 Reis, Rechnungsm.	2	55	—	1	20	—
Minerva, Silberm. in Griechenland	—	3	—	—	—	10
Mohur oder Goldrupie, in Ostindien . . .	5	30	—	3	4	4
Napoleonsdor, Goldm. in Frankreich . . .	9	20	—	5	10	—

Benennung der Münzen.	fl.	kr.	pf.	Thlr.	Gr.	Pfg.
Navarrer Thaler in Frankreich	2	20	—	1	10	—
Neuthaler, Silberm. in Kurhessen u. Schweiz	2	45	—	1	17	2
Neugroschen, Scheidemünze in Sachsen . . .	—	3	2	—	1	—
Oertli, in der Schweiz zu 4 Batzen	—	18	—	—	5	2
Onza oder Onzia, in Neapel, Goldm. zu 3 Dukati	5	50	—	3	10	—
in Sicilien. Silberm. zu $2\frac{1}{2}$ Scudi	5	50	—	3	10	—
auf Malta " " " "	1	52	—	1	2	—
Onza oder Onka de oro, Goldm. in Spanien und Mexiko	38	30	—	22	—	—
Onzetta-Stücke, Goldm. in Neapel u. Sicilien zu 3 Dukati	6	10	—	3	15	10
Ort oder Orth, Silberm., in Norwegen $\frac{1}{5}$ Speciesthlr	—	30	—	—	8	8
Osella, Silberm. in Venedig	—	57	2	—	16	5
Pagode, in Ostindien	4	54	—	2	24	—
Paolo oder Julier, Silberm. in Italien . .	—	15	3	—	4	6
Papeto, Silberm. in Rom zu 2 Paoli . . .	—	31	2	—	9	—
Para, in der Türkei, zu 3 Asper	—	1	—	—	—	3
Pardes, Silberm. in Ostindien	1	33	—	—	26	8
Pataka oder Petaka, Silberm. in Brasilien .	—	55	2	—	15	10
desgl. in Abyssinien .	2	27	—	1	12	—
Penny oder Pence, Kupferm. in Großbrittanien	—	2	2	—	—	9
Peso, in Marokko und Südamerika	2	32	—	1	13	5
Pesos oder Piaster, Silberm. in Spanien . .	2	33	—	1	13	10
Pezza, in Italien, zu $5\frac{3}{4}$ Lire	2	16	2	1	9	—
Pfenning, Kupferm. in Deutschland	—	—	1	—	—	1
Pfund, vlämisch zu 20 Schillings in Amsterdam	6	1	2	3	13	3
England, Pfund Sterling, Rechnungsm.	12	—	—	6	25	6
Hamburg, Pfund Banko	6	38	—	3	23	8
Pfund Courant	5	18	—	3	—	10
Kanada, englisches Nordamerika . .	10	48	—	6	5	2
Vereinigte Staaten von Nordamerika	8	12	—	4	20	8
Niederlande, Pfund Permiß . . .	2	15	—	1	8	7
Schweiz, zu $\frac{1}{2}$ Gulden . . .	—	30	—	—	8	7
Phönix, in Griechenland zu 100 Lepten . .	—	25	—	—	7	2
Piaster, gleich dem Dollar; in						
Arabien, zu 80 Cabirs, Rechnungsm. .	2	6	—	1	6	—
Spanien, Mexiko und Brasilien, Silberm.	2	33	—	1	13	10
Türkei und Aegypten, zu 40 Paros oder 100 Asper	—	7	—	—	2	—

Benennung der Münzen.	fl.	kr.	pf.	Thlr.	Gr.	Pf.
Piaster, Jonische Inseln	—	21	—	—	6	—
Pistole, Goldmünze, in Spanien	9	55	—	5	20	—
in Venedig	10	2	—	5	22	—
in der Schweiz . . .	11	19	—	6	14	—
in Sardinien	13	8	—	7	15	3
in Parma	10	16	—	5	26	—
in Deutschland	9	48	—	5	18	—
Quadrupel, Goldm. in Spanien	40	—	—	22	25	8
Quarter=Eagle, Goldm. in Nordamerika zu 2½ Dollar	6	3	2	3	13	10
Quartino, Goldm., im Kirchenstaat	1	22	—	—	23	6
in Portugal	3	40	3	2	3	1
Quattrino, Kupferm. in Italien	—	—	1	—	—	1
Quilo, Silberm. in Toskana	1	1	3	—	17	8
Quintuple, Goldm. in Neapel zu 15 Dukati .	30	—	—	17	4	3
Quinzone, Silberm. in Sardinien	—	24	2	—	7	—
Real (de Velon), Silberm. in Spanien . .	—	7	—	—	2	—
auf den Jonischen Inseln .	1	57	2	1	3	7
Reichsgulden, in Oesterreich zu 60 kr.	1	12	—	—	20	7
Reichsthaler; Dänemark, Reichsbankothlr., Rchm.	1	20	—	—	22	10
Reichs=Spec.thlr., Slbm.	2	40	—	1	15	8
Hamburg, 3 Mark Banko, Rechm.	2	40	—	1	15	8
in Courant, Rechngsm.	2	10	—	1	7	4
Mecklenburg=Schwerin, "	2	10	—	1	7	4
Mecklenburg=Strelitz, "	1	50	—	1	1	6
Oesterreich, zu 90 kr., Rechngsm.	1	48	—	1	1	—
Ostindien, zu 8 Schill., "	1	54	—	1	2	7
englische Währung .	—	49	—	—	14	—
Preußen, zu 30 Sgr. à 12 Pf.	1	45	—	1	—	—
Sachsen, zu 30 Neugr. à 10 Pf.	1	45	—	1	—	—
Schweden, Species, zu 48 Schill.	2	40	—	1	15	8
Reis oder Rees, Rechnungsm., in Brasilien .	—	—	½	—	—	½
100 Reisstücke daselbst	—	12	2	—	3	6
1200 Reisstücke	2	30	—	1	12	10
" , in Portugal	—	—	⅗	—	—	⅗
Milreis, d. i. 1000 Reis	2	54	—	1	20	—
Conto de Reis = 1 Million Reis.						
Rubel, Rußland und Polen zu 100 Kopeken:						
Kupfer und Papierrubel	—	31	2	—	9	—

Benennung der Münzen.	fl.	kr.	pf.	Thlr.	Gr.	Pf.
Rubel, Silberrubel	1	53	—	1	2	4
Goldrubel	4	50	—	2	23	—
Rupie oder Rupia, in Ostindien:						
Silber-Rupie	1	3	—	—	18	—
Goldrupie oder Mohur	18	6	—	10	10	3
in Konstantinopel	—	13	—	—	3	9
Ruspano, Goldm. in Toskana zu 3 Zechini	16	45	—	9	17	2
Ruyder, in den Niederlanden, Goldmünze	14	15	—	8	4	6
Silbermünze	3	10	—	1	24	3
St. Thomas, Goldm. in Ostindien	4	16	—	2	13	2
Schiffsgulden, Niederland, zu 20 Stüver	—	51	—	—	14	8
Schild-Louisdor, Goldm. in Frankreich	11	5	—	6	10	—
Schilling, Shilling oder Skilling, in						
Batavia	—	14	—	—	4	—
Bremen, zu 1½ Grot	—	2	—	—	—	7
Dänemark	—	1	1	—	—	4
England, zu 12 Pence	—	33	—	—	9	5
Hamburg, der Schilling Banko	—	3	1	—	—	11
der Schilling Courant	—	2	2	—	—	9
Holland	—	17	3	—	5	1
Lübeck	—	2	2	—	—	9
Holstein und Schleswig, Banko	—	4	1	—	1	3
Courant	—	3	1	—	—	11
Mecklenburg	—	2	2	—	—	9
Schweden	—	3	1	—	—	11
Schweiz, u. zwar: in Appenzell u. Zug	—	1	1	—	—	4
in Glarus u. Zürich	—	1	2	—	—	5
in St. Gallen	—	6	—	—	1	9
Stralsund in Pommern	—	2	2	—	—	9
Scudo oder Schildthaler, in Italien u. zwar im						
Kirchenstaat zu 10 Paoli	2	32	—	1	13	6
lombardisch-venetian. Königr. zu 6 Lire	2	27	—	1	12	—
Lucca zu 20 Soldi d'oro	2	32	—	1	13	4
Neapel und Sicilien, zu 12 Tari	2	24	—	1	11	2
Sardinien, alter Scudo in Turin	3	20	—	1	27	—
„ neuer Scudo zu 5 Lire	2	20	—	1	10	—
Toskana	2	46	—	1	17	6
Sechser, Scheidem. in Sachsen u. Anhalt-Bernburg, $^1/_{48}$ Thlr.	—	2	1	—	—	7
in Baden, Bayern rc.	—	6	—	—	1	8

Benennung der Münzen.	fl.	kr.	pf.	Thlr.	Gr.	Pf.
Siano oder Sigaine, Rechngsm. zu Aleppo in Syrien	—	—	1	—	—	1
Silbergroschen, 30 zu 1 Thlr. in Preußen u. a.	—	3	2	—	1	—
Silberdukaten oder Thaler, in Niederland	2	33	—	1	13	9
Silber-Ruyder daselbst	3	12	—	1	24	—
Sixpence, 6 Pence, Silberm. in England	—	16	—	—	4	8
Sol oder Sous, in Frankreich (alt) u. Schweiz	—	1	1	—	—	4
Soido, Kupferm. in Italien	—	1	1	—	—	4
Souverain, Sovereige od. Souverainsdor, Goldmünze in England	12	—	—	6	25	6
— in Mailand, Niederland, Oesterr., Polen	15	45	—	9	—	—
Speciesthaler oder harter Thaler, Silberm.; in Hannover und Lübeck	2	42	—	1	16	3
Dänemark, Norwegen und Schweden	2	40	—	1	15	4
— in allen andern Staaten	2	27	—	1	12	—
Sterling oder Pfund Sterling, Rechnungsm. in England	12	—	—	6	25	6
Stüber oder Stüver, alte Münze in Amsterdam	—	3	—	—	—	10
in Cleve (Rheinprß.) u. Oldenburg	—	1	2	—	—	5
Talara oder Talero, Polen zu 6 Gulden	1	42	—	—	29	2
Mantua, Silberm.	1	45	—	1	—	—
Sardinien	2	9	2	1	7	—
Toskana	2	22	—	1	10	6
Venedig, zu 10 Lire	2	30	—	1	12	10
Taro, in Malta	—	4	3	—	1	4
in Neapel	—	23	—	—	6	7
in Sicilien	—	12	—	—	3	5
Testone oder Teston, in Portugal zu 100 Rees	—	17	—	—	4	10
Testono, Silberm. in Italien zu 3 Paoli	—	46	—	—	13	2
Thaler, Anhalt, Braunschweig, Hannover, Hessen, Lippe, Preußen, Reuß, Sachsen 2c.	1	45	—	1	—	—
Süddeutschland, im rhein. Fuß, (90 kr.)	1	30	—	—	25	10
Baden zu 100 kr.	1	40	—	—	28	6
Frankft., Oestr., Hannover, Sachsen, im Conv.-Fuß	1	48	—	1	1	—
Lübeck zu 48 Schill. à 12 Pf.	2	10	—	1	7	2
Mecklenburg-Schwerin	2	2	2	1	5	—
Oldenburg, Thaler Gold zu 72 Grot	1	57	2	1	3	7
Schweiz, im Allgemeinen	2	40	—	1	15	4
Tolerdak, Rechnungsm. in der Tartarei	2	52	—	1	19	3

Benennung der Münzen.	fl.	kr.	pf.	Thlr.	Gr.	Pf.
Tomain oder Toman, Goldm., in Arabien .	26	15	—	15	—	—
in Persien . .	7	22	—	4	6	4
Tonne, eine Tonne Gold betr. 100000 Thlr. Gold.						
Tredicino, in Bologna und Ferrara . . .	—	6	2	—	1	10
Unze oder Onka oder Wakea Gold	28	52	—	16	15	—
Vereinsthaler, Münzvereinsstaaten in Deutschl.	3	30	—	2	—	—
Vierding, Silberm. zu Bremen	—	12	—	—	3	5
Vierling, in Braunschweig, Hannover, Preußen, Sachsen	—	1	2	—	—	5
Vierzig-Frankenstück, Goldm. in Frankreich .	18	40	—	10	20	—
Wakea, Goldm., in Afrika	28	52	—	16	15	—
Wilhelmsdor, Goldm. in Kurhessen	9	48	—	5	18	—
Zechine oder Sequin, Goldmünze;						
in Aegypten und Arabien	4	40	—	2	20	—
in Italien	5	36	—	3	6	—
in der Türkei	2	55	—	1	20	—
Zehnguldenstück, Goldm. in Niederland . . .	9	48	—	5	18	—
Zehnfrankenstück, Goldm. in Frankreich . . .	4	40	—	2	20	—
Zumbol, Goldm. in Aegypten	3	50	—	2	5	8
Zwanziger, Oesterreich	—	24	—	—	6	10
Zwanzig-Drachmenstück, Goldm. in Griechenl.	8	30	—	4	25	10
Lirastück, Goldm in Sicilien . . .	9	30	—	5	12	10
Piasterstück, Goldm. in der Türkei .	2	30	—	1	12	10
Zweidrittelstück, Nord- und Ostseestaaten . .	1	20	—	—	22	10
Zweiguldenstück, Süddeutschland	2	—	—	1	4	3
32Frankenstück, Goldm. in der Schweiz . .	20	50	—	11	27	2
Zwölfer, ein halber österreichischer Zwanziger	—	12	—	—	3	5
Mecklenburg	—	30	—	—	8	7

Berichtigungen.

Seite 63 Zeile 3 von oben lies: zu einem Kleide.

„ 164 Zeile 9 von unten lies: so zerlege ich die 43 kr. in $^3/_5$ fl. + 1 Sechser + 1 kr.

„ 390 Beispiel 6 lies statt Zimmer: der Fußboden eines Zimmers.

„ 395 Zeile 4 von unten lies: 48 in 360 = 7,5.

Einige andere Druckfehler, welche wegen Mangels an Raum hier nicht berichtigt werden können, sind leicht als solche zu erkennen und zu verbessern.